그루브형상을 고려한 빗살무늬저널베어링의 유한요소해석

신동우, 임윤철*

연세대학교 기계공학과 대학원

*연세대학교 기계전자공학부

An Analysis of Herringbone Groove Journal Bearing Considering Groove Shape

Dong-woo Shin, Yoon-chul Rhim*

Graduate School, Yonsei Univ.

*School of Electrical & Mechanical Eng., Yonsei Univ.

ABSTRACT

Herringbone groove journal bearing (HGJB) is developed to improve the static and dynamic performances of hydrodynamic journal bearing. Conventional studies on HGJB were based on the Narrow Groove theory assuming that the number of grooves approaches infinity. In this study, an oil lubricated HGJB is analyzed using Finite Element Method. Load carrying capacity, attitude angle, stiffness and damping coefficients are obtained numerically for various bearing configurations especially for the inclined width ratio and asymmetric ratio and compared with the results obtained using Finite Volume Method. The bearing load and stability characteristics are dependent on geometric parameters such as inclined width ratio, asymmetric ratio, groove depth ratio, groove width ratio, groove angle.

Key words: Herringbone groove journal bearing, load, stability, FEM, Inclined Width Ratio

1. 서론

1940 년대 말부터 관심을 갖기 시작한 빗살무늬 저널베어링 (Herringbone-Groove Journal Bearing)은 1960 년대 중반부터 적절한 모델링을 통한 이론적 해석기법이 정립되면서 활발히 연구되기 시작하였는데[1], 실험과 더불어 그 특성들이 정량적으로 규명되면서 주로 고속 회전하는 터보기계의 회전축 지지용 베어링의 강성을 높이고 안정성을 향상시키기 위한 목적으로 검토되었다[2-3]. Vohr and Chow[4]등은 특히 가스윤활 빗살무늬 저널베어링에 대해 협곡이론(Narrow Groove Theory)을 적용하여 압력분포를 계산하였고, Kawabata, et al.[5], Bootsma[6]등에 의해 협곡이론을 적용한 연구가 계속 이어졌다. 그러나 80 년대 후반부터 협곡이론을 바탕으로 한 계산은 홈

의 수가 적을 경우에는 적용상 한계가 있다고 판단되어 홈수의 영향을 고려하기 위해 Bonneau and Absi[7]등이 압축성 유체에 대한 레이놀즈 방정식을 사용하여 유한요소법으로 강성계수 및 감쇠계수를 구하였다. 강경필, 임윤철[8,9]등은 직각단면이 아닌 원호홈을 가진 빗살무늬 저널베어링에 대한 해석을 하였다. 또 Nicole Zirkelback [10]는 유한요소법으로 빗살무늬 저널베어링 형상변수에 따른 성능에 대한 해석을 하였다.

그러나 많은 논문들이 빗살무늬 홈의 형상을 해석함에 있어서 홈의 벽면을 직각으로 가정하고 수치해석을 하였으나 실제 계산된 결과는 수직홈이 아닌 비스듬한 벽면에 대한 결과들이었으며 빗살무늬의 비대칭성에 대한 언급은 없었다. 본 논문에서는 이러한 영향을 수치적으로 계산하여 기존의 결과와 비교하였다.

2. 해석

2.1 지배방정식

빗살무늬 저널베어링은 Fig. 1 과 같이 베어링 면에 빗살무늬 형상의 홈을 가공한 저널베어링이다. 베어링의 성능계산시 홈의 주요한 형상변수로서 Fig. 1 에 도시된 홈폭비(α=lg/l), 꺾임각(β), 홈깊이비(γ=hg/hr), 비대칭비(δ=Ds/D)등이 있다.

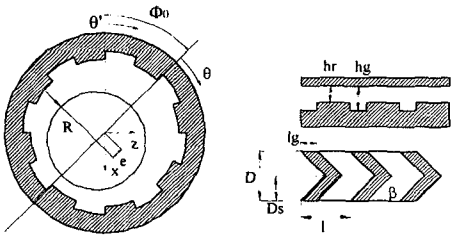

Fig.1 Schematic of Herringbone-groove journal bearing and definitions of bearing- parameters (Groove Width Ratio(α=lg/l), Groove Angle (β), Groove Depth Ratio(γ=hg/hr), Asymmetric Ratio(δ=Ds/D))

빗살무늬 저널베어링의 간극은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{cases} h = c + e\cos\theta + h_g & \rightarrow groove\ part \\ h = c + e\cos\theta & \rightarrow ridge\ part \end{cases}$$

이 간극에 따른 steady state 에서의 압력분포를 얻기 위하여 점성이 일정하다고 가정할 경우 다음과 같은 비압축성 유체에 대한 레이놀즈방정식을 이용한다.

$$\frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{h^3}{12\mu}\frac{\partial p}{\partial\theta}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{h^3}{12\mu}\frac{\partial p}{\partial y}\right)=\frac{1}{2}\omega\frac{\partial h}{\partial\theta} \qquad (2)$$

베어링의 강성계수와 감쇠계수는 회전축의 미소변위에 의한 압력의 미소변동분을 고려한 섭동법(perturbation method)을 사용하여 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} p &= (p)_0 + \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_0\Delta x + \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_0\Delta z + \left(\frac{\partial p}{\partial \dot{x}}\right)_0\Delta\dot{x} + \left(\frac{\partial p}{\partial \dot{z}}\right)_0\Delta\dot{z} \\ &= (p)_0 + p_x\Delta x + p_z\Delta z + p_{\dot{x}}\Delta\dot{x} + p_{\dot{z}}\Delta\dot{z} \end{aligned} \qquad (3)$$

또한 미소변위에 의한 간극의 변화는 다음과 같다.

$$h = h_0 + \Delta x \cos\theta' + \Delta z \sin\theta'$$

$$\frac{dh}{dt} = \Delta\dot{x} \cos\theta' + \Delta\dot{z} \sin\theta'$$

$$\begin{cases} h_0 = c + e_0 \cos(\theta' - \Phi_0) + h_g & \rightarrow \textit{groove part} \\ h_0 = c + e_0 \cos(\theta' - \Phi_0) & \rightarrow \textit{ridge part} \end{cases} \tag{4}$$

여기서 Φ_0는 자세각이며 θ'는 고정좌표계를 의미한다. 위의 간극식을 다음의 고정좌표계에 대한 레이놀즈방정식에 대입한다.

$$\frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial\theta'}\left(\frac{h^3}{12\mu}\frac{\partial p}{\partial\theta'}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{h^3}{12\mu}\frac{\partial p}{\partial y}\right) = \frac{1}{2}\omega\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} \tag{5}$$

식(3)과 식(4)를 식(5)에 대입하여 $O(1)$, $O(\Delta x)$, $O(\Delta z)$, $O(\Delta\dot{x})$, $O(\Delta\dot{z})$의 각 항에 대해서 정리하면 p_0, p_x, p_z, $p_{\dot{x}}$, $p_{\dot{z}}$에 대한 방정식을 얻을 수 있다. 이 방정식을 각각 풀어 하중, 자세각, 강성계수, 감쇠계수등을 구할 수 있다. 여기서 하중은 $F = \dfrac{f}{6\mu\omega(R/c)^2 LD}$로 무차원하였다.

먼저 p_0를 구한다음 p_x, p_z, $p_{\dot{x}}$, $p_{\dot{z}}$를 구하며, 각각의 식을 풀기 위한 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &p_0 = p_a \quad at \quad y = 0,\ L \\ &p_0(\theta) = p_0(\theta + 2\pi) \\ &p_i = 0 \quad at \quad y = 0,\ L \\ &p_i(\theta') = p_i(\theta' + 2\pi), \quad i = x,\ z,\ \dot{x},\ \dot{z} \end{aligned} \tag{6}$$

2.2 유한요소해석

유한요소 수식화에는 여러 가지 접근 방법이 있으나 모두 같은 대수행렬 방정식을 얻게 된다. 이에는 직접법, 변분법 및 가중잔류치법 등이 있다. 지배방정식과 경계조건으로 설정된 문제에 대한 유한요소 근사해를 구하는 데는 가중잔류치법이 가장 광범위한 문제에 적용할 수 있기 때문에 본 연구에서는 가중잔류치법 중에서도 가장 널리 쓰이는 Galerkin Method를 선택하여 해석하였다.

풀고자 하는 식은 2차원 field 문제이므로 다음과 같이 쓸 수 있다

$$A\frac{\partial^2 p}{\partial\theta'^2} + B\frac{\partial p}{\partial\theta'} + C\frac{\partial^2 p}{\partial y^{*2}} + D\frac{\partial p}{\partial y^*} = E \tag{7}$$

여기서 A, B, C, D, E는 간극값 h_0에 따라 각 node에서 다른 값을 갖는다. 대수행렬 방정식을 얻기 위한 각 element에서의 잔류치는 다음과 같다.

$$\left\{R^{(e)}\right\} = -\int_A [N]^T \left(A\frac{\partial^2 p}{\partial\theta'^2} + B\frac{\partial p}{\partial\theta'} + C\frac{\partial^2 p}{\partial y^{*2}} + D\frac{\partial p}{\partial y^*} - E\right) dA \tag{8}$$

여기서 (e)는 각 element를 뜻하고 $[N]^T$은 element 형상함수를 포함하는 열벡터이다. 식(8)을 Green's theorem을 이용하여 정리하면 다음과 같다.

$$\left\{R^{(e)}\right\} = -\int_\Gamma [N]^T \left(A\frac{\partial p}{\partial\theta'}\cos\theta + C\frac{\partial p}{\partial y^*}\sin\theta\right) d\Gamma + \int_A E[N]^T dA + \int_A \left\{ [N]^T \left(A\frac{\partial [N]^T}{\partial\theta'}\frac{\partial p}{\partial\theta'} - B\frac{\partial p}{\partial\theta'} + C\frac{\partial [N]^T}{\partial y^*}\frac{\partial p}{\partial y^*} - D\frac{\partial p}{\partial y^*}\right)\right\} dA \tag{9}$$

$p^{(e)} = [N]^T \{P^{(e)}\}$의 관계를 대입함으로써 최종형태를 얻을 수 있다.

$$\left\{R^{(e)}\right\} = -\int_{\Gamma}[N]^{T}(A\frac{\partial p}{\partial \theta'}\cos\theta + C\cdot\frac{\partial p}{\partial y^{*}}\sin\theta)d\Gamma + \int_{A}E[N]^{T}dA +$$
$$(\int_{A}(A\frac{\partial[N]^{T}}{\partial\theta'}\frac{\partial[N]}{\partial\theta'} - B\frac{\partial[N]}{\partial\theta'} + C\cdot\frac{\partial[N]^{T}}{\partial y^{*}}\frac{\partial[N]}{\partial y^{*}} - D\frac{\partial[N]}{\partial y^{*}})dA)\{P^{(e)}\}$$

(10)

결국 각 element 에 대한 stiffness matrix 와 force vector 는 다음과 같다.

$$\left\{k^{(e)}\right\} = \int_{A}(A\frac{\partial[N]^{T}}{\partial\theta'}\frac{\partial[N]}{\partial\theta'} - B\frac{\partial[N]}{\partial\theta'} + C\cdot\frac{\partial[N]^{T}}{\partial y^{*}}\frac{\partial[N]}{\partial y^{*}} - D\frac{\partial[N]}{\partial y^{*}})dA$$
$$\{f^{(e)}\} = -\int_{A}E[N]^{T}dA$$

(11)

8 개의 node 를 갖는 quadratic element 에 9-point Gauss-Legendre 적분기법을 이용하여 적분하고 각 element 에 대한 stiffness matrix 와 force vector 는 direct stiffness method 로 전체 stiffness matrix 와 force vector 로 합성되고 이렇게 구성된 대수행렬 방정식을 skyline method 기법으로 푼다.

2.3 안정성 판별해석

질량이 m 인 회전체의 운동방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{Bmatrix}\begin{pmatrix}\Delta\ddot{x}\\ \Delta\ddot{z}\end{pmatrix} + \begin{bmatrix} c_{xx}c_{xz}\\ c_{zx}c_{zz}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\Delta\dot{x}\\ \Delta\dot{z}\end{pmatrix} + \begin{bmatrix} k_{xx}k_{xz}\\ k_{zx}k_{zz}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\Delta x\\ \Delta z\end{pmatrix} = 0$$

(12)

식(12)에 대한 homogeneous 해는 복소수를 이용하여 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$\begin{pmatrix}\Delta x\\ \Delta z\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x_h\\ z_h\end{pmatrix}\exp^{\overline{\Omega}t\omega} \qquad where \quad \overline{\Omega} = \frac{\Omega}{\omega} \qquad (13)$$

여기서 $\overline{\Omega}$ 는 저널의 휘각속도이며, $\overline{\Omega} = -\overline{\Omega}_d + i\overline{\Omega}_v$ 이다. 식(13)을 식(12)에 대입하여 정리하면

$$\begin{Bmatrix} \overline{\Omega}^2 M_a + \overline{\Omega}C_{XX} + K_{XX} & \overline{\Omega}C_{XZ} + K_{XZ} \\ \overline{\Omega}C_{ZX} + K_{ZX} & \overline{\Omega}^2 M_a + \overline{\Omega}C_{ZZ} + K_{ZZ}\end{Bmatrix}$$
$$\begin{pmatrix}x_h\\ y_h\end{pmatrix}\exp^{\overline{\Omega}t\omega} = \begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$$
$$where\ M_a = \frac{cm\omega^2}{6\mu\omega(R/c)^2 LD}$$
$$\begin{Bmatrix} K_{XX}K_{ZX}\\ K_{XZ}K_{ZZ}\end{Bmatrix} = \frac{c}{6\mu\omega(R/c)^2 LD}\begin{bmatrix} k_{xx}k_{xz}\\ k_{zx}k_{zz}\end{bmatrix}$$
$$\begin{Bmatrix} C_{XX}C_{ZX}\\ C_{XZ}C_{ZZ}\end{Bmatrix} = \frac{c\omega}{6\mu\omega(R/c)^2 LD}\begin{bmatrix} c_{xx}c_{xz}\\ c_{zx}c_{zz}\end{bmatrix}$$

(14)

식(14)에서 $x_h = z_h = 0$ 은 해가 될 수 없으므로, 다음 조건식이 만족되어야 한다.

$$\det\begin{Bmatrix} \overline{\Omega}^2 M_a + \overline{\Omega}C_{XX} + K_{XX} & \overline{\Omega}C_{ZX} + K_{ZX} \\ \overline{\Omega}C_{ZX} + K_{ZX} & \overline{\Omega}^2 M_a + \overline{\Omega}C_{ZZ} + K_{ZZ}\end{Bmatrix} = 0$$

(15)

$\overline{\Omega} = -\overline{\Omega}_d + i\overline{\Omega}_v$ 를 식(15)에 대입하고 $\overline{\Omega}_d = 0$ 일 때를 베어링이 불안정해지는 시점이라고 할 수 있으므로 $\overline{\Omega}_d = 0$ 일 때의 M_a 값을 $(M_a)_{cr}$ 이라고 하면 M_a 가 $(M_a)_{cr}$ 보다 작으면 시스템은 안정할 것이고($\overline{\Omega}_d > 0$), M_a 가 $(M_a)_{cr}$ 보다 크면 시스템은 불안정해 질 것이다 ($\overline{\Omega}_d < 0$). 따라서 베어링이 불안정한지 아닌지는 여러 dynamic parameter 의 조합에 의하여 결정된다.

3. 결과 및 고찰

3.1 압력분포

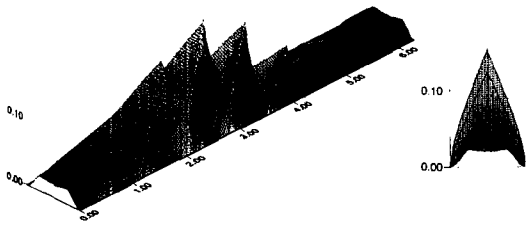

Fig. 2 Pressure distribution for 8-groove journal bearing (ε=0.3, α=0.5, β=30, γ=2, δ=0.5)

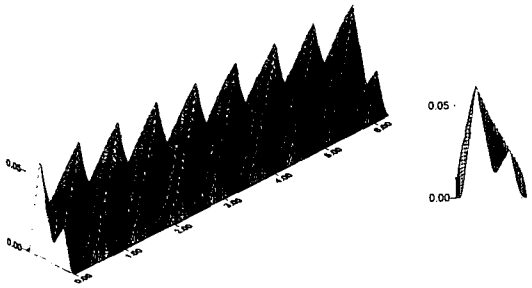

Fig. 3 Pressure distribution for 8-groove journal bearing (ε=0.0, α=0.5, β=30, γ=2, δ=0.7)

Figure 2 에서 보듯이 빗살무늬 저널베어링의 압력분포는 8 개의 빗살무늬의 홈을 따라 압력이 상승한다. Figure 3 은 편심율이 0 이고 비대칭적인 형상일 때의 압력분포이다. 동심부근에서도 홈을 따라 압력이 발생하여 플래인 저널베어링에 비해서 높은 강성과 안정성을 보이며 압력이 비대칭으로 발생하기 때문에 유량은 어느 한 쪽 방향으로 생기게 된다.

3.2 FVM 결과와의 비교

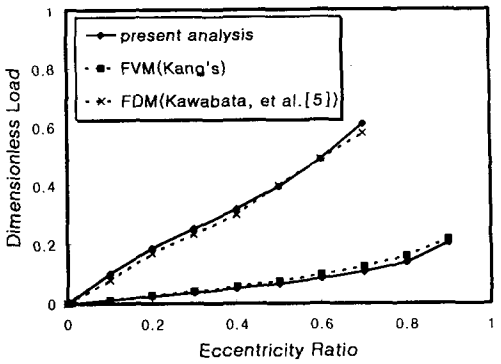

Fig. 4 Dimensionless load capacity (α=0.5, β=30, γ=2, δ=0.5, L/D=1)

본 연구의 결과를 FVM 과 Kawabata et. Al.[5]의 결과와 비교하였다. Figure 4 에서 보듯이 전체 편심율 영역에 대해서 Kawabata et. al.[5]의 결과와 비교적 잘 일치하였고 FVM 과의 비교에서는 하중지지능력은 조금 작은 경향을 나타내었다. 이는 FVM 의 경우 cavitation 을 고려하기 위해 Swift-Stieber 조건을 사용한데 반해 본 연구에서는 Half-sommerfeld boundary condition 을 사용하였기 때문이라고 생각된다.

3.3 그루브 옆면의 기울어진 영향

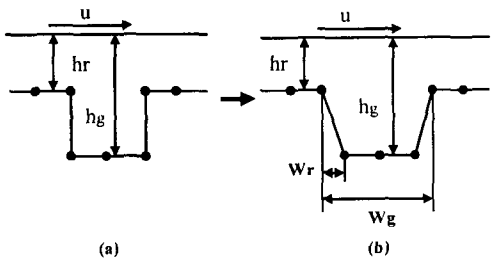

Fig. 5 Numerical domain of groove geometry and definition of Inclined Width Ratio (Wr/Wg)

그루브가 사각단면일 경우, Fig. 5 의 (a)와 같은 모양을 갖는 그루브를 해석해야 하지만 같은 θ' 좌표값을 갖는 절점에서 2 개의 다른 간극값을 갖게 되기 때문에 특이점 문제가 발생하며 따라서 기존의 많은 수치해석에서는 (b)와 같이 등간격으로 절점을 형성시키고, 위치에 따른 간극값을 부여하여 계산하였다. 즉, 수직으로 형성되어야 할 그루브의 옆면이 수치해석상 불가피하게 비스듬하게 되었으며 본 연구에서는 이 옆면의 기울어진 각도에 따른 특성의 변화를 살펴보고자 그루브의 빗면에 element 를 첨가하여 계산하였다.

그루브의 기울어짐에 대한 변수는 경사폭비로서 그루브의 폭에 대한 기울어진 부분의 폭비로 정의하였다.

Figure 6 은 편심율 0.01, 꺾임각 30 도, 홈폭비 0.5 에서 경사폭비에 대한 무차원 하중의 변화를 나타낸다. 모든 홈깊이비에 대해서 경사폭비가 커짐에 따라 비슷한 기울기로 하중이 증가하는 경향이 나타났다.

Figure 7 은 Fig. 6 과 같은 경우의 경사폭비에 대한 자세각의 변화를 나타낸다. 모든 홈깊이비에 대해서 비슷한 기울기를 갖고 자세각이 경사폭비 증가에 따라 증가하는 경향을 나타내었다. Figure 8 은 같은 경우의 불안정시작속도를 나타낸 것이다. 홈깊이비가 1.5 인 경우에는 경사폭비가 커짐에 따라서 작아지는 경향이 나타났지만 홈깊이비 2.0 에서는 증가하다가 감소하는 경향이 나타났고 홈깊이비 2.5 인 경우는 처음부터 증가하는 경향이 나타났다. 이것으로 보아 특정 홈깊이비에 대해서 직각홈인 그루브보다 더 나은 안정성을 갖는 그루브의 형상이 있음을 알 수 있다.

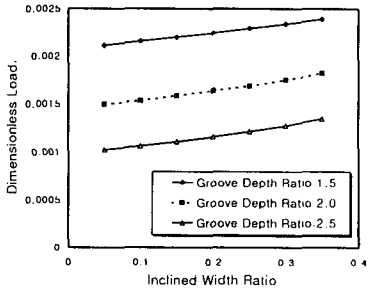

Fig. 6 Dimensionless Load vs. inclined width ratio(α=0.5, β=30, ε=0.01)

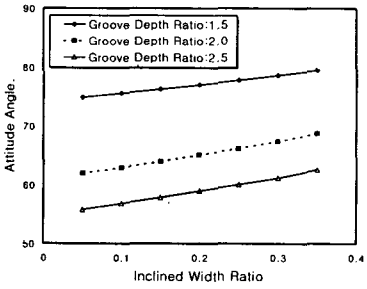

Fig. 7 Attitude angle vs. inclined width ratio(α=0.5, β=30, ε=0.01)

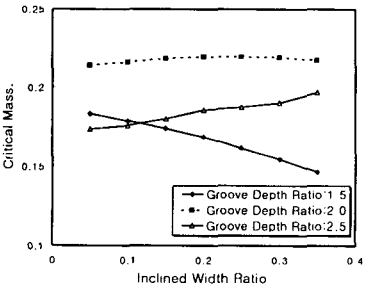

Fig. 8 Critical Mass Parameter vs. inclined width ratio(α=0.5, β=30, ε=0.01)

3.4 비대칭적인 형상의 영향

Figure 9 부터 Fig. 11 까지는 비대칭적인 형상을 갖는 베어링에 대한 해석의 결과를 보여준다. Figure 9 는 비대칭비에 대한 불안정 시작속도와 자세각을 보여주는데 대칭적인 형상을 가질 때(δ=0.5) 가장 높은 안정성과 가장 낮은 자세각을 보였다. 여기서 불안정 시작속도와 자세각은 서로 반대되는 경향이 있음을 알 수 있다. Figure 10 과 Fig. 11 은 비대칭비에 대한 그루브중심에서의 축 방향 유량을 보여준다. 대칭인 형상을 가질 때 그루브의 중심에서 축방향으로 흘러나가는 유량이 0 이고 비대칭비가 커짐에 따라 축방향으로 흘러나가는 유량이 커짐을 알 수 있다. 또한 홈폭비와 홈깊이비가 커질수록, 즉 베어링의 단면에서 그루브가 차지하는 비율이 커질수록 축 방향으로 유량이 커짐을 알 수 있다. Figure 10 과 Fig. 11 에서 유량 q 는 4Q/cωLD 로 무차원화하였다.

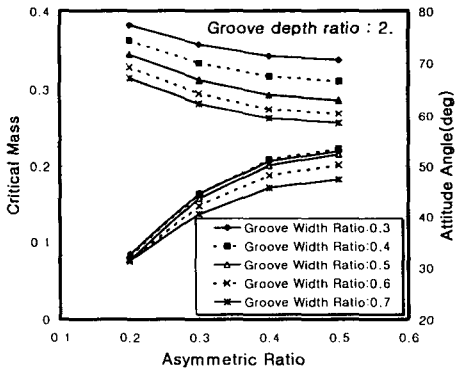

Fig. 9 Critical Mass Parameter vs. asymmetrical ratio (β=30, ε=0.01)

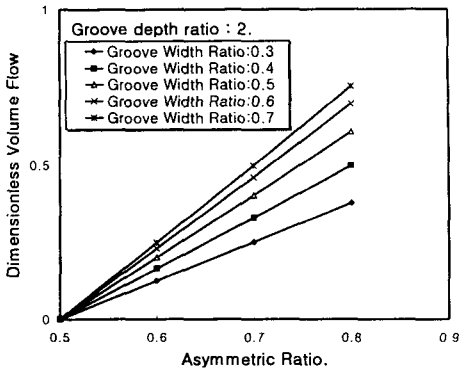

Fig. 10 Dimensionless volume flow rate in center line of groove vs. asymmetric ratio(β=30, ε=0.0)

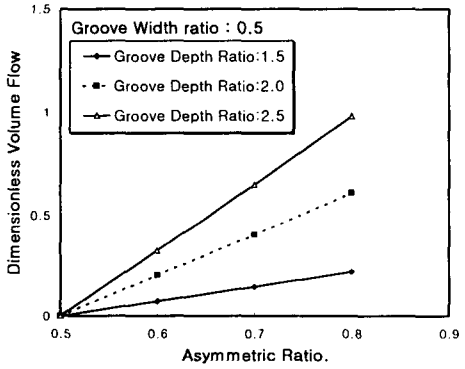

Fig. 11 Dimensionless volume flow rate in center line of groove vs. asymmetric ratio(α=0.5, ε=0.0)

4. 결론

비압축성 유체를 사용한 빗살무늬 저널베어링을 유한요소법을 사용하여 해석한 결과로부터 얻은 정적, 동적 특성에 대하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 수치해석상 불가피한 그루브의 기울어

짐에 대한 효과를 보기 위하여 경사폭비라는 변수를 정의하여 낮은 편심율 영역에서 해석을 한 결과 경사폭비 증가에 따라 하중과 자세각은 서서히 증가하였으며, 불안정 시작속도는 홈깊이비에 따라 다른 경향을 나타내었다.

2. 비대칭적인 형상을 갖는 빗살무늬 저널베어링에 대해 해석한 결과 대칭적인 형상을 갖는 베어링이 낮은 자세각과 불안정 시작속도를 나타내었고 비대칭비가 커질수록 홈폭비와 홈깊이비가 커질수록 축 방향 유량은 증가하였다.

후 기

본 연구는 연세대학교 교내연구비(과제번호 : 95062)의 지원을 받아 이루어졌으며 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

5. 참고문헌

[1] Vohr, J. H., and Pan, C. H. T., 1963, "On the Spiral-Groove, Self-Acting Gas Bearing," MTI Technical Report MT163TR52, Prepared Under Office of Naval Research Contract Nonr-3700(00), Task NR061-131.

[2] Malanoski, S. B., 1967, "Experiments on an Ultrastable Gas Journal Bearing,"Journal of Lubrication Technology, Trans ASME, Series F, Vol.89, No.4, pp. 433-438.

[3] Cunningham, R. E., Fleming, D. P., and Anderson, W. J., 1969, "Experimental Stability Studies of the Herringbone Groove Gas-Lubricated Journal Bearings," Journal of Lubrication Technology, pp. 52-59.

[4] Vohr, J. H., and Chow, C. Y., 1965, "Characteristics of Herringbone-Groove Gas Lubrication Journal Bearings," ASME Journal of Basic Engineering, Vol. 87, pp. 568-578.

[5] Kawabata, Ozawa,Kamaya, Miyake, "Static Characteristics of the Regular and Reversible Rotation Type Herringbone Groove Journal Bearing, Journal of tribology, Vol.111, July 1989

[6] Bootsma, J., 1975, "Liquid-Lubricated Spiral Groove Bearings," Thesis, Technological University, Delft, The Netherlands.

[7] Bonneau, D., and Absi, J., 1994, "Analysis of Aerodynamic Journal Bearings with Small Number of Herringbone Grooves by Finite Element Method," Journal of Tribology, Vol. 116, pp. 698-704.

[8] 강경필, 임윤철,1996, "오일윤활 원호홈 단면 저어널 베어링에 대한 수치해석",대한기계학회 춘계학술대회

[9] 강경필, 임윤철, "오일윤활 빗살무늬 저널 베어링에 대한 정특성 및 안정성 해석", 대한기계학회 논문집 A 권, 제 22 권 제 4 호, pp859-867,1998

[10] Nicole Zirkelback and Luis San Andres " Finite Element Analysis of Herringbone Groove Journal Bearings:A Parametric Study." ASME Journal of Tribology, Vol. 120. pp234-240