

점탄성 감쇠기가 설치된 구조물의 해석 방법에 관한 연구 A comparative study on the methods for analyses of viscoelastically damped structures

김진구* 이동근** 이창용***
Kim, Jin-koo Lee, Dong-Guen Lee, Chang-Yong

ABSTRACT

Although the vibration control effects of viscoelastic dampers in building structures have been well proved by numerous theoretical and practical examples, it is difficult to find an outstanding method for analysis of viscoelastically damped structures satisfying both exactness and efficiency. Thus in this study, four analysis methods for viscoelastically damped structures that are currently used or can be applied for these systems are speculated and compared to provide bases for developing a better method for analysis of viscoelastically damped structures. The seismic response time history, inter-story drifts and analysis time recorded by computer simulation of four different methods are compared. Among these methods, complex modal superposition approach turns out to be economic and accurate procedure.

1. 서론

점탄성 감쇠기 (viscoelastic damper) 또는 Tayler Device와 같은 점성 감쇠기 (viscous damper)는 지진이나 바람에 의한 횡력과 진동에 대해 구조물의 안전성을 보장하고 동시에 거주자의 거주성을 높이는 역할을 한다. 특히 강한 지진에 대해서 일반적인 구조물은 주요 부재의 소성 변형을 허용하도록 설계되므로 지진에 의해 손상된 부재의 보수보강에 막대한 비용 및 기간이 필요하나 점탄성 감쇠기 등과 같은 진동 저감 장치 또는 에너지 소산 장치가 설치된 구조물은 주요 구조 부재가 탄성 범위를 벗어나지 않도록 하여 보수보강에 필요한 비용 및 시간을 절약할 수 있다는 장점이 있다. 특히 내진 규정이 발효되기 이전에 시공된 구조물이 많이 남아 있는 국내 상황에서 점탄성 감쇠기나 점성 감쇠기 등은 간막이벽 내부 등과 같이 내부 용도를 침해하지 않는 곳에 가새의 형태로 간단하게 설치할 수 있으므로 내진 성능을 향상하기 위한 가장 효과적이고 경제적인 방법이라 할 수 있다. 이러한 점탄성 감쇠기의 진동 저감 효과는 이론적으로나 실제로 지금까지 충분히 증명되어 왔지만 점탄성 감쇠기가 설치된 구조물의 정확하고도 효율적인 해석 방법에 대해서는 아직까지 연구의 여지가 남아있다. 그것은 구조물에 점탄성 감쇠기 또는 점성 감쇠기 등이 추가되면 구조물이 비비례 감쇠계(non-proportional damping system)가 되어 일반적인 모드 중첩법을 적용할 수 없으며 직접 적분법을 사용할 경우 해석시간이 많이 요구되기 때문이다.

* 정회원, 성균관대 건축공학과 전임강사, 공학박사
** 정회원, 성균관대 건축공학과 교수, 공학박사
*** 성균관대 건축공학과 대학원 석사 과정

이러한 단점들을 극복하기 위해 다양한 근사 해법이 사용되고 있는데 모드 변형 에너지법(modal strain energy method)⁽³⁾은 비비례 감쇠계를 비례 감쇠계로 치환하여 근사해를 구하는 방법이며, 감쇠 행렬의 비대각 항(off-diagonal terms)을 무시하고 주대각 항(diagonal terms)만을 고려하여 비례 감쇠계로 해석하는 방법도 점성 또는 점탄성 감쇠기가 설치된 구조물을 근사적으로 해석하기 위해 사용할 수 있다.

본 연구에서는 전술한 네 가지 방법에 대해서 살펴보고 이들을 이용하여 고유치 해석과 지진 하중에 대한 시간 응답 해석을 수행하고 그 결과를 비교하여 각각의 방법들의 장단점을 고찰해보고자 한다. 2절에서는 각각의 해석 방법들에 대해서 간단히 살펴보고 3절에서는 예제 해석 수행 결과를 기술하고 이를 분석하기로 한다.

2. 점탄성 감쇠기가 설치된 구조물의 해석 방법

2.1 모드 변형 에너지 법

지진 해석시 감쇠기에 의해서 추가되는 강성만을 고려하여 고유치 해석을 한 후 그 모드를 사용하여 모드 중첩법을 적용한다. 이 때 감쇠기에 의해서 추가되는 감쇠는 (1)식과 같이 모드별 감쇠비로 표현할 수 있다.

$$\xi_i = \frac{\eta}{2} \left[1 - \left(\frac{\phi_i^T K_e \phi_i}{\phi_i^T K_s \phi_i} \right) \right] \quad (1)$$

여기에서 η = 감쇠기의 손실 계수, K_e = 감쇠기가 설치되지 않은 구조물의 강성 행렬, K_s = 감쇠기가 설치된 구조물의 강성 행렬, ϕ_i = 감쇠기가 설치된 구조물의 i 번째 모드이다. 감쇠기가 설치되어서 발생하는 모드의 변화를 무시하면 (1)식을 (2)식과 같이 더 간략하게 쓸 수 있다. 그러나 엄격히 말하면 감쇠기가 설치된 구조물의 모드로 감쇠기가 설치되지 않은 구조물의 강성 행렬을 비연계된 모드별 강성 계수로 만들 수 없으므로 실제의 해석에는 (1)식을 쓸 수 없고 모드의 변화를 무시하고 (2)식을 사용한다.

$$\xi_i = \frac{\eta}{2} \left[1 - \left(\frac{\omega_i^2}{\omega_{si}^2} \right) \right] \quad (2)$$

여기에서 ω_i = 감쇠기가 설치되지 않은 구조물의 회전 진동수, ω_{si} = 감쇠기가 설치된 구조물의 회전 진동수이다. 위의 식들에서 손실 계수 η 는 한가지 값만을 쓸 수 있는데 이 때문에 이 방법을 한 구조물에서 다른 손실 계수를 갖는 감쇠기들을 사용하여 해석할 수가 없다. 또한 이 방법을 사용하여 자유도 수가 많은 구조물을 해석해 보면 감쇠기를 설치한 구조물의 진동수가 감쇠기를 설치하지 않은 구조물의 그것보다 작게 되어서 음수의 감쇠비가 추적되는 모드들이 있는데 그것은 감쇠기 설치 전후에 모드들이 바뀌거나 또는 역전되기 때문이다. 실제의 해석에서 모드형상을 비교하여 이러한 모드들을 찾아내는 데에는 너무 많은 시간이 소요되기 때문에 이러한 모드들은 무시할 수밖에 없다. 그러나 이러한 모드들은 대부분 고차의 모드들로서 전체 응답에 심각한 영향을 주지는 않는다.

2.2 근사 해법

이 방법은 비비례 감쇠계를 좀더 간편하게 해석하기 위한 방법인데 역시 감쇠기의 강성만을 추가로 고려하여 강성 행렬과 질량 행렬만으로 고유치 해석을 수행하고, 여기에서 얻어진 모드 벡터가 강성 행렬과 질량 행렬뿐만 아니라 감쇠 행렬의 연계(coupled)도 풀 수 있다고 가정하는 방법

이다. 따라서 다음의 (3)식에 의해서 계산된 행렬의 주대각 항만을 고려하여 그것으로 감쇠비를 계산하여 모드 중첩법을 적용하게 된다.

$$\Phi^T C \Phi \quad (3)$$

여기에서 $C =$ 구조물의 연계된 감쇠 행렬, $\Phi =$ 구조물의 모드 벡터이다. 그러나 이렇게 구한 감쇠값은 비대각항(off-diagonal terms)의 값들을 무시하였기 때문에 실제보다 다소 크거나 작게 된다. 따라서 해석을 해보면 어떤 모드에서는 감쇠비가 1을 넘기도 하는데 이러한 모드들 역시 대부분 고차 모드이므로 응답에 큰 영향을 주지는 않는다.

2.3 복소 모드 중첩법

일반적인 고유치 해석에 의한 모드로는 비비례 감쇠계의 감쇠 행렬을 정확하게 모드별로 분리할 수 없다. 따라서 이 방법에서는 허식(dummy equation)을 도입하여 일반적인 동적 평형 방정식과 함께 (4)식과 같은 새로운 동적 평형 방정식을 구성한다.⁽¹⁾ 이 식에서 강성 행렬과 감쇠 행렬은 모두 감쇠기의 강성과 감쇠를 고려한 행렬이다.

$$\begin{bmatrix} [0] & M \\ M & C \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{u} \\ \dot{u} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} M & [0] \\ [0] & K \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{u} \\ u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [0] \\ P \end{pmatrix} \quad (4)$$

여기에서 $M =$ 구조물의 연계된 질량 행렬, $K =$ 구조물의 연계된 강성 행렬, $C =$ 구조물의 연계된 감쇠 행렬, $P =$ 구조물의 연계된 하중 벡터, $u, \dot{u}, \ddot{u} =$ 응답 변위, 속도, 가속도 벡터, $[0] =$ 모든 원소가 0인 행렬이다. 위의 식은 두 개의 식이 묶여진 것이기 때문에 행렬의 크기가 원래의 것보다 두 배로 늘어난다. 또한 고유치 방정식(standard form of Eigenvalue problem)을 구성하면 고유치를 구하고자 하는 행렬이 대칭 행렬이 되지 않기 때문에 일반적인 동적 평형 방정식에서의 고유치 문제보다 수치 해석적으로 더 복잡하게 되고 고유치와 고유 벡터는 켈레 복소수 형태로 나오게 된다. 이러한 이유들 때문에 이 방법은 다른 방법에 비해 고유치 해석에 많은 시간이 걸린다. 하지만 이 방법으로 구한 고유치와 고유 모드들은 계산상의 오차만 없다면 실제 구조물의 모드 특성을 정확하게 반영한다.

고유치 해석을 통해서 나온 모드를 이용하여 (4)식을 연계가 풀린 모드별 식으로 변환하면 (5)식과 같다.

$$\dot{z}_i - p_i z_i = \frac{\Phi_i^T F_i}{\Phi_i^T A \Phi_i}, \quad i = 1, 2, \dots, 2n \quad (5)$$

여기에서 $A =$ (4)식 첫 항의 행렬, $p_i =$ i 번째 모드의 복소 고유치, $F_i =$ i 번째 모드의 하중벡터, $\Phi_i =$ i 번째 모드벡터, $z_i, \dot{z}_i =$ i 번째 모드의 응답 변위, 속도를 나타낸다. (5)식은 일반적인 2개의 동적 평형 방정식이 아니므로 라플라스 변환(Laplace Transform) 등을 이용하여 해를 구하여야 한다. 시간 변화에 따른 (5)식의 해는 다음의 (6)식과 같다.

$$z_i(t) = \frac{1}{a_i} \int_0^t e^{p_i(t-\tau)} \Phi_i^T F_i(\tau) d\tau \quad (6)$$

(6)식을 이용하여 얻어진 응답은 고유치를 구하는 과정과 적분을 수행하는 과정에서의 수치 해석상의 오차만 없다면 이론적으로 정확해이다.⁽⁴⁾

2.4 직접 적분법

이 방법은 선형 및 비선형 계의 시간 이력 응답을 구하는 일반적인 방법으로 이 방법에서는 고유치 해석이 필요하지 않으며 수치해석 상의 안정성(stability)을 확보하는 것이 가장 중요하다. 따라서 본 연구에서는 시간 스텝의 변화에 대한 안정성이 보장되는 평균 가속도법(average acceleration method)을 사용하였다.

3. 예제 해석

위에서 간략히 설명한 네 가지 방법들을 이용하여 실제로 구조물을 해석하고 그 결과를 비교하였다. 예제 구조물은 그림 1과 같은 10층, 1경간 구조물이고 부재는 철골조로 설계하였으며 설계된 부재는 표 1에 나타내었다. 자유도는 절점 당 6개를 모두 고려하였고 바닥판은 고려하지 않았다. 각 층에 배치되는 점탄성 감쇠기는 모두 동일한 것으로 가정하였는데 그것은 모드 변형 에너지

표 1. 예제 구조물의 부재 설계

층	보		기둥	
	단면적 ($\text{cm}^2 \times 10^2$)	단면2차모멘트 ($\text{cm}^4 \times 10^4$)	단면적 ($\text{cm}^2 \times 10^2$)	단면2차모멘트 ($\text{cm}^4 \times 10^4$)
10	1.43	4.78	1.63	3.45
9	1.43	4.78	1.63	3.45
8	1.43	4.78	2.10	5.85
7	1.43	4.78	2.10	5.85
6	1.43	4.78	2.91	9.15
5	2.18	12.61	2.91	9.15
4	2.18	12.61	3.56	11.79
3	2.18	12.61	3.56	11.79
2	2.18	12.61	4.05	11.83
1	2.18	12.61	4.05	11.83

표 2. 예제 구조물에 사용된 감쇠기의 성능

	단면적 (cm^2)	두께 (cm)	전단저장계수 (ton/m^2)	전단손실계수 (ton/m^2)
감쇠기A	1300.0	3.0	250.28	421.40
감쇠기B	130.0	3.0	250.28	421.40
감쇠기C	13.0	3.0	250.28	421.40

지법의 경우에 한 구조물에서 두 종류 이상의 감쇠기를 고려할 수 없기 때문이다. 또 감쇠가 클 때와 작을 때의 해석 결과를 비교하기 위해서 감쇠기의 크기는 서로 다른 세 가지 종류를 사용하였다. 해석에 사용된 감쇠기의 크기 및 물성은 표 2에 나타내었다. 감쇠기 C는 실제적이지 못할 만큼 작는데 이는 모드 변형 에너지법에서는 감쇠기 없이 해석을 할 수 없기 때문에 아주 작은 감쇠기로 감쇠기가 설치되지 않은 구조물의 성능을 얻기 위해서 사용되었다.

시간 영역 지진 응답 해석에 사용된 지반 가속도는 1940년에 기록된 El Centro(S90W)지진에 의한 결과이다. 구조물 자체의 감쇠는 Rayleigh감쇠를 사용하여 고려하였으며 1, 2차 모드 감쇠비를 1%로 가정하였다. 모드 변형 에너지법의 경우에는 구조물의 감쇠를 고려하는 수정된 식도 있지만

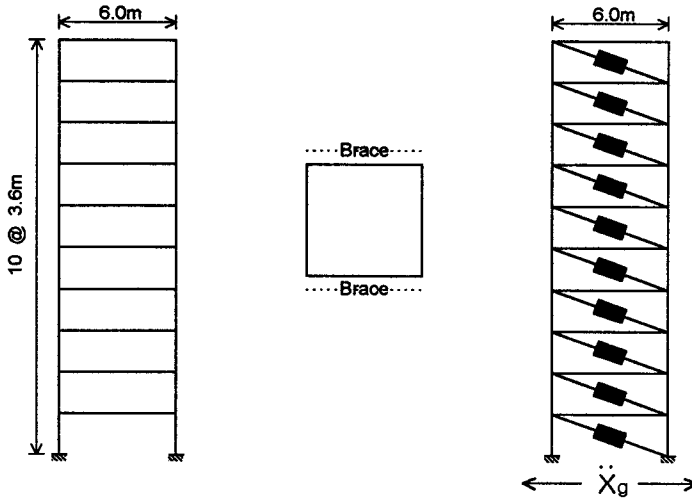


그림 1. 예제 구조물

본 연구에서는 구조물의 감쇠를 고려하지 않는 초기의 식을 사용하였다. 그림 3은 감쇠기 A를 사용하여 해석한 최상층 변위의 시간 이력 해석 결과를 나타내었고 그림 4와 그림 5는 각각 감쇠기 B와 감쇠기 C를 사용한 해석 결과를 나타내었다. 또, 그림 5, 그림 6, 그림 7은 각각의 감쇠기를 사용하였을 때의 층간 변위를 비교하였다. 직접 적분법은 복소 모드 중첩법과 거의 같은 응답을 보이고 있으므로 층간 변위를 비교하는 데에서는 제외하였다.

모든 경우에 있어서 직접 적분법을 사용하여 얻은 결과를 정확한 결과라고 가정하고 나머지 방법들의 응답을 비교해 보면, 복소 모드 중첩법으로 구한 결과는 정확한 결과를 보이는 것을 알 수 있다. 그러나 모드 변형 에너지법과 근사해법의 경우 감쇠가 커지면 응답이 상당히 과대 평가된다. 그것은 이 방법들이 모두 감쇠기의 강성만을 고려하여 고유치 해석을 하기 때문에 감쇠비가 큰 경우에는 해석시에 가정된 비감쇠 모드와 실제의 감쇠 모드간에 많은 차이가 있기 때문이다. 감쇠기 A를 사용한 경우에 복소 모드 중첩법으로 모드해석을 수행하여 보면 임계값 이상으로 감쇠된(critically or over-critically damped) 모드들이 많이 나타난다. 이와 같은 모드들을 추적할 수 있는 것은 이 해석법만의 장점인데 다른 방법들에선 이러한 모드들을 평가하지 못하는 등의 모드 해석 자체의 오차가 있으므로 정확한 응답을 얻을 수 없다. 그러나 감쇠기 C를 사용했을 때는 모드 변형 에너지법에서만이 구조물의 감쇠를 고려하지 못하기 때문에 발생하는 약간의 오차가 있을 뿐 네 가지 방법 모두가 거의 일치하는 결과를 보이고 있는데 이는 비감쇠 모드나 감쇠 모드가 큰 차이가 없기 때문이다. 즉, 감쇠기의 감쇠를 고려하지 않은 모드 해석 결과와 실제의 모드간에 차이가 거의 없기 때문이다. 또한 감쇠기 B를 사용했을 경우 근사해를 구하는 방법들에서의 응답은 감쇠기 A를 사용했을 때보다는 작고 감쇠기 C를 사용했을 때보다는 큰 오차를 가지는데 이러한 결과를 종합해보면 근사해를 구하는 방법들은 감쇠가 커질수록 그에 비례하여 큰 오차를 가지게 되는 것을 알 수 있다.

표 3에 각 방법들에 대한 해석 시간을 표시하였으며 직접 적분법에 가장 많은 시간이 소요되는 것을 알 수 있다. 해석에 사용된 컴퓨터는 펜티엄 133MHz CPU와 64Mbyte의 Ram을 갖춘 것이다. 해석 시간을 비교할 때에는 각 방법들의 해석 과정이 다르다는 것을 염두에 두어야 하는데 직접 적분법, 복소 모드 중첩법, 근사 해법의 경우 구조물 자체의 감쇠에 의한 감쇠 행렬을 Rayleigh감쇠로 구성하기 위해서 고유치 해석이 필요하다. 이 경우 감쇠기의 강성이나 감쇠를 고려하지 않고 해석을 수행하는 것이기 때문에 이후에 다시 고유치 해석을 하여야 한다. 복소 모드 중첩법에서는 두 번째 고유치 해석시 이 방법에서만 새롭게 구성되는 고유치 문제의 해석을 수행한다.

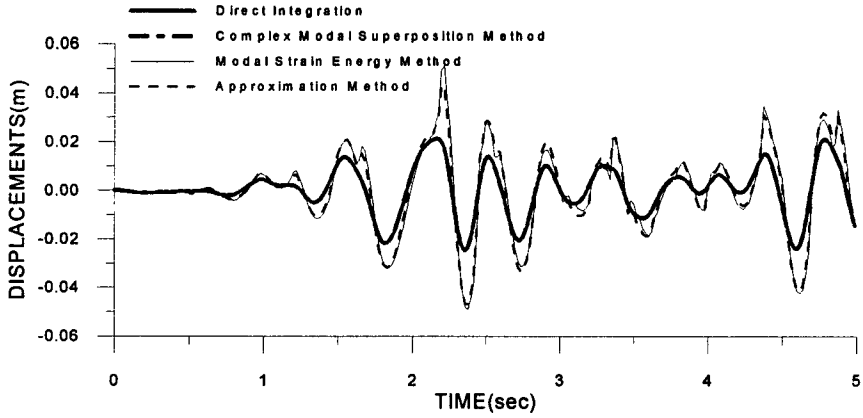


그림 2. 감쇠기A를 사용했을 때의 최상층 변위 시간 이력

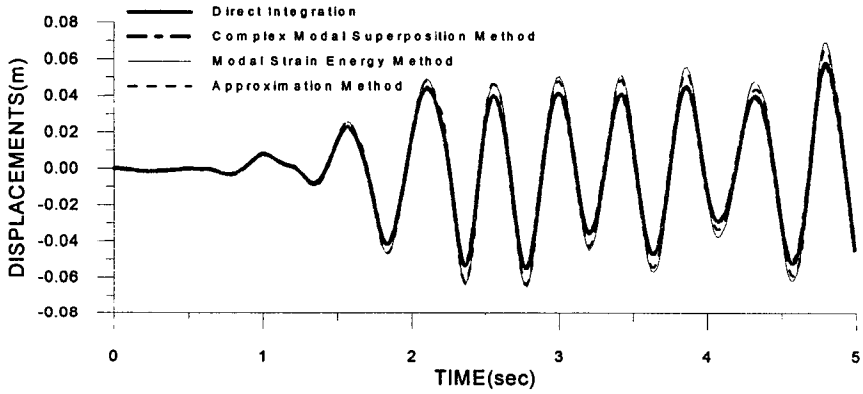


그림 3. 감쇠기B를 사용했을 때의 최상층 변위 시간 이력

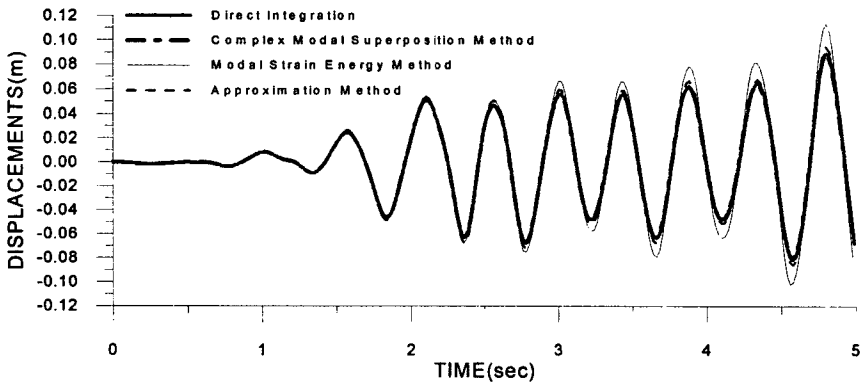


그림 4. 감쇠기C를 사용했을 때의 최상층 변위 시간 이력

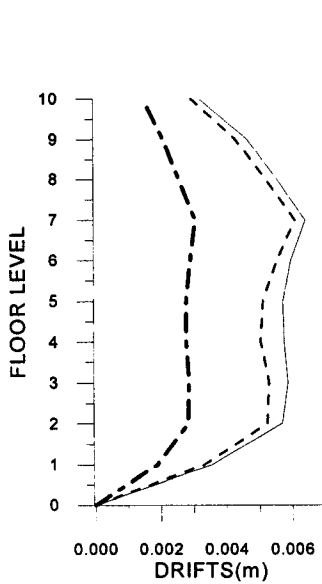


그림 5. 감쇠기A를 사용했을 때의 층간 변위

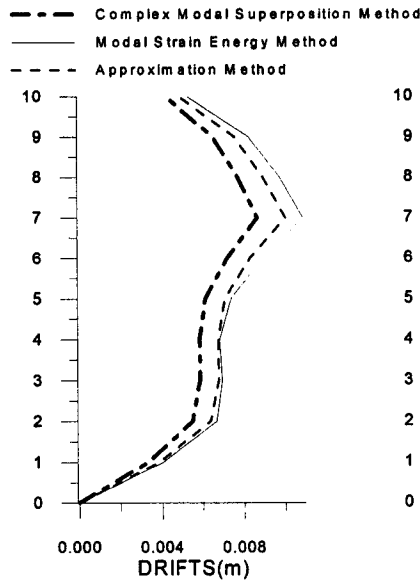


그림 6. 감쇠기B를 사용했을 때의 층간 변위

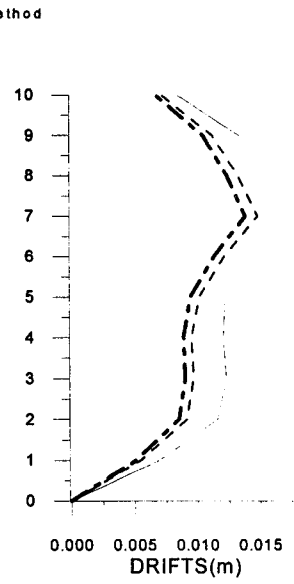


그림 7. 감쇠기C를 사용했을 때의 층간 변위

모드 변형 에너지법에서는 감쇠기 설치 전과 후의 구조물 진동수를 비교하여 감쇠비를 구하기 위해서 두 번의 고유치 해석이 필요하다. 모드 변형 에너지법을 제외한 다른 방법들에서는 첫 번째 고유치 해석시 수치 해석 기법들을 사용하여 두 모드의 진동수만 구하면 큰 구조물의 경우에 해석 시간이 많이 절약된다. 본 연구에서는 구조물이 크지 않으므로 모든 모드의 고유치 해석이 한번에 수행되는 수치 해석법을 사용하였다.

표 3. 해석 시간 비교

	직접 적분법	복소 모드 중첩법	모드 변형 에너지법	근사 해법
첫 번째 고유치 해석 시간	17초	17초	17초	17초
두 번째 고유치 해석 시간		2분 26초	17초	17초
시간 이력 해석 시간	13분 38초	5분 20초	57초	57초
총 해석 시간	13분 55초	7분 46초	1분 31초	1분 31초

표 3에 의하면 대략해를 구하는 방법들은 복소 모드 중첩법이나 직접 적분법보다 해석 시간이 빠르다는 것을 알 수 있다. 또한 복소 모드 중첩법에서는 2장에서 설명한 것과 같이 행렬의 크기가 두 배로 증가하기 때문에 고유치 해석에 많은 시간이 걸리며 시간 이력 해석에서도 복소수의 사용으로 계산량이 상당히 증가하기 때문에 근사 해석법 보다 많은 시간을 필요로 한다.

4. 결론

지금까지 비교적 해석 결과가 정확하다고 알려진 모드 변형 에너지법도 감쇠비가 증가하고 구

조물의 자유도 수가 커질수록 근사 해법과 마찬가지로 응답을 상당히 과대 평가 하는 것으로 나타났는데 이의 가장 큰 원인은 모드의 부정확한 해석인 것으로 사료된다. 따라서 정확한 해를 얻기 위해서는 직접 적분법이나 복소 모드 중첩법을 사용하여야 하는데, 복소 모드 중첩법으로 직접 적분법보다 빠르게 만족할 만한 해석 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

그러나 복소 모드 중첩법도 상당한 해석 시간을 필요로 하고, 어떤 감쇠기를 사용하더라도 모든 해석법에서의 층간 변위의 추세가 비슷하므로 감쇠기를 전층에 설치하지 않는 경우에는 감쇠기 설치 위치 결정시에 해석 시간에서 이득이 많은 모드 변형 에너지법이나 근사 해법을 사용하여도 무방할 것으로 판단된다.

추후로 본 연구에서 만족할만한 결과를 나타낸 복소 모드 중첩법에 대해서 해석 시간을 단축하는 등의 보다 깊은 연구가 필요하다고 판단된다.

참고 문헌

1. W. C. Hurty, M. F. Rubinstein, "Dynamics of Structures", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1964
2. 김진구, 민경원, "점탄성 감쇠기를 설치한 건물의 모드해석", 전산 구조 공학, 제 11권 제 1호, pp. 171-178, 1998
3. K. C. Chang, T. T. Soong, S. T. Oh, M. L. Lai, "Seismic Behavior of Steel frame with Added Viscoelastic Dampers", Journal of Structural Engineering, October 1995, pp. 1418-1426
4. A. S. Veletos, C. E. Ventura, "Modal Analysis of Non-classically Damped Linear Systems", Earthquake Engineering & Structural Dynamics, Volume 14, pp. 217-243, 1986
5. W. Weaver Jr., S. P. Timoshenko, D. H. Young, "Vibration Problems in Engineering", John Wiley & Sons, 5th Edition, 1989