

틸팅을 고려한 피스톤스커트의 윤활해석 Analysis of Piston Skirt Lubrication Considering Secondary Motion

부 성 협, 이 재 선*, 한 동 철**

서울대학교 대학원 *서울대학교 정밀기계설계공동연구소

**서울대학교 기계항공공학부

S. H. Boo, J. S. Lee*, D. C. Han**

Graduate school, Seoul National Univ.

*Institute of Advanced Machinery Design, Seoul National Univ.

**School of Mechanical and Aerospace Engineering, Seoul National Univ.

Abstract-A lubrication model on a two dimensional Reynolds equation is presented in this paper. And also this paper gives mathematical models of primary and secondary motion of piston skirt.

Key words - piston skirt, primary motion, secondary motion, lubrication

1. 서 론

왕복운동하는 엔진의 효율성 문제에 있어서 동력손실은 대부분 서로 접촉하여 미끄럼 운동하는 두 부분의 마찰에 의하고 있다. 특히 이 중에서도 피스톤부의 마찰이 전체 마찰손실의 40%를 차지하고 있는 것이 알려져있다.[1]

여기서 피스톤부란 피스톤링 패키지부분과 스커트부분을 말하며 이외의 마찰손실은 밸브트레인, 기타 엔진 베어링 등에서 발생한다.

그리고 피스톤의 동역학적 운동은 두 가지로 구성된다. 첫 번째가 피스톤의 상하왕복운동에 의한 primary motion 이고, 두 번째가 크랭크의 회전에 의해서 기구학적으로 발생하는 피스톤의 틸팅에 의한 secondary motion 이다. 2차운동

의 양은 매우 작지만 이에 의해 발생하는 모멘트에 의해서 힘이 크기 때문에 틸팅의 해석은 엔진성과 신뢰성에 크게 기여한다. 따라서 스커트부에 대한 이 두가지 운동에 대하여 윤활해석을 수행하여 스커트부의 거동을 정확히 예측할 수 있다고 본다. 여기에서 피스톤의 탄성변형은 고려하지 않는다.

Griffiths and Skorecki 는 피스톤과 보어 사이의 충격에 대하여 평형식을 세워 고려하였지만 이는 동수압 윤활해석을 하지않았기 때문에 실험값과 맞지 않았다.[2] Knoll and Peeken은 피스톤스커트의 부하용량에 대하여 피스톤 속도에 따라 유막에 의한 압력을 계산하였다.[3]

그러나 이는 피스톤의 동적 거동에 대하여는 계산을 하지 않았다. Suzuki et al 은 임의 형상

과 wrist-pin offset을 갖는 스커트에 대하여 유효해석을 행한바 있다.[4] 여기에서는 동수압유효과 상대운동하는 두 물체의 적절한 solid to solid 접촉 모델이 제시되지 않았다.

근래에 이르러 엔진설계경향인 고출력,저연비,경량화 요구에 의해서 운전조건은 더욱 가혹해지고 있으며 그에 따른 피스톤의 유막의 감소를 초래하고 유막의 감소는 마찰손실을 증가시킬뿐아니라 심할 경우 엔진의 파손으로 이어진다. 이에 따라 여러 설계변수를 적절히 선정하여 피스톤의 동적거동을 정확히 예측하는 것이 필요하다.

따라서 본 논문에서는 서로 접촉하여 운동하는 피스톤과 실린더 라이너사이의 운동을 피스톤계의 힘 평형식과 동수압 평형식으로 모델링하고 1차,2차운동으로 구분하여 해석하였다.

스커트형상은 유막발달이 비교적 유리하다고 알려진 barrel형의 형상으로 하였고,[4] 피스톤 데이터는 박용엔진용 피스톤의 것을 사용하였다.

2.수학적 모델링

Nomenclature

C : 기준틀새
 e : 편심량
 e_t : 스커트상단부의 편심량
 e_b : 스커트하단부의 편심량
 β : 틸팅각
 $h(\theta, y)$: 유막두께함수
 C_g : 무게중심의 편심량
 a : 스커트상단에서 편중심까지의 거리
 b : 스커트상단에서 무게중심까지의 거리
 m_{pis} : 피스톤질량
 m_{pin} : wrist-pin 질량
 m_c : 커넥팅로드질량
 I_c : 커넥팅로드의 회전관성

L_c : 커넥팅로드길이
 L_1 : 피스톤핀에서 무게중심까지의 거리
 L_2 : 크랭크핀에서 무게중심까지의 거리
 R : 크랭크반경
 ϕ : 크랭크각
 θ : 피스톤 원주방향좌표
 x : 스커트 횡방향좌표
 y : 스커트 종방향좌표
 l : 스커트길이
 r : 보어반경
 μ : 윤활유점도
 ω : 엔진회전속도
 \dot{Y} : 피스톤 가속도
 φ : 커넥팅로드각
 F_w : 연소실압력에의해 실린더벽에서 오는힘
 F_{pis} : 피스톤의 1차운동에의한 관성력
 F_{pin} : wrist-pin의 1차운동에의한 관성력
 F_c : 커넥팅로드힘
 F_p : 유막압력에의한 힘
 F_f : 유막압력에의한 마찰력
 F_{ic} : 피스톤의 2차운동에의한 관성력
 F_{ip} : wrist-pin의 2차운동에의한 관성력
 M : 동수압에의한 모멘트
 M_f : F_f 에 의한 모멘트
 M_{ic} : F_{ic} 에 의한 모멘트
 I_{pis} : 피스톤의 회전관성
 f_p : 연소실압력에의해 피스톤헤드가받는힘
 t : 시간
 p : 동수압
 p_a : 대기압
 τ : 동수압에의한 전단력

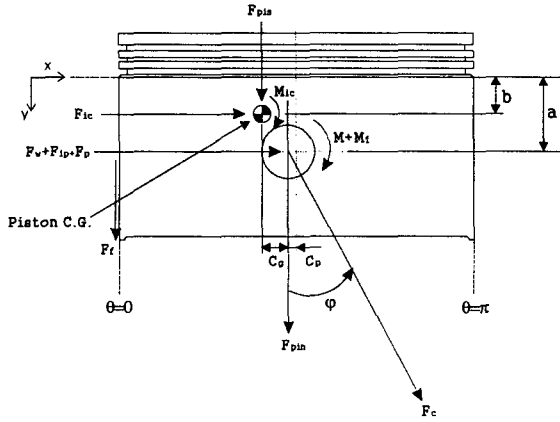


Fig. 1 Free body diagram of piston skirt

2.1 Equilibrium

Fig. 1은 해석의 대상인 피스톤계의 자유물체도를 나타낸다.

편심량 e_t, e_b, e 의 관계는 다음과 같다.

$$e_t = e + a\beta \quad (1)$$

$$e_b = e - (l - a)\beta \quad (2)$$

x, y 방향의 힘평형과 모멘트합을 고려하면 다음과 같다.

$$F_f + F_{pis} + F_{pin} + F_c \cos \phi = 0 \quad (3)$$

$$F_{ic} + F_{ip} + F_p + F_w - F_c \sin \phi = 0 \quad (4)$$

$$M + M_{ic} + M_f + F_{ic}(a - b) - F_{pis}C_g = 0 \quad (5)$$

식 (3),(4)에서 F_c 를 소거하면,

$$-F_{ip} - F_{ic} = F_p + F_f \tan \phi + F_w + F_s \quad (6)$$

$$, F_s = (F_{pin} + F_{pis}) \tan \phi$$

식(5)를 다시쓰면,

$$-M_{ic} - F_{ic}(a - b) = M_s + M + M_f \quad (7)$$

$$, M_s = -F_{pis} C_g$$

여기서 커넥팅로드각 ϕ 는

$$\tan \phi = \frac{B}{\sqrt{L_c^2 - B^2}} \quad (8)$$

$$B = R \sin \phi + C_p$$

이고,

F_{pin}, F_{pis}, F_w 은 다음과 같다.

$$F_{pin} = -m_{pin} \ddot{Y} \quad (9)$$

$$F_{pis} = -m_{pis} \ddot{Y} \quad (10)$$

$$, \ddot{Y} = R\omega^2 \cos \phi + (R\omega B \cos \phi)^2 (L_c^2 - B^2)^{-1.5}$$

$$+ [(R\omega \cos \phi)^2 - R\omega^2 B \sin \phi] (L_c^2 - B^2)$$

(11)

여기서 \ddot{Y} 는 y 방향 가속도이다.

$$F_w = \left\{ \left(\frac{I_c R}{M_1} - \frac{L_1 L_2 m_c R}{L^2} \right) \sin \phi - \frac{m_1 R^2}{2M_1} \sin 2\phi - \left[\frac{I_c R^3}{2M^4} + \frac{m_2}{RM^2} \right] \cos \phi \sin 2\phi - \frac{2(R^2 - L^2)m_2}{RM^4} \sin^3 \phi \right\} \phi'^2 + \frac{m_1 g R}{M_1 \sin \phi} f_p \quad (12)$$

M_1, m_1, m_2 는 계산의 편의를 위해 정의한 변수로서 다음과 같다.

$$M_1 = \sqrt{L_c^2 - R^2 \sin^2 \phi} \quad (13)$$

$$m_1 = m_{pis} \frac{L_2 m_c}{L_c} \quad (14)$$

$$m_2 = \left(m_{pis} + \frac{L_2^2 m_c}{L_c^2} \right) \frac{R^4}{2} \quad (15)$$

위의 F_w 는 Shiao의 lumped mass model을 사용하여 구하였다.[5]

2차운동에 의한 관성력 F_{ip}, F_{ic} 은 다음과 같

다.

$$\begin{aligned} F_{ip} &= -m_{pin} \ddot{e}_p \\ F_{ic} &= -m_{pis} \ddot{e}_x \end{aligned} \quad (16)$$

\ddot{e}_p, \ddot{e}_x 는 2차운동에 의한 가속도로서 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \ddot{e}_p &= \ddot{e}_t + \frac{a}{l}(\ddot{e}_b - \ddot{e}_t) \\ \ddot{e}_x &= \ddot{e}_t + \frac{b}{l}(\ddot{e}_b - \ddot{e}_t) \end{aligned} \quad (17)$$

관성력에 의한 모멘트 M_{ic} 는 편심과 회전을 같이 고려하면,

$$M_{ic} = -\frac{I_{pis}(\ddot{e}_t - \ddot{e}_b)}{l} \quad (18)$$

이고 이제 식 (16),(18)을 식(6),(7)에 대입하면 다음의 행렬식을 얻는다.

$$\begin{bmatrix} m_{pin}(1-\frac{a}{l}) + m_{pis}(1-\frac{b}{l}) & m_{pin}\frac{a}{l} + m_{pis}\frac{b}{l} \\ \frac{I_{pis}}{l} + m_{pis}(a-b)(1-\frac{b}{l}) & m_{pis}(a-b)\frac{b}{l} - \frac{I_{pis}}{l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{e}_t \\ \ddot{e}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_p + F_s + F_f \tan \varphi + F_w \\ M + M_s + M_f \end{bmatrix} \quad (19)$$

이제 위의 행렬식을 만족하는 \ddot{e}_t, \ddot{e}_b 가 그때의 크랭크각에서의 스키트의 상단과 하단의 가속도가 된다.

임의의 크랭크각에서의 폭발압력데이터로부터 F_w, F_s, M_s 은 쉽게 구해질 수 있고 F_f, F_p, M, M_f 은 Reynolds 방정식을 통하여 얻을 수 있다.

2.2 Hydrodynamic Analysis

위의 평형식에서 F_p, M 을 구하기 위해서는

연속방정식 및 운동량방정식으로부터 유도되는 2차원 Reynolds 방정식을 풀어야한다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) \\ = -6u \frac{\partial h}{\partial y} + 12 \frac{\partial h}{\partial t} \end{aligned} \quad (20)$$

유막두께함수 h 는

$$h(\theta, y) = C + e \cos \theta + (a - y) \beta \cos \theta + f(y) \quad (21)$$

이다.

여기에서 $f(y)$ 는 barrel형을 가정한 스키트의 profile 함수이다.

해석에 필요한 지배방정식을 무차원화하고, 유한차분법으로 압력분포를 얻을 수 있다.

유막압력이 음이되는 곳에서는 유막의 파괴가 일어나고 하중을 지지할 수 없으므로 이곳에서의 압력은 대기압으로 둔다. 또한 피스톤링을 통해 흘러나온 가스의 압력과 크랭크실로 내려가는 가스의 압력도 대기압으로 근사할 수 있다.

이 논문에서 쓰인 경계조건들은 다음과 같다.

$$y=0, y=l \text{ 에서 } p = p_a \quad (22)$$

$$p_{\theta=0} = p_{\theta=\pi} \quad (23)$$

이제 위 경계조건들과 유한 차분된 지배방정식을 SOR(Successive Over-Relaxation)법으로 풀고 적분하면 유막압력에 의한 힘과 모멘트를 얻는다.

유막압력에 의한 힘과 모멘트는 다음과 같다.

$$F_p = r \int \int_A p(\theta, y) d\theta dy \quad (24)$$

$$F_f = \int \int_A \tau(\theta, y) d\theta dy \quad (25)$$

$$M = r \int \int_A p(\theta, y)(a - y) d\theta dy \quad (26)$$

$$M_f = r \int \int_A \tau(\theta, y)(R \cos \theta - C_p) d\theta dy \quad (27)$$

여기서 τ 는 Patir and Cheng의 평균전단력 모델을 사용하였다.[7]

3. 해석결과

점도	0.015 Pa · s
보어직경	200 mm
피스톤질량	2.0 kg
wrist-pin질량	0.01 kg
커넥팅로드 질량	4.0 kg
스커트길이	200 mm
크랭크반경	150 mm
기준틈새	50 μ m
엔진회전수	1000rpm
a	74 mm
b	8.38 mm
Cp	1 mm
Cg	2mm
Lc	520mm
L1	320mm
L2	200mm
Relaxation factor	1.7

Table 1. Engine design data

3.1 수치해석방법

전 타임스텝의 $e_t, e_b, \dot{e}_t, \dot{e}_b$ 의 값을 알고, 그것을 지금 타임스텝의 초기치로 사용할 수 있다면 유막두께함수와, 스퀴즈항을 계산할 수 있고 이로부터 유한차분된 Reynolds 방정식을 SOR법으로 풀면 압력분포를 얻을 수 있다.

이전과 현재의 \dot{e}_t, \dot{e}_b 의 해로부터 식(19)의 좌변의 가속도는 수치미분을 통해 얻을 수 있

다. 일단 이 과정이 이루어지면 이것이 식(19)를 만족시키는지 확인하고, 수렴오차내에서 만족하지 아니하면 현재의 타임스텝에서 \dot{e}_t, \dot{e}_b 는 조정되어야하고 위의과정을 반복한다. \dot{e}_t, \dot{e}_b 의 조정은 Newton-Rhapson 법에 의해 반복루틴을 수행하였다.

만족할만한 \dot{e}_t, \dot{e}_b 가 찾아지면 현재 타임스텝에서의 피스톤의 위치는 다음과 같다.

$$e_t(t_i + \Delta t) = e_t(t_i) + \Delta t \dot{e}_t(t_i) \quad (28)$$

$$e_b(t_i + \Delta t) = e_b(t_i) + \Delta t \dot{e}_b(t_i)$$

따라서 식(19)는 $e_t(t), e_b(t)$ 에 대한 2차비선형미분방정식의 초기치 문제를 구성한다.

여기에서 초기치는 계산의 편의를 위해

$$e_t(t) = e_b(t) = \dot{e}_t(t) = \dot{e}_b(t) = 0 \quad (29)$$

로 놓았다.

3.2 수치해석결과

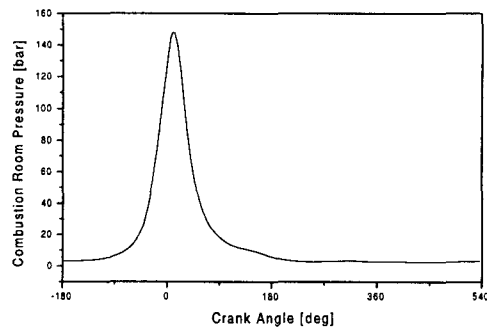


Fig. 2 Combustion Room Pressure

Table 1.에는 해석에 사용된 박용엔진의 설계 데이터를 나타내었고, Fig. 2에는 연소실의 압력을 나타내었다. 해석프로그램에서 이 두가지의 데이터들을 입력값으로 받아서 평형값을 찾는다.

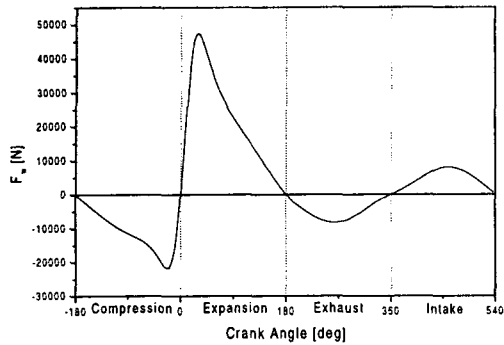


Fig. 3 Thrust force due to gas force

Fig. 3은 연소실 압력에 의한 피스톤의 횡방향 추력을 보여준다. 폭발각인 8° 근방에서 추력의 최대값이 존재하고, 상사점과 하사점에서는 피스톤의 순간속도가 0에 가까워지면서 작용하는 힘이 0이며 이는 사이클 전과정동안 주기적으로 나타난다.

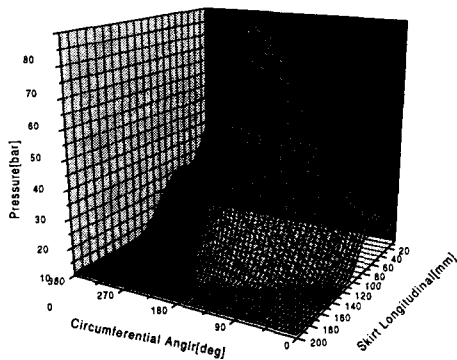


Fig. 4 Pressure distribution at crank angle 35°

Fig. 4는 Reynolds 방정식으로부터 풀이된 스커트 주위의 압력분포를 나타낸다.

편심은 좌우로 방향이 제한 되어있으므로 스커트의 원주방향 180°를 기준으로 대칭 형상을 이루고 있으며 크랭크각 35°에서 편심된 방향 (Fig. 5 참조)의 반대방향으로 압력이 발달하는 것을 보여준다.

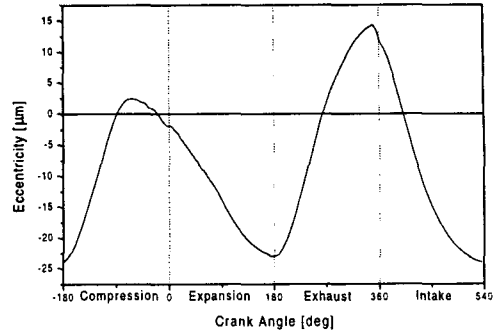


Fig. 5 Eccentricity

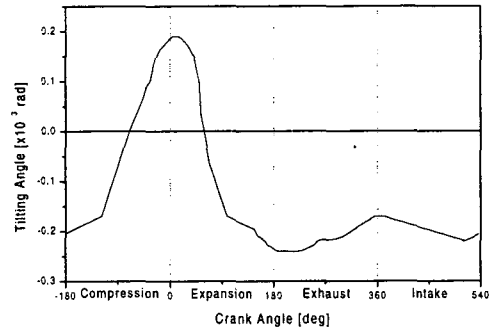


Fig. 6 Tilting Angle

Fig. 5와 Fig.6은 2차운동의 힘평형식인 식(5)를 만족시키는 편심량과 틸팅각을 각각 나타낸다.

여기에서 편심은 상사점, 하사점 근처에서 틸팅은 폭발점 근방에서 각각 최대값을 갖는 것을 예측할 수 있다. 피스톤 편심의 거동을 해석하는데 있어서 사점 부근에서는 스퀴즈효과가 매우 큰 것으로 해석되었다. 이는 사점 부근에서는 최소유막두께의 감소로 인하여 유막에 의한 압력이 작아서 계의 외력과 평형을 이루기 위해서는 스퀴즈 효과에 의한 힘이 반드시 요구되기 때문이다.

4. 결 론

박용엔진의 피스톤 스커트에 대한 2차 유효해석을 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 2차운동을 고려할때 피스톤의 거동은 편심과 틸팅이 조합된 운동이다.
2. 편심량은 상사점과 하사점 근처에서 극값을 갖고, 틸팅은 폭발행정에서 최대틸팅각을 나타낸다.
3. 사점 부근에서는 계에 작용하는 힘이 적어짐에 따라 스퀴즈 효과에 의한 하중지지가 중요해진다.

참 고 문 헌

1. Zhu, D. and Cheng, H. S. "A numerical analysis for piston skirt in mixed lubrication", Research report, Northwestern Univ, 1991
2. Griffiths, W, J. and Skorecki, J. "Some aspect of vibration on a single cylinder diesel engine", J. Sound Vibration, 1964, v1, n4, pp345-364
3. Knoll, G. D. and Peeken, H. J. "Hydrodynamic lubrication of piston skirt", Trans. ASME , J. Lubric. Technol., 1982, v104, pp504-509
4. Suzuki T, Fujimoto Y, Ochiai Y and Ikihara T. "Numerical simulation of oil film distribution over a piston skirt", 日本機械學會論文集(C編) , 1989, 55卷511號
5. Shiao Y. J, Moskwa J. J. "An investigation of load force and dynamic error magnitude using the lumped mass connecting rod model"
6. Liu, K, Xie Y. B. and Gui C. L "A comprehensive study of the friction and dynamic motion of the piston assembly", Proc Instn Mech Engnsr part J, 1998, v212, pp221-226
7. Patir, N., and Cheng, H. S. "An average flow model for determining effects of three dimensional roughness on partial hydrodynamic lubrication", ASME J. of lubric. tech., v100, n1, pp.12-17