Simulated Annealing 알고리즘을 이용한 Rural Postman Problem 해법

강명주* · 한치근*

* 경희대학교 전자계산공학과

Abstract

본 논문에서는 실생활의 다양한 문제를 풀기 위한 기본적 그래프 문제 중 Rural Postman Problem (RPP)에 대한 해법으로 Simulated Annealing 알고리즘 제안한다.

RPP는 주어진 특정의 에지의 집합을 반드시 한번 이상 경유하여 처음 위치로 되돌아오는 최소 비용 경로 문제이다. 즉, 노드의 집합 V와 에지의 집합 E, 그리고 반드시 한번 이상 경유해야 하는 에지의 집합 E′(⊆ E)으로 구성된 무방향 그래프 G = (V, E, E′)에서 에지의 집합 E′을 반드시 한번 이상 모두 거치는 최소 비용의 경로를 구하는 문제로서, NP-Complete 문제로 알려져 있다.

RPP는 노드 중심의 문제인 TSP와는 달리 에지 중심의 문제이다. 즉, 실제 도로상에서 교차점을 중심으로 라우팅이 이루어지는 것이 TSP가 되며, 도로를 중심으로 라우팅이 이루어지는 것이 RPP가 된다.

다음은 RPP를 위한 매개 변수 및 수식 표현을 나타내고 있다.

<u>**매개변수 :**</u>

$e_i = (e_i^1, e_i^2)$ (∈ E′) : E′의 i번째 에지.

e_i^1 (∈ V) : i번째 에지(∈ E′)의 시작노드.

e_i^2 (∈ V) : i번째 에지(∈ E′)의 끝노드.

$d_{e_i^2, e_{i+1}^1}$: e_i^2 에서 e_{i+1}^1 까지의 최소 비용. 즉, 디코딩에서 생성된 라우팅에서 i번째 에지의 끝노드와 (i+1)번째 에지의 시작노드 사이에 경유되는 중간 경로의 최소 비용.

c_{e_i}(ei∈ E′): i번째 에지의 비용, 즉, 디코딩에서 생성된 라우팅에서 E′에 속하는 i번째 에지의 시작노드와 끝노드 사이의 비용.

C : 라우팅 비용 목적함수.

RRP의 정의에 의해, 방문하는 각 에지에서의 비용과 다음에 방문하는 에지까지의 최소 비용을 모두 구함으로써 RPP의 최소 비용을 구할 수 있다. (식 1)은 RPP의 최소 라우팅 비용을 구하기 위한 목적함수 있다.

<u>목적함수 :</u>

$$\text{Minimize} \quad C = \sum_{i=1}^{n} (c_{e_i} + d_{e_i^2, e_{i+1}^l}) \qquad (\text{식 } 1)$$

여기서, i는 방문하는 에지의 순서를 나타내며, $n=|E'|$이다. 그리고 만일 i=n이면 i+1 = 1로 한다. 즉, 시작 지점에서 출발하여 시작 지점에서 종료한다.

SA 알고리즘은 금속 담금질 과정의 시뮬레이션에 의해 조합 최적화 문제를 해결하기 위한 방법으로, 조합 최적화 문제에서의 비용 함수와 금속 담금질의 자유에너지 사이의 관계, 조합 최적화 문제의 해와 금속 담금질에서의 물리적 상태의 관계를 정립하여 컴퓨터 알고리즘으로 개발된 것이다.

특히, SA 알고리즘은 지역해(Local Optima)를 탈피하기 위하여 냉각 스케줄(Cooling Schedule)과 메트로폴리스(Metropolis) 알고리즘을 적용한다. 메트로폴리스 알고리즘은 현재 상태의 온도에 대한 지수 함수로 표현되며 확률적인 방법에 따라 지역해를 탈피하는 알고리즘이다. 이 때 적용되는 현재 상태의 온도는 냉각 스케줄에 따라 구해지는 값이 된다. 따라서, 냉각 스케줄을 어떻게 구성하느냐에 따라 메트로폴리스 알고리즘 및 전체 SA 알고리즘의 성능에 큰 영향을 준다. 따라서, 본 논문에서는 RPP를 위한 새로운 냉각 스케줄을 제안하고, 제안된 SA 알고리즘과 기존의 SA 알고리즘의 성능을 비교 분석한다.

다음은 기존의 냉각 스케줄과 본 논문에서 제안한 냉각 스케줄을 나타낸다.

$$T(k) = 0.9 \times T(k-1) \qquad (\text{식 } 2)$$

$$T(k) = \frac{T_0}{\log(1+k)} \qquad (\text{식 } 3)$$

$$T(k) = \frac{T_0}{1+\sqrt{0.1 \times k}} \qquad (\text{식 } 4)$$

(식 2)와 (식 3)은 기존의 냉각 스케줄을 나타내며, (식 4)는 본 논문에서 제안한 냉각 스케줄을 나타낸다. (식 2)는 (식 4)에 비해 낮은 온도 상태로 너무 일찍 내려가서 안정된 상태를 유지함으로써 조기 수렴(Premature Convergence)이 될 가능성이 높고, (식 3)은 (식 4)에 비해 높은 온도에서 시작되고 또한 보다 일찍 안정된 상태를 유지하지만 일정한 상태 이후에는 (식 4)가 더 낮은 온도에서 안정된 상태를 유지하게 된다.

실험에서는 총 28가지의 RPP 문제들에 대해 동일한 실험 환경 하에서 기존의 SA 방법과 본 논문에서 제안한 SA 방법의 성능을 비교 분석하였다. 실험 결과에서는 기존의 냉각 스케줄에 의한 SA 알고리즘에서는 비교적 문제 크기가 작은 문제들에 대해서는 수렴 속도 면에서 좋은 결과를 얻었지만, 비교적 문제 크기가 큰 문제들에 대해서는 본 연구에서 제안한 냉각 스케줄에 의한 SA 알고리즘이 근사 최적해와 수렴 속도 면에서 좋은 결과를 얻을 수 있었다.