

회전기계 계통을 가동시키는 직류전동기의 데드비트제어시스템 연구

(A Study on Deadbeat Control System of DC Motor Driving a Rotational Mechanical System)

송 자 윤*
(Ja-Youn Song)

요약 이 연구는 인쇄기제어와 같은 기어를 포함한 직류전동기로 가동되는 회전계통 플랜트의 제어에 관해서 적분제어기와 전차수 상태관측기 및 영차홀드로 구성되는 데드비트제어시스템을 제안하고 있다. 샘플링된 연속데이터시스템의 응답은 샘플링사이에 리플이 발생치 않도록 보장할 수 없지만, 제안된 데드비트제어시스템의 응답은 MATLAB시뮬레이션을 통한 사례연구의 결과, 상태귀환형 최적제어나 출력귀환형 제어시스템응답 등에 비하여 정정시간이 훨씬 빠르고, 주어진 샘플링주기 후에 리플없는 출력응답을 얻을 수 있음을 보여준다.

Abstract This paper presents a design of deadbeat control system for DC motor driving such a rotational mechanical system with gear as a printing machine. The deadbeat response design developed for control system of a sampled continuous-data process does not guarantee zero intersampling ripples, but the proposed deadbeat control system that consists of the integral controller and the full-order state observer, has many advantages such as an output response without the ripples, and settling time than the optimal control system in the same sampling period. The results of case study through MATLAB simulation are shown that the efficiency of the proposed controller for DC motor driving a rotational system with gear is verified by comparing with optimal controller etc..

1. 서 론

샘플링개념을 제어계에 최초로 적용한 예는 1897년 Gouy.G[2]에 의해 고안된 항온 보온제어이다. 오늘날 단순한 단일축 자동비행 조종장치계 들

* 인천전문대학 제어계측과 교수

은 전형적인 아날로그 혹은 연속계로서 이것 들은 이산시간계(디지털계)로 바뀌고 있으며 터빈과 발전기 등의 제어장치 등도 디지털화 되고 있다. 최근 제어계의 응용을 위한 특별한 목적의 마이크로 프로세서와 DSP (Digital Signal Processors)[2]는 아주 일반화되고 있는데, 이와 같은 이산시간계의 급속한 발전은 연속시간계보다 설계비가 경제적 이고, 소형이며, 잡음과 외란에 덜 민감함과 동

시에 DSP 등은 설계를 바꾸더라도 하드웨어를 바꿀 필요가 없기 때문이다. 이러한 관점에서 본 논문에서는 기어(gear)가 포함된 회전계통[3-5,7]에 적분제어기와 상태관측기를 적용한 데드비트제어기를 제안한다. 이러한 제어기를 이산시간계에서 설계하여 플랜트가 연속시간계인 경우는 영차홀드(Zoh)를 포함, MATLAB 프로그램을 사용해서 시뮬레이션[8-10]을 실행하고, 최적제어방식 등과 비교할 때, 제안된 데드비트제어시스템의 응답은 정정시간이 더 빠르고 정상상태에서 리플(ripple)이 발생하지 않는다는 것[1,2,6,11,12]을 입증해 보인다.

2. 플랜트시스템의 구성

기어를 가진 회전계통을 직류전동기에 의해서 가동시키는 플랜트시스템[7]은 다음 그림 1에 표시한 바와 같으며, 평형상태에서 이 시스템을 선

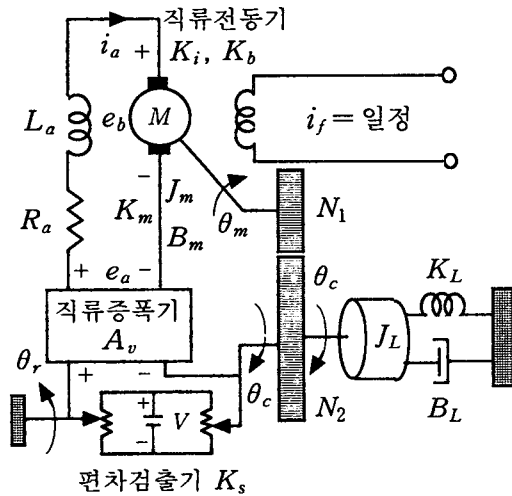


그림 1 기어를 포함한 회전계통 플랜트

형화한 방정식 들은 다음과 같이 주어진다.

$$i_a = -\frac{R_a}{L_a} i_a - \frac{K_b}{L_a} \omega_m + \frac{A_v K_s}{L_a} (\theta_r - n \theta_m) \quad (1)$$

$$\dot{\omega}_m = \frac{K_i}{J_{me}} i_a - \frac{B_{me}}{J_{me}} \omega_m - \frac{K_{me}}{J_{me}} \theta_m \quad (2)$$

$$\dot{\theta}_m = \omega_m \quad (3)$$

$$\theta_m = \frac{1}{n} \theta_c \quad (4)$$

여기서

$$n = N_1/N_2, \quad J_{me} = J_m + n^2 J_L$$

$$B_{me} = B_m + n^2 B_L, \quad K_{me} = K_m + n^2 K_L$$

i_a ; 전기자전류 [A]

e_b ; 전동기의 역기전력 [V]

θ_m ; 전동기의 회전각 [rad]

ω_m ; 전동기의 회전각속도 [rad/s]

θ_c ; 부하의 회전각 [rad]

이다. 따라서 플랜트의 연속시간계 상태방정식은

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (5)$$

$$y = Cx + Du \quad (6)$$

와 같고, 상태변수와 시스템행렬은 다음과 같이 주어진다.

$$x = \begin{bmatrix} i_a \\ \omega_m \\ \theta_m \end{bmatrix}, \quad y = \theta_m = \theta_c/n, \quad u = \theta_r$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{K_b}{L_a} & -\frac{n A_v K_s}{L_a} \\ \frac{K_i}{J_{me}} & -\frac{B_{me}}{J_{me}} & -\frac{K_{me}}{J_{me}} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{A_v K_s}{L_a} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [0 \ 0 \ 1], \quad D = [0]$$

3. 데드비트제어기 설계

데드비트제어기를 설계하기 위하여 연속시간계의 상태방정식 (5)와 (6)의 이산화는 다음 Matlab 명령[5], 즉

$$[G,H]=c2d(A,B,T) \quad (7)$$

를 사용하여 G와 H값을 계산할 수 있고, T는 이산시간계에 포함되는 샘플링주기이다. 따라서 식 (6)과 (7)로 된 플랜트는 다음과 같은 이산시간계의 상태방정식으로 표현된다.

$$x(n+1) = Gx(n) + Hu(n) \quad (8)$$

$$y(n) = Cx(n) + Du(n) \quad (9)$$

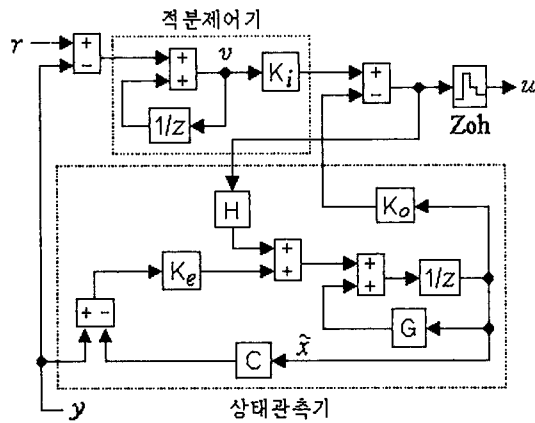


그림 2 데드비트제어기의 구성

제안된 데드비트제어기의 구성은 그림 2에 나타난 바와 같이 적분제어기와 전차수 상태관측기로 구성되어 있으며, 연속시간계의 플랜트제어를 위하여 영차홀드를 포함하고 있다.

제어기의 적분이득상수 K_i 와 상태귀환이득행렬 K_o 는 식 (10)과 같이 표현되며[5], \hat{K} 는 제어시스템의 특성방정식을 0으로 되게 하는 이득행렬이다.

$$[K_o \ ; \ K_i] = [\hat{K} + Q] \begin{bmatrix} G - I_n & H \\ \dots & \dots \\ CG & CH \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기서

$$\hat{K} = Q[\hat{H} \ \hat{G}\hat{H} \ \hat{G}^2\hat{H} \ \hat{G}^3\hat{H}]^{-1} \hat{G}^4$$

$$\hat{G} = \begin{bmatrix} G & \vdots & H \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \vdots & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{H} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$Q = [0 \ 0 \ 0 \ 1], \quad I_n; \text{ 단위행렬}$$

제안된 제어기에서 사용된 전차수 상태관측기의 상태귀환 이득행렬 K_e 는 Ackermann[5]의 공식에 의해서 다음과 같이 주어진다.

$$K_e = \varphi(G) \begin{bmatrix} C \\ CG \\ CG^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

여기서

$$\varphi(G) = G^3 + \alpha_1 G^2 + \alpha_2 G + \alpha_3 I$$

이고, 설계된 오차 다이내믹(error dynamics)의 특성다항식을 나타내며, 데드비트제어를 위해서 본 논문에는 $\varphi(G) = G^3$ 으로 선정하였다.

4. 데드비트제어시스템

제안된 데드비트제어기를 $D(z)$ 라 하고 데드비트 제어시스템을 구성하면 그림 3과 같이 나타낼 수 있다.

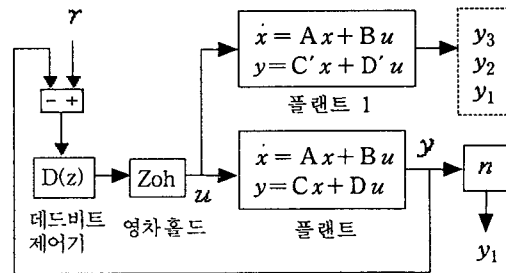


그림 3 데드비트제어시스템 (n : 기어비)

그림 3에서

$$\begin{bmatrix} y_3 \\ y_2 \\ y_1 \end{bmatrix} = C' \begin{bmatrix} i_a \\ \omega_m \\ \theta_m \end{bmatrix}, \quad C' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & n \end{bmatrix}, \quad D' = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

이다.

그림 2에서 적분제어기의 가동오차벡터 $v(n)$ 은

$$v(n) = v(n-1) + r(n) - y(n) \quad (12)$$

을 얻고, 실제 플랜트의 상태벡터를 $x(n)$, 관측된 상태벡터를 $\hat{x}(n)$ 이라고 할 때 관측된 상태오차벡터 $e(n)$ 을

$$e(n) = x(n) - \hat{x}(n) \quad (13)$$

으로 정의하면, 데드비트제어기의 제어신호 $u(n)$ 은

$$\begin{aligned} u(n) &= -K_o \hat{x}(n) + K_i v(n) \\ &= -K_o x(n) + K_i v(n) + K_o e(n) \end{aligned} \quad (14)$$

으로 되며, 식 (8),(9),(12),(14)에 의해서

$$\begin{aligned} v(n+1) &= v(n) + r(n+1) - y(n+1) \\ &= (-CG + CHK_o)x(n) \\ &\quad + (1 - CHK)v(n) \\ &\quad + (-CHK_o)e(n) + r(n+1) \end{aligned} \quad (15)$$

이 얻어진다. 따라서 플랜트 및 데드비트제어기를 포함한 시스템의 이산시간계 상태방정식은 식 (8) 과 (9)의 플랜트방정식에 식 (14)를 대입하여 정리하면 다음과 같이 구성된다.

$$\begin{bmatrix} x(n+1) \\ \vdots \\ v(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G - HK_o & \vdots & HK_i & \vdots & HK_o \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -CG + CHK_o & \vdots & 1 - CHK_i & \vdots & -CHK_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(n) \\ v(n) \\ e(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} r(n+1) \quad (16)$$

$$e(n+1) = (G - K_e C) e(n) \quad (17)$$

여기서 $r(n+1)$ 은 명령입력벡터 $r(n)$ 의 변환이며, 이를 정리하면 다음 그림 4와 같은 하나의 MATLAB 상태공간블록으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} x_o(n+1) = G_o x_o(n) + H_o u_o(n) \\ y_o(n) = C_o x_o(n) + D_o u_o(n) \end{bmatrix}$$

그림 4 데드비트제어시스템 상태공간블록

그림 4에서

$$x_o(n) = \begin{bmatrix} x(n) \\ v(n) \\ e(n) \end{bmatrix}, \quad u_o(n) = r(n+1)$$

$G_o =$

$$\begin{bmatrix} G - HK_o & \vdots & HK_i & \vdots & HK_o \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -CG + CHK_o & \vdots & 1 - CHK_i & \vdots & -CHK_o \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \vdots & 0 & \vdots & G - K_e C \end{bmatrix}$$

$$H_o = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

$$C_o = [C \ 0 \ 0 \ 0 \ 0], \quad D_o = [0]$$

표 1 기어를 포함한 회전계통의 제정수

검출기의 감도 [V/rad]	$K_s = 1$
직류증폭기의 증폭도 (가변)	$A_v = 5 \sim 10$
전동기의 전기자저항 [Ω]	$R_a = 2$
전동기의 전기자 인덕턴스[H]	$L_a = 0.01$
전동기의 회전자 관성모멘트 [$\text{kg} \cdot \text{m}^2$]	$J_m = 0.01$
전동기축의 점성 마찰계수 [$\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} / \text{rad}$]	$B_m = 0.01$
전동기축의 스프링상수 [$\text{N} \cdot \text{m} / \text{rad}$]	$K_m = 0.01$
부하의 관성모멘트 [$\text{kg} \cdot \text{m}^2$]	$J_L = 0.1$
부하축의 점성마찰계수 [$\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} / \text{rad}$]	$B_L = 0.01$
부하축의 스프링상수 [$\text{N} \cdot \text{m} / \text{rad}$]	$K_L = 0.01$
전동기회전력이 전기자전류에 비례하는 토크상수 [$\text{N} \cdot \text{m} / \text{A}$]	$K_i = 0.7$
전동기역기전력이 전동기속도에 비례하는 역기전력상수 [$\text{V} \cdot \text{s} / \text{rad}$]	$K_b = 1$
기어비(gear ratio)	$n = \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{10}$

5. 사례연구

본 논문에서 제안한 데드비트제어기의 성능검증을 위하여 연속시간계인 기어를 포함한 회전계통 플랜트 모형에 대하여 동일조건하에서 기존의 선형 최적제어기의 시간응답과 비교하였다. 이산시간계가 아닌 연속시간계 플랜트를 제어할 경우에는 두가지 모두 영차출드를 플랜트 제어입력측에 사용하였다. 표 1은 사례연구에 사용한 회전계통 플랜트모형의 제정수를 나타내며, 이것은 문헌[3] 등을 참조하여 임의로 설정한 값 들이며, 이 정수를 사용한 플랜트는 가제어성 및 가관측성을 가지게 됨을 알 수 있다.

사례 1 : 샘플링주기에 따른 변화

이 경우에 있어서 증폭기의 증폭도 A_v 를 10으로 설정하고 플랜트의 상태공간행렬과 상태관측기의 단위지연기(unit delay)에 초기값 1을 부하각에만 $[0 \ 0 \ 1]$ 와 같이 주고, 단위입력 r 을 0으로 하였다. 샘플링주기를 0.1[s]에서 1[s]까지 변경시켜 가면서 여러번 실행하고 그 결과를 검토하여 비교하기 편리한 샘플링주기를 0.5[s]와 0.7[s]로 임의 설정하여 실행한 시뮬레이션결과를 부하각 변위, 각속도 변위, 그리고 제어입력에 대하여 그림 5~그림 7에 각각 나타내었다. 그림에서 보는 바와 같이 샘플링주기의 증가에 따라 시스템의 초기응답을 살펴보면 부하각의 경우 정정시간이 약 1.3배로 증가, 각속도의 경우 응답은 2/3정도로 줄

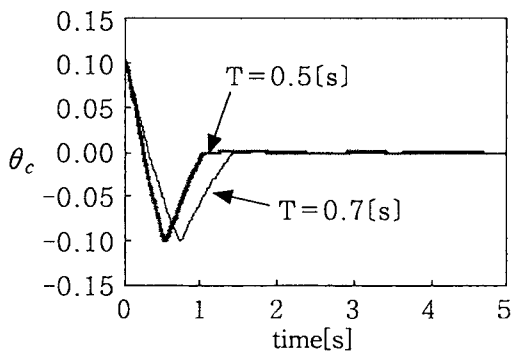


그림 5 초기값에 의한 부하각의 변화

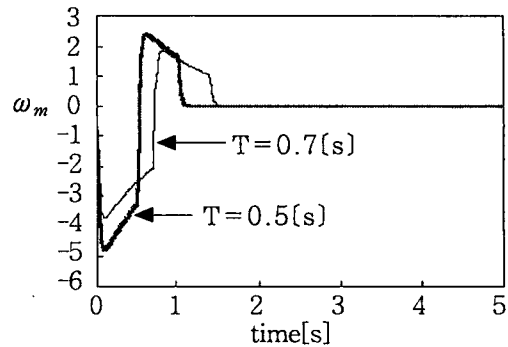


그림 6 초기값에 의한 각속도의 변화

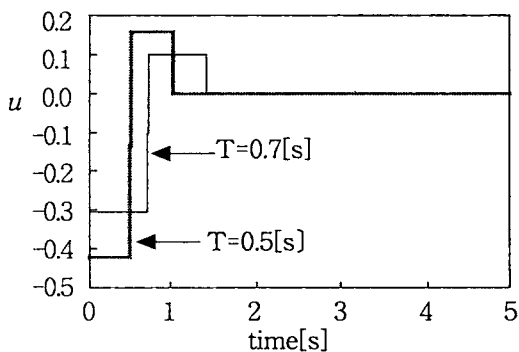


그림 7 초기값에 의한 제어입력의 변화

어 들지만 정정시간은 약 1.5배로 증가하고 있음을 보이고 있다.

사례 2 : 최적제어기와 비교

무제어 상태에서 증폭도를 1에서 2500정도까지 변화시킬 때 시스템의 초기응답은 증폭도가 1000 정도에서 심하게 진동하고, 2300정도가 넘으면 이 시스템은 발산을 하게되는 데, 이 경우에 제안된 데드비트제어 또는 최적제어를 실행하면 곧 안정화되고 정상상태로 되는 것을 볼 수 있다. 제안된 데드비트제어기와 선형 최적제어기의 비교를 위해서 샘플링주기 0.7[s]에서 증폭도 A_v 를 5로 똑같이 설정하여, 단위입력 r 을 1로 하였다. 적분제어기에 초기조건 $[0]$, 상태관측기의 단위지연기 및 플랜트 등에 초기조건 $[0 \ 0 \ 0]$ 을 놓은 상태에서 시뮬레이션을 실행하여 인디셜응답(indicial response)

을 비교하였고, 그 결과는 그림 8~그림 12에 보인 바와 같이 데드비트제어기의 경우에 정정시간은 선형 최적제어기의 경우보다 약 두 배가 더 빠르고, 또한 정정시간 후에 리플이 없는 안정상태에 이른다. 그리고 제어입력은 최적제어기보다 응답 초기에는 두 배 정도 크게 나타나지만, 정정시간은 두 배 정도 빠르다. 그림에서 제어를 하지않은 무제어상태의 응답과 비교하면 매우 큰 효과를 보이고 있다.

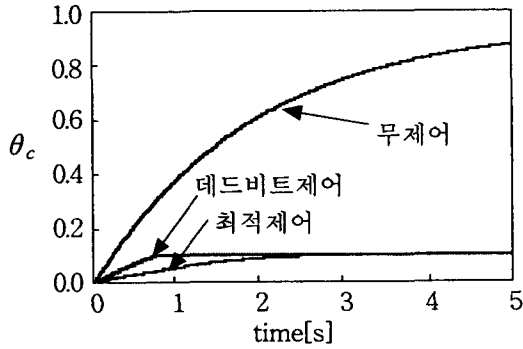


그림 8 부하각의 인디셜응답

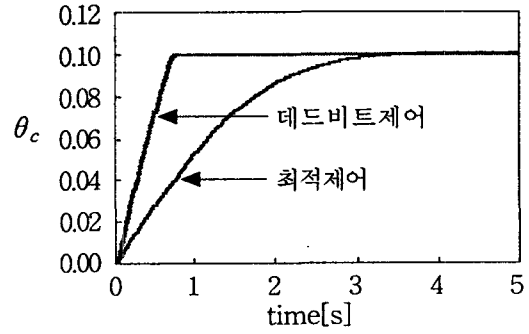


그림 11 부하각의 인디셜응답

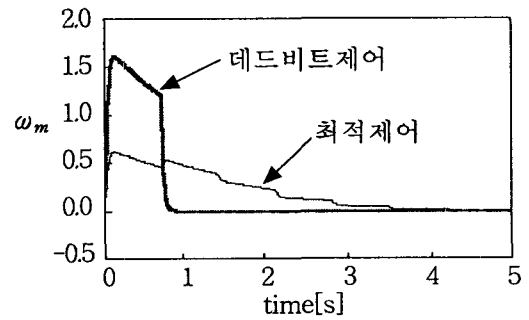


그림 12 각속도의 인디셜응답

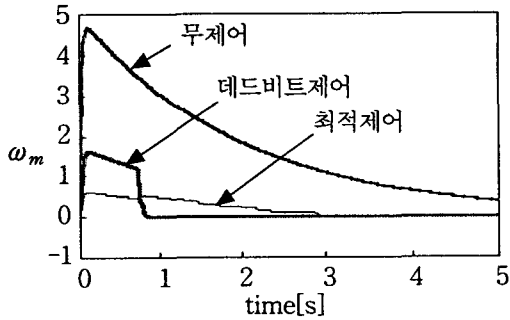


그림 9 각속도의 인디셜응답

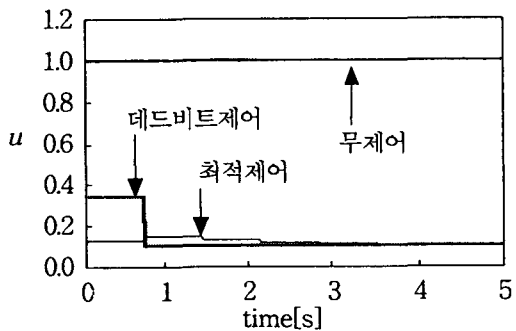


그림 10 제어입력의 변화

6. 결 론

본 논문은 기어를 포함한 회전계통에 대해서 적분제어기와 전차수 상태관측기 및 영차홀드로 구성되는 데드비트제어시스템의 설계방법을 제안하였다.

몇 가지 사례연구를 통해서 제안된 데드비트제어시스템의 응답은 주어진 샘플링주기 후에 리플 없는 안정상태에 도달하고 상태귀환형 최적제어시스템의 응답 등과 비교할 때 정정시간이 훨씬 빠름을 보인다. 또한 아주 작은 입력신호를 가지고 확대된 시스템의 저주파 진동을 제어할 수 있다. 그러나 앞으로 제안된 제어기가 다입력 다출력 회전계통에 적용되기 위해서는 더 많은 연구가 실행되어야 할 것이다.

참 고 문 헌

- [1] 송자윤, 이흥재, "데드비트제어에 의한 전력계통 안정화장치에 관한 연구", pp.1824-1829, 대한전기학회 논문지, 47권 11호, 1998
- [2] Benjamin C. Kuo, Digital Control Systems: 2nd Ed., pp.530-627, Sanders College Publishing, 1992
- [3] Norman S. Nise, Control Systems Engineering: 2nd Ed., pp.64-151, The Benjamin/Cummings Publishing Co.Inc., 1995
- [4] Osman Kukrer, Member, "Deadbeat Control of a Three-Phase Inverter with an Output LC Filter", IEEE Transactions on Power Electronics, Vol.11 No.1, January 1996, pp.16-23
- [5] Katsuhiko Ogata, DISCRETE-TIME CONTROL SYSTEMS: 2nd Ed., pp.408-629, Prentice-Hall International, Inc., 1995
- [6] J. Y. Song, et al., "Power System Stabilizer Using Deadbeat Control", KIEE, ICEE '98, Proceedings: Vol.2, 1998, pp.401-404
- [7] Katsuhiko Ogata, MODERN CONTROL ENGINEERING, 3rd Ed., pp.190-194, Prentice-Hall International, Inc., 1997
- [8] Ken Dutton, et al., The Art of Control Engineering, pp.397-412, Addison -Wesley, 1997
- [9] B. Shahian, M. Hassul, Control System Design Using Matlab, pp.262-306, Prentice-Hall International, Inc., 1993
- [10] Ernest O. Doebelin, "System Dynamics, Modeling, Analysis, Simulation, Design", pp.189-192, pp.367-445, Marcel Dekker, Inc., 1998
- [11] H.R.Sirisena, "Ripple-Free Deadbeat Control of SISO Discrete Systems", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-30, No.2, Feb.1985, pp.168-170
- [12] Shigeru Urikura and Akira Nagata, "Ripple-Free Deadbeat Control for Sampled-Data Systems", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-32, No.6, June 1987, pp.474-482