

복합형 질량 감쇠기의 운동거리를 고려한 능동제어시스템의 최적설계

Optimal Control Design for an Active Control System Considering a Stroke of a Hybrid Mass Damper

고 현 무* 박 관 순** 박 원 석***

Koh, Hyun Moo Park, Kwan Soon Park, Wonsuk

ABSTRACT

In active control of structures, the stroke of a Hybrid Mass Damper is the one of the main constraints of the system because there is limited installation space available in the structure. To design an optimal controller for a HMD system, control objective are defined considering these constraints, and effectiveness of H-infinity control method with bilinear transform that satisfies the defined objective is examined for the optimum efficiency. Numerical results show that the proposed H-infinity controller satisfies the constraints and provides optimal performance.

1. 서 론

구조물의 진동제어를 위한 여러 가지 제진장치 중에서, 질량 감쇠기는 부가 질량의 움직임으로 구조물의 진동을 제어한다. Den Hartog 식에 의해서 최적화된 동조 질량 감쇠기(Tuned Mass Damper, TMD)의 경우, 공진주파수에서 TMD의 운동거리는 주구조물 변위의 8 배이며, 복합형 질량 감쇠기(Hybrid Mass Damper, HMD)의 경우, 제어력을 전달하기 위해서는 TMD 보다 더 많은 운동거리가 필요하다. 그러므로 질량체의 움직임을 위하여 넓은 공간이 필요하게 되며, 질량체의 운동거리는 중요한 설계 제한조건이 된다.

* 서울대학교 토목공학과 교수, 정회원
** 서울대학교 토목공학과 박사후 연구원
*** 서울대학교 토목공학과 박사과정

HMD와 같은 능동제어시스템의 제어기 설계에서 이러한 제한조건을 고려하는 방법은 크게 두 가지로 나뉘는데, 첫번째는 시행착오법에 의한 반복설계이며 다른 한가지는 제한조건을 가진 최적화 문제의 해를 구하는 것이다. 전자의 경우 설계변수의 특성을 잘 파악하고 있으면 만족할 만한 제어기를 얻을 수 있다. 따라서 설계변수의 영향을 조직적으로 파악하고 제한조건을 적절히 고려할 수 있도록 하는 제어기 설계방법을 사용한다. 그러나 이렇게 구한 제어기가 최적의 제어기라고 할 수 없으며, 만약 제한조건이 매우 엄격한 문제의 경우 만족할 만한 제어기를 찾기 어렵다. 후자의 경우 복잡한 최적화 문제를 풀어야 하고 수학적인 최적해가 실제 적용에는 적절하지 않을 수 있다.

이 연구에서는 HMD 시스템의 제어기를 설계할 때 HMD 운동거리 제한조건에서 최대의 제진성능을 갖는 제어기를 설계한다. H_∞ 제어이론과 bilinear transform 을 사용하여 제한조건을 고려하였으며, 이중 분할 검색법(bisection search method)을 이용한 설계변수의 최적화 과정을 통하여 시행착오법적인 설계방법을 개선함과 동시에 최대의 성능을 갖는 제어기를 설계한다. 수치예제를 통하여 제시한 제어기의 최적성을 검증한다.

2. 질량계 운동거리를 고려한 H_∞ 제어기 설계

HMD가 설치된 구조물 시스템의 상태방정식은 다음식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_w f(t) + \mathbf{B}_u u(t) \quad (1)$$

여기서 $\mathbf{x}(t)$ 는 상태벡터 $\mathbf{x}(t) = \{\mathbf{v}(t), \dot{\mathbf{v}}(t)\}^T$ 이고, $\mathbf{v}(t)$ 와 $\dot{\mathbf{v}}(t)$ 는 각각 변위 및 속도 벡터, $f(t)$ 는 외부 하중이고 $u(t)$ 는 제어력이다. 그리고 행렬들은 다음과 같다.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_w = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{b}_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_u = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{b}_2 \end{bmatrix}$$

행렬 $\mathbf{M}, \mathbf{K}, \mathbf{C}, \mathbf{I}, \mathbf{0}$,는 각각 질량,강성,감쇠,단위,영행렬이고, $\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2$ 는 하중 및 제어력의 위치행렬이다. 식(1)로 표현된 시스템에 대하여, H_∞ 제어기 설계를 위한 2 port plant는 다음식과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_1 \mathbf{w}(t) + \mathbf{B}_2 u(t) \\ \mathbf{z}(t) &= \mathbf{C}_1 \mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_{11} \mathbf{w}(t) + \mathbf{D}_{12} u(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}_2 \mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_{21} \mathbf{w}(t) + \mathbf{D}_{22} u(t) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 $\mathbf{w}(t)$ 는 외부하중벡터 $\mathbf{w}(t) = [f(t), \mathbf{n}(t)]$ 이고, $\mathbf{n}(t)$ 는 출력벡터 $\mathbf{y}(t)$ 에 따른 잡음벡터, $\mathbf{z}(t)$ 는 제어의 대상이 되는 제어변수벡터이다. 이 설계에서는 $\mathbf{z}(t) = [v_2(t)/\gamma, u(t)/\rho]^T$ 로 하였으며, HMD와 구조물의 상대변위 $v_2(t)$ 와 제어력 $u(t)$ 를 설정하였다. γ 와 ρ 는 설계가중변수 (고현무, 1995)이다. 행렬 $\mathbf{B}_1, \mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2, \mathbf{D}_{11}, \mathbf{D}_{12}, \mathbf{D}_{21}, \mathbf{D}_{22}$ 는 $\mathbf{z}(t)$ 와 $\mathbf{y}(t)$ 에 따라 정해진다.

H_∞ 제어에서, w 에서 z 로의 페루프 전달함수 $T_{zw}(j\omega)$ 의 H_∞ 놈(norm)은 $\|T_{zw}(j\omega)\|_\infty \leq 1$ 로 제한되므로, 제어력과 질량체 운동변위는 다음과 같이 제한된다.

$$u_0 \leq \rho, \quad v_0 \leq \gamma \quad (3)$$

여기서 u_0 와 v_0 는 제어력과 운동거리의 최대 주파수 응답의 크기이다.

그러나 제어력과 운동거리를 제한하는 것만으로는 진동제어의 성능을 보장할 수 없다. 따라서 Chiang 등(1992)에 의해 제안된 bilinear transform 방법을 (2)식에 적용하여 제진성능을 높인다. 그림 2 는 이 방법이 시스템의 극점을 재배치 하여 페루프 시스템의 감쇠를 증가시킴을 보여준다.

bilinear transform 과 역변환은 다음과 같이 정의된다.

$$s = \frac{\tilde{s} + p_1}{(\tilde{s}/p_2) + 1}, \quad \tilde{s} = \frac{-s + p_1}{(s/p_2) - 1} \quad (4)$$

여기서 음수 p_1 과 p_2 는 s -평면상 원의 지름 양 끝점이다. 정변환에 의하여 s -평면상 영역 B 의 원 시스템의 극점은 \tilde{s} -평면상 영역 B 로 투영되고, \tilde{s} -평면상에서 설계한 H^∞ 제어기는 이 극점을 안정화 시켜 영역 A 로 이동시킨다. 이제 역변환을 취하면 극점은 s -평면상의 A 영역으로 투영되어 결과적으로 시스템의 감쇠가 증가하게 된다. 또한 두 영역상의 페루프 전달함수에 대하여 다음의 부등식이 maximum modulus 정리에 의하여 성립하는데 이는 최종 s -영역의 제어기가 식(3)의 제한 조건을 만족함을 의미한다.

$$\|T_{zw}(j\omega)\|_\infty \leq \|\tilde{T}_{zw}(j\omega)\|_\infty < 1 \quad (5)$$

그림 1 에서 보는 바와 같이 설계변수 p_1 의 값은 페루프 시스템의 성능에 직접적인 영향을 미친다. p_1 의 값이 음의 방향으로 커질수록 감쇠는 커지게 되지만 이 경우 제한조건을 만족하는 제어기를 구하기가 점점 더 어려워진다. 이것은 높은 감쇠를 얻기 위해서는 보다 큰 제어력과 운동거리가 필요하기 때문이다. 반대로 p_1 의 값이 양의 방향으로 커질수록 제한조건을 만족하는 제어기를 구하기는 쉽지만 감쇠는 작아진다. 그러므로 p_1 값의 검색을 통하여, 식(3)의 제한조건을 만족하며, 최대의 감쇠성능을 보장하는 최적의 제어기를 찾을 수 있다. 이 연구에서는 이중분할방법(bisection method)를 사용했으며, 페루프 시스템 H_∞ 놈(norm)의 크기로 검색방향을 판단하여 그림 2 와 같이 검색을 수행하였다.

3. 수치예제

수치예제로서 그림 3에 나타낸 바와 같은 지진 하중을 받는 3 자유도 전단빌딩 모형에 대하여 HMD 제어기를 설계하였다. 각 층의 질량은 100 ton 이며, 강성은 1347.4 kN/m 이다. 이때 각 모드 의 진동수는 각각 0.26Hz, 0.73Hz, 1.05Hz 이고, 각 모우드의 감쇠비는 각각 2%, 5.6%, 8.1% 로 가정하였다. HMD 설계시 1차 모우드에 동조되는 강성 및 감쇠비의 결정은 Den Hartog 의 최적식을 사용하였고, 이때 질량비는 1차 모우드 질량의 3%로 하였다.

그림 4는 제어기 설계에 사용하기 위하여 구한, 질량체의 운동거리와 사용된 제어력의 주파수 응답을 보여준다. 이 때 조화하중으로 작용하는 입력 지반 가속도의 진폭은 0.04 m/sec^2 로서, TMD 의 최대 운동거리가 약 57cm 가 되도록 하였다. 이 제어기 설계에서는 또한, 고차 모우드의 과다 제어를 통한 시스템의 불안정 거동을 방지하기 위하여, 제어기 설계시에 제어력에 대하여 lowpass filter 를 사용하였다. 제어기 설계에 사용된 설계 변수는 $p_2 = -500$, $\gamma = 1 \text{ m}$, $\rho = 10 \text{ kN}$ 으로 하였으며 최적화된 p_1 값은 $p_1 = -0.125$ 로 계산되었다. 그림 4에서 보는 바와 같이 제시한 제어기는 주파수 영역의 설계제한조건을 만족하고 있음을 알 수 있다.

입력 지반 가속도의 시간이력 자료를 사용하여 제어시와 비제어시에 대한 구조물 응답의 시간 이력 해석을 수행하였다. 그림 5에서 그림 8에 지진입력시 3층의 지반에 대한 상대 변위와 질량체의 운동변위를 나타내었다. 결과로부터, 설계한 HMD의 제어 효과를 확인할 수 있으며, HMD 질량체의 변위 응답 시간이력을 통하여, 주파수 영역 설계에서 사용한 조화운동 지진 값의 상대적인 크기를 추정할 수 있다.

4. 결론

HMD 시스템의 제어기 설계에 있어서, 제한된 HMD의 운동거리 조건하에서 최대의 제진성능을 발휘하도록 최적제어기를 설계하였다. H_∞ 제어기의 놈 제한 성질을 사용하여 HMD의 운동거리와 제어력을 제한하였다. Bilinear transform 과 이중분할검색을 사용한 설계변수의 최적화 과정을 통하여 최대 감쇠 성능을 갖는 최적제어기를 설계하였다. 이 방법은 제한조건을 갖는 최적화 문제의 해를 구하는 복잡한 과정을 거치지 않고도 주파수 영역에서 설계 제한 조건을 만족하는 최적 제어기를 쉽게 구할 수 있다. 수치예제를 통하여 제시한 제어기의 최적화된 성능을 검증하였다.

참 고 문 헌

1. 고현무, 박관순, 박원석 (1995) “설계제한조건이 고려된 출력되먹임 최적제어에 의한 구조물 진동의 능동제어,” 대한토목학회논문집, 15 권, 6 호, pp.1535~1544
2. Chiang R.Y. and Safonov M.G. (1992) “ H_∞ Synthesis Using a Bilinear Pole Shifting Transform,” Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 15, No. 5, September-October, 1111-1117
3. Den Hartog J. P. (1956), “Mechanical Vibration,” 4th edn, McGraw-Hill, New York

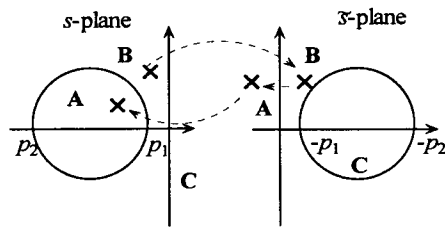


그림 1. Bilinear transform 과 극점배치

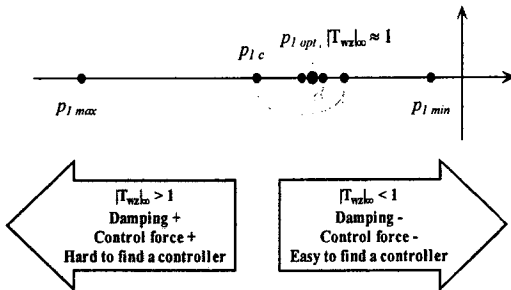


그림 2. p_1 값의 이중분할검색

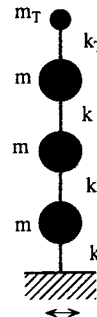


그림 3. 지진하중을 받는 질량 감쇠기가 설치된 3 자유도 전단빌딩 모형

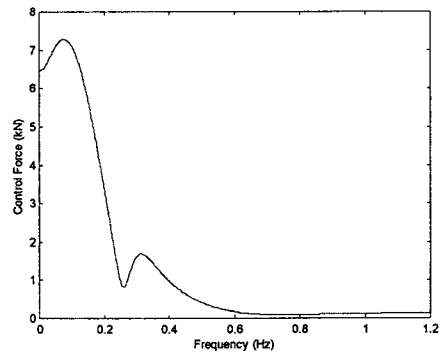
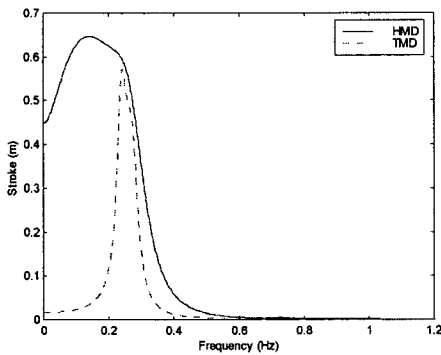


그림 4. 조화 진동 지반 운동 입력에 의한 질량체의 운동거리 및 제어력 주파수 응답

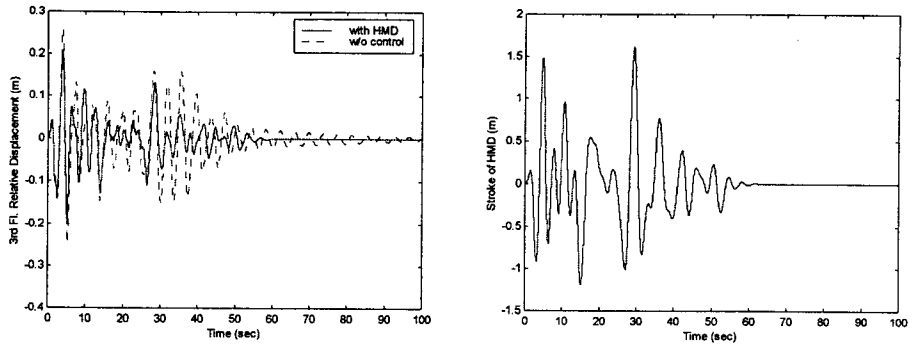


그림 5. El Centro (NS, 1940) 지진입력시 3층 상대변위와 HMD의 Stroke

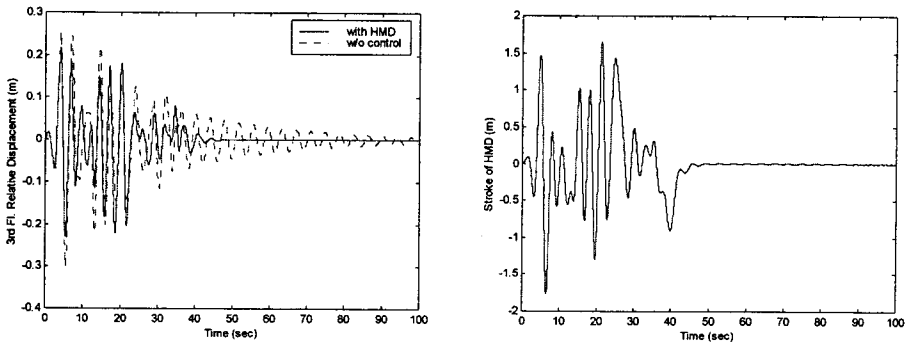


그림 6. Hachinohe (NS, 1968) 지진입력시 3층 상대변위와 HMD의 Stroke

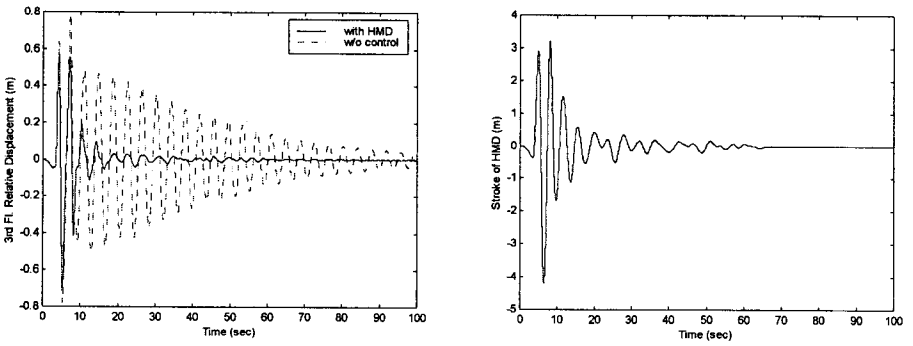


그림 7. Northridge (NS, 1994) 지진입력시 3층 상대변위와 HMD의 Stroke

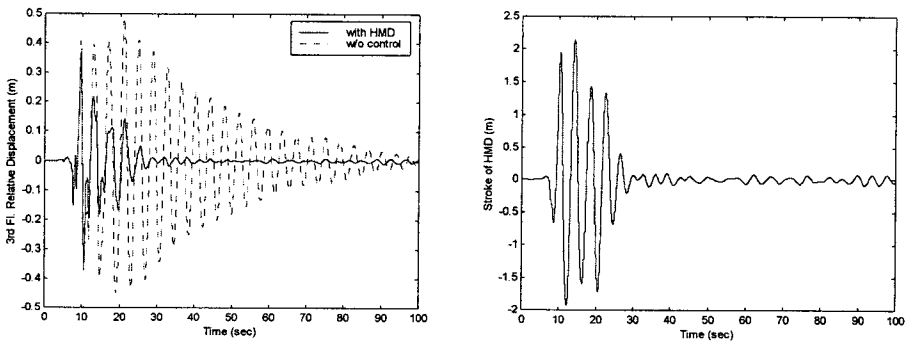


그림 8. Kobe (NS, 1995) 지진입력시 3층 상대변위와 HMD의 Stroke