

댐-호소-지반 계의 비선형 지진응답해석을 위한 집중변수모델 Lumped Parameter Model for the Nonlinear Seismic Analysis of the Coupled Dam-Reservoir-Soil System

김재관* 김충언** 조정래*** 이장석****
Kim, Jae Kwan Kim, Choong Eon Cho, Jeong Rae Yi, Jang Seok

ABSTRACT

Since the seismic response of dams can be strongly influenced by the dam-reservoir interaction, it needs to be taken into account in the seismic design of dams. In general, a substructure method is employed to solve the dam-reservoir interaction problem in which the dam body is modeled with finite elements and the infinite region of a reservoir using a transmitting boundary. When the water is modeled as a compressible fluid, the equation is formulated in frequency domain. But nonlinear behavior of dam body cannot be studied easily in the frequency domain method. In this study, time domain formulation of the dam-reservoir-soil interaction is proposed based on the lumped parameter modeling of the reservoir region. The frequency dependent dynamic-stiffness coefficients of the reservoir are converted into frequency independent lumped-parameters such as masses, dampers, and springs. The soil-structure interaction is modeled using lumped parameters in similar way. The ground is assumed as a visco-elastic stratum on the rigid bedrock. The dynamic stiffnesses of the rigid surface foundation are calculated using the hyperelement method and are converted into lumped parameters.

The application example demonstrated that the lumped parameter model gives almost identical results with the frequency domain formulation.

1. 서론

댐의 지진응답은 물의 동압력에 의해서 많은 영향을 받게 되는데 [1], 이 경우 부분구조법의 사용이 보편화 되어 있다. 만약 유체의 압축성을 고려한다면, 유체의 동적 강성이 주파수 영역에서의 구해지므로 댐의 비선형성을 고려하는 것은 어렵게 된다. 본 연구에서는 호소의 형상이 간단한 경우 수평지반운동에 대한 댐의 지진응답해석을 위해, 댐을 무질량강성기초 위에 놓인 유한요소로 모델링하고, 지반과 호소를 집중변수로 표현하여 댐-호소, 댐-지반의 상호작용을 고려한 시간영역

* 서울대학교 부교수
** 중석 엔지니어링 사원
*** 대븐 엔지니어링 사원
**** 서울대학교 박사과정

해석을 수행할 수 있게 하였다.

2. 집중변수모델

동적 강성이 주파수영역에서 표현되는 경우, 주파수영역에서 동적강성이 유사한 공학적 모델로 대체할 수 있다. 이 때의 공학적 모델은 집중질량, 감쇠기, 스프링 그리고 내부자유도로 표현되며 이를 집중변수모델이라고 한다.

집중변수모델을 구하는 방법은 모델에 맞게 식을 세우고 주파수영역의 동적강성을 그 식에 따라 근사를 하는 법과 동적강성에 대한 근사식을 구하고 그 식에 맞는 모델을 구성하는 두 가지 방법이 있다.

2.1 집중변수모델에 따른 근사 [2]

예를 들어, 무질량 강성기초의 수직변위에 대한 식이 다음과 같이 표현될 때,

$$K_v(\omega)u_0 = P_0 \quad (1)$$

K_v 는 지반에 의한 동적강성계수로 복소수이고, 주파수에 따라 변하는 값이다. 이 때 지반을 그림1과 같이 주파수와 관계없는 스프링, 감쇠기, 질량으로 표현되는 집중변수모델로 대체할 수 있다.

u_0 는 강성기초의 수직방향 변위고, u_1 은 내부 자유도인 경우 그림1의 집중변수모델에 대한 운동방정식은 (2)와 같다.

$$m_1\ddot{u}_1 + c_1(\dot{u}_1 - \dot{u}_0) + k_1(u_1 - u_0) = 0 \quad (2a)$$

$$c_0\dot{u}_0 + k_0u_0 + c_1(\dot{u}_0 - \dot{u}_1) + k_1(u_0 - u_1) = P_0 \quad (2b)$$

이것을 주파수 영역으로 변환한 후, 내부자유도를 소거한다.

$$\left\{ \left[k_0 - \omega^2 m_1 \frac{[k_1^2 + \omega^2(c_1^2 - m_1 k_1)]}{(k_1 - \omega^2 m_1)^2 + (\omega c_1)^2} \right] + i\omega \left[c_0 + \frac{\omega^4 m_1^2 c_1}{(k_1 - \omega^2 m_1)^2 + (\omega c_1)^2} \right] \right\} u_0 = P_0 \quad (3)$$

주파수에 따른 동적 강성을 주파수에 독립된 계수로 표현한 (3)의 형태로 근사를 하면 주파수에 독립된 공학적 모델을 구할 수 있다.

초기 집중변수모델의 연구에 사용되던 이 방법은 간단한 모델을 이용하여 수식을 세우므로 복잡한 연산의 과정이 필요하지 않는 장점이 있으나 모델이 간단한 만큼 근사의 정확성도 부족하고, 근사식이 일반적인 식이 아니므로 동적 강성에 따라 적절한 모델을 가정하여야 하는 어려움이 있다.

2.2 근사에 따른 집중변수모델

이 방법은 이미 구해진 동적강성을 유리 다항식으로 근사를 하고, 이 유리 다항식에 맞는

집중변수모델을 구하는 것이다 [3],[4],[5],[6].

이미 알고 있는 주파수 영역에서의 동적강성을 다음과 같이 나타낸다.

$$K_v = (k_\infty + i\omega c_\infty) + K_r \quad (4)$$

여기서 k_∞ 와 c_∞ 는 각각 동적 강성의 실수부와 허수부의 극한값이고, K_r 은 그 외의 부분으로, 실수부와 허수부의 극한값이 모두 0이 된다. 이 때 K_r 은 다음과 같은 유리다항식으로 근사를 할 수 있다.

$$K_r = \frac{k_0 - k_\infty + b_1(i\omega) + b_2(i\omega)^2 + \dots + b_{M-1}(i\omega)^{M-1}}{1 + a_1(i\omega) + a_2(i\omega)^2 + \dots + a_M(i\omega)^M} \quad (5)$$

여기서 k_0 는 주파수가 0일 때의 값이고, M 은 근사하는 유리 다항식 중 분모 다항식의 최대 차수를 나타낸다. 이를 부분분수로 표현하고(6), 여기에 맞는 집중변수모델을 구한다.

$$K_r = \sum_{m=1}^J \frac{\beta_{1m}(i\omega) + \beta_{0m}}{(i\omega)^2 + \alpha_{1m}(i\omega) + \alpha_{0m}} + \sum_{m=1}^{M-2J} \frac{\delta_m}{(i\omega) + \gamma_m} \quad (6)$$

J : 유리다항식 분모의 켈레복소근의 개수

$$K_v = k_\infty + i\omega c_\infty + \sum_{m=1}^J \frac{\beta_{1m}(i\omega) + \beta_{0m}}{(i\omega)^2 + \alpha_{1m}(i\omega) + \alpha_{0m}} + \sum_{m=1}^{M-2J} \frac{\delta_m}{(i\omega) + \gamma_m} \quad (7)$$

(7)에서 각각 극한값들은 그림2, 분모가 일차인 부분은 그림3, 분모가 2차인 부분은 그림4의 모델로 나타내어진다. 이 때 각 계수들은 다음과 같다.

$$K_\infty = k_\infty, \quad C_\infty = c_\infty \quad (8)$$

$$K_{11} = -\frac{\delta}{\gamma}, \quad C_{11} = -\frac{\delta}{\gamma^2}, \quad K_{12} = -K_{11} \quad (9)$$

$$K_{21} = -\frac{\beta_0}{\alpha_0}, \quad K_{21} = -K_{23}, \quad K_{22} = \frac{\beta_0}{\alpha_0^2} \frac{(-\alpha_1\beta_0 + \alpha_0\beta_1)^2}{\beta_0^2 - \alpha_1\beta_0\beta_1 + \alpha_0\beta_1^2} \quad (10a)$$

$$C_{21} = \frac{-\alpha_1\beta_0 + \alpha_0\beta_1}{\alpha_0^2}, \quad C_{22} = \frac{\beta_0^2}{\alpha_0^2} \frac{\alpha_1\beta_0 - \alpha_0\beta_1}{\beta_0^2 - \alpha_1\beta_0\beta_1 + \alpha_0\beta_1^2} \quad (10b)$$

이 방법은 원하는 차수까지 충분한 근사를 할 수 있고, 유리다항식의 형태이므로 근사도 쉬우나, 유리다항식으로부터 집중변수를 구하는 과정이 복잡하다. 차수가 높을수록 정확성이 보장 되는데 반해, 내부 자유도가 많아진다.

2.3 비대각 요소

비대각 요소는 자유도간의 관계를 표현하므로 이를 집중변수모델로 치환할 경우 대각 요소에 영향을 주게 된다. 따라서 비대각 요소가 존재하는 경우에는 대각 요소를 집중변수모델로 치환할

때, 대각 요소와 모든 비대각 요소들의 합을 대각 요소로 두고, 근사를 하여 비대각 요소를 근사할 때마다 발생하는 차이를 보완해 주어야 한다 [7].

3. 댐-호소-지반계의 집중변수모델

3.1 호소의 집중변수모델

유체의 지배방정식의 경우 일반적으로 속도포텐셜로 표현되나 압력과의 관계를 이용하여 물의 동압력에 대하여 표현할 수 있다 [7].

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad p = p(x, y, t) \quad (11)$$

c : 물속에서의 음속

이를 이용하여 호소의 깊이가 일정한 경우 호소의 동적 강성을 구할 수 있다 [8].

$$\mathbf{f}_T = \mathbf{K}_{cb}^T \mathbf{K}_c^{-1} \mathbf{K}_{cb} \mathbf{u}_T \quad (12)$$

$$(\mathbf{K}_c^{-1})_{ij} = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ -\frac{2\rho\omega^2}{H\sqrt{\lambda_j^2 - k^2}} & i = j \end{cases}$$

여기서 \mathbf{K}_{cb} 는 주파수에 관계없는 값을 가지나 \mathbf{K}_c^{-1} 의 경우 주파수에 종속된 값을 가진다.

이를 간편화 하여 대각요소에 관계된 값으로 나타낸다.

$$\tilde{\mathbf{f}}_T = \mathbf{K}_c^{-1} \tilde{\mathbf{u}} \quad (13)$$

$$\text{여기서 } \tilde{\mathbf{f}}_T = (\mathbf{K}_{cb}^T)^{-1} \mathbf{f}_T, \quad \tilde{\mathbf{u}}_T = \mathbf{K}_{cb} \mathbf{u}_T$$

\mathbf{K}_c^{-1} 는 대각행렬이므로 필요한 고유함수의 개수만큼 집중변수로 나타내고 나머지 대각성분은 0으로 두면, \mathbf{K}_c^{-1} 만 집중변수모델로 치환하여 호소의 영향을 고려할 수 있다.

집중변수모델로 호소를 대치하면 내부 자유도에 의해 자유도가 많아지게 된다.

$$\hat{\mathbf{f}} = \tilde{\mathbf{M}} \hat{\mathbf{u}} + \tilde{\mathbf{C}} \dot{\hat{\mathbf{u}}} + \tilde{\mathbf{K}} \hat{\mathbf{u}} \quad (14)$$

$$\hat{\mathbf{f}} = \begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{f}}_T \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad \hat{\mathbf{u}} = \begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{u}}_T \\ \hat{\mathbf{u}}_{int} \end{Bmatrix} \quad \dot{\hat{\mathbf{u}}} = \begin{Bmatrix} \dot{\tilde{\mathbf{u}}}_T \\ \dot{\hat{\mathbf{u}}}_{int} \end{Bmatrix} \quad \hat{\mathbf{u}} = \begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{u}}_T \\ \mathbf{u}_{int} \end{Bmatrix}$$

$\hat{\mathbf{u}}_{int}, \dot{\hat{\mathbf{u}}}_{int}, \mathbf{u}_{int}$: 내부자유도의 가속도, 속도, 변위

(13)을 이용하여 운동방정식을 구한다.

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{f}_T \\ \mathbf{f}_{int} \end{Bmatrix} = \mathbf{M} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_T \\ \ddot{\mathbf{u}}_{int} \end{Bmatrix} + \mathbf{C} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_T \\ \dot{\mathbf{u}}_{int} \end{Bmatrix} + \mathbf{K} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_T \\ \mathbf{u}_{int} \end{Bmatrix} \quad (15)$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{R}^T \tilde{\mathbf{M}} \mathbf{R}, \quad \mathbf{C} = \mathbf{R}^T \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{R}, \quad \mathbf{K} = \mathbf{R}^T \tilde{\mathbf{K}} \mathbf{R}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{cb} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}$$

3.2 지반의 집중변수모델

보통 댐은 강성에 아주 큰 지반에 놓이므로 구조물-지반의 상호작용의 영향이 크지는 않으나 강성이 약한 지반에 놓인 경우는 그 영향이 크므로 지반-구조물 상호작용을 고려하여야 한다. 본 연구에서는 반무한체 위에 있는 질량이 없는 강성표면기초 위에 댐이 놓인 경우, 주파수 영역에서 지반의 동적 강성을 초유한 요소를 사용하여 구하였다 [9].

무질량강성기초에 놓인 구조물의 경우(그림5) 강성기초의 모든 자유도를 중점에서의 수평변위, 수직변위, 회전각으로 나타낼 수 있다.

$$u = u_0 + d(1 - \cos \theta_0) \approx u_0$$

$$v = v_0 + d \sin \theta_0 \approx v_0 + \theta_0 d$$

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & d & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_0 \\ \theta_0 \\ v_0 \end{Bmatrix} \quad (16)$$

4. 해석예제

예제로 그림 6 (Pine Flat Dam, Kings' River 미국) 과 같은 형상을 가진 댐의 El entcro 지진에(1940년, N-S 방향, PGA=0.319g) 대한 응답을 구하였다. 댐체는 2 차원 Q8 의 유한요소로 모델링하였다. 호소의 경우 고유함수 4 개를 사용하였고, 지반은 전단파 전달속도가 각각 3129m/sec, 1000m/sec, 400m/sec 인 경우에 대해 구하였다. 결과는 첨두부의 변위에 대한 시간이력, 가속도의 시간이력 등을 보였고, 댐 저면의 전단력과 전도모멘트의 시간이력도 보였다. 강성지반의 경우, 전달경계를 이용한 반해석해의 결과 [8]와 비교를 하였고, 지반의 강성을 고려하는 경우는 지반의 전단파 전달 속도에 따라 그 결과를 비교하였다.

5. 결 론

주파수 영역에서 표현된 동성 강성을 이용하여 주파수 영역에 독립된 집중변수로 이루어진 공학적 모델을 구성하여 경계를 치환함으로써 댐-호소-지반 계의 상호작용을 고려한 시간영역해석이 가능토록하였고, 더 나아가 댐의 비선형 지진응답해석도 가능하도록 하였다.

참고문헌

- [1] H. M. Westergaard, "Water Pressures on Dams during Earthquakes," *Transaction. ASCE*, Vol. 98, 1933, pp. 418-433.
- [2] Francisco C. P. De Barros and J. Enrique Luco, "Discrete Models for Vertical Vibrations of Surface and Embedded Foundations", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 19, 1990. pp. 289-303.
- [3] John P. Wolf, "Consistent Lumped-Parameter Models for Unbounded Soil: Physical Representation", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 20, 1991. pp. 11-32.
- [4] John P. Wolf, "Consistent Lumped-Parameter Models for Unbounded Soil: Frequency-Independent Stiffness, Damping and Mass Matrices", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 20, 1991. pp. 33-41.
- [5] John P. Wolf and Antonio Paronesso, "Lumped-Parameter Model and Recursive Evaluation of Interaction Forces of Semi-infinite Uniform Fluid Channel for Time-Domain Dam-Reservoir Analysis", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 21, 1992. pp. 811-831.
- [6] Antonio Paronesso and John P. Wolf, "Global Lumped-Parameter Model with Physical Representation for Unbounded Medium", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 24, 1995. pp. 637-654.
- [7] 김충언(1999), "댐-호소계의 동적 유체-구조물 상호작용해석을 위한 집중변수모델 연구", 석사학위논문, 서울대학교
- [8] Cho, J.R., "Seismic Response Analysis of Dam-Reservoir System considering the Interaction between the Flexible Dam and the Compressible Impounded Water", M. S. Thesis, Seoul National University, Korea, 1997.
- [9] 현대건설기술연구소(1998), "특수구조물에서의 내진설계를 위한 SSI 해석기법 개발: 4차 중간보고서", 서울대학교 공학연구소.

감사의 글

이 연구는 과학기술부에서 시행하는 중점국가 연구개발사업의 하나인 자연재해 방재기술 개발사업으로 수행된 것이다.

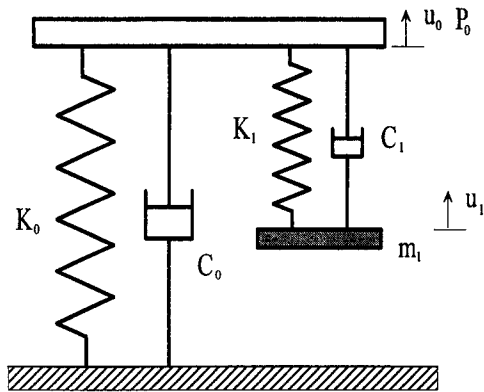


그림 1 집중변수모델의 예

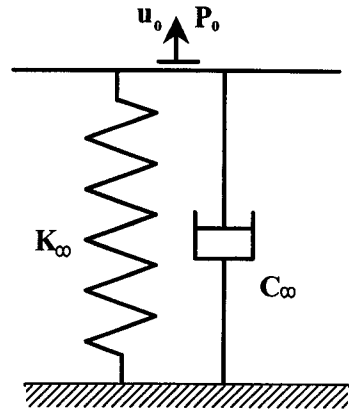


그림 2 극한값들의 집중

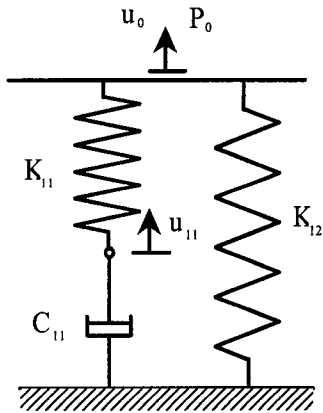


그림 3 분모가 1 차인 경우 집중변수모델

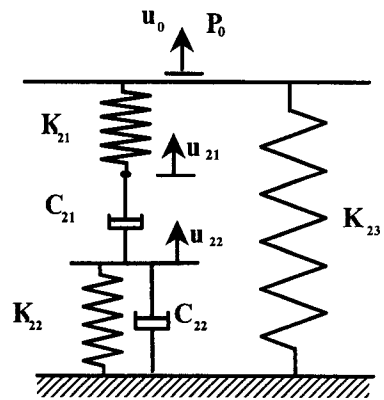


그림 4 분모가 2 차인 경우 집중변수모델

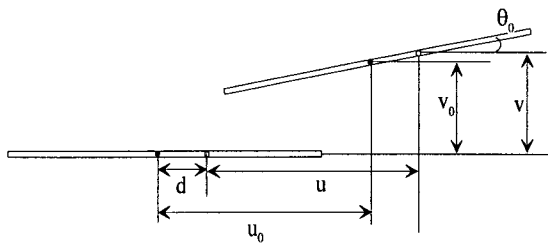


그림 5 무질량 강성기초의 거동

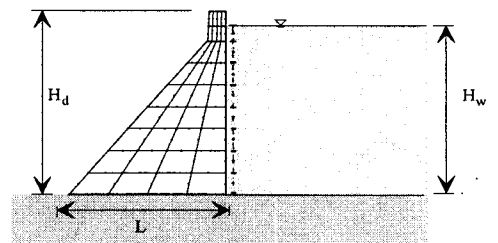


그림 6 해석예제(미 Pine Flat 댐)

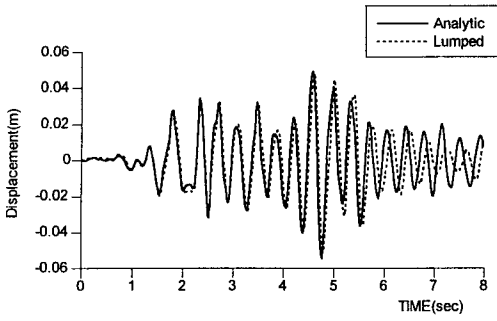


그림 7 댐마루에서 상대수평변위

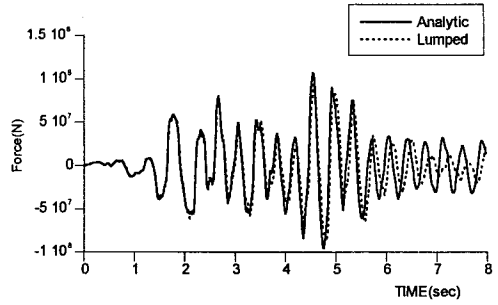


그림 8 댐 저면의 전단력

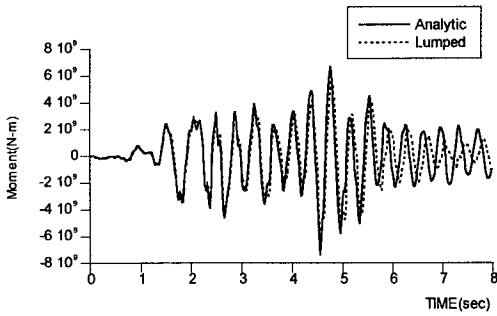


그림 9 댐 저면의 전도모멘트

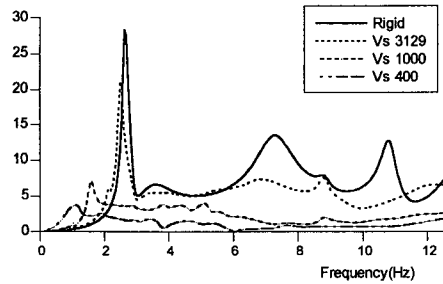


그림 10 댐마루에서 상대수평변위의 전달함수

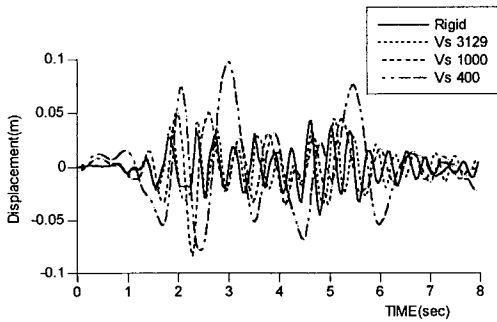


그림 11 댐마루에서 상대수평변위

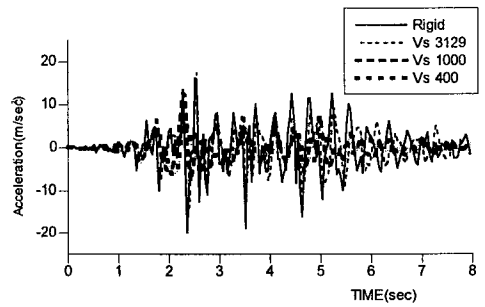


그림 12 댐마루에서 절대가속도