

맥동관의 2차원 해석모델

백상호*, 정은수**
*홍익대학교 대학원, **홍익대학교 기계공학과

Two-Dimensional Analysis Model of a Pulse Tube

Sang-Ho Baek*, Eun-Soo Jeong**
*Hongik Univ., Graduate School, **Hongik Univ.
*whitesh@shinbiro.com, **esjeong@wow.hongik.ac.kr

Abstract - Enthalpy transport in a pulse tube was investigated by two-dimensional analysis of mass, momentum and energy equations of the gas as well as energy conservation of the tube wall. The mean temperature of the gas and the tube wall was obtained directly by assuming that the outer surface of a pulse tube is adiabatic. Effects of operating frequency, tube wall thickness, velocity ratio and velocity phase angle between both ends of a pulse tube on net enthalpy flow were shown.

1. 서 론

맥동관냉동기(pulse tube refrigerator)는 냉동기의 수명을 저하시키는 저온구동부가 없으므로 신뢰성이 높고 저온부의 진동이 적으며, 또한 구조가 간단하다는 장점들을 갖고 있다. 맥동관냉동기는 신뢰성이 높다는 장점을 갖고 있으므로 초기에는 우주왕복선 탑재용이나 상온초전도체 냉각용의 소형 극저온냉동기로 개발되어 왔다. 그러나, 맥동관냉동기의 단점이었던 낮은 효율도 새로운 형태의 맥동관냉동기의 개발로 스텔링냉동기와 비슷한 수준으로 향상되었기 때문에 미국, 일본, 중국 등에서 소형 극저온냉동기 뿐만 아니라 대용량의 천연가스 액화용 냉동기나 전자부품을 극저온으로 냉각시키기 위한 냉동기로 실용화하려는 연구들이 매우 활발히 진행되고 있다.

맥동관냉동기의 냉동효과는 맥동관 내부의 정미엔탈피이동(net enthalpy transport)에 의하여 발생하므로 맥동관냉동기의 성능향상을 위해서는 맥동관 내부에서 일어나는 작동가스의 유동과 열역학적 거동을 이해하는 것이 필요하다. 지금까지 맥동관의 해석에 사용되어온 1차원 모델들은 운동량과 열의 확산을 고려하지 않았기 때문에 정상상태의 대규모 흐름(steady large scale streaming) 형태의 이차유동(secondary flow)이나 가스와 맥동관벽 사이의 열전달이 맥동관냉동기의 성능에 미치는 영향을 규명할 수 없다. (1) 이러한 영향을 규명하기 위하여는 운동량과 열의

확산을 포함하는 2차원 해석모델이 필요하다.

맥동관 내부의 유동과 열역학적 거동에 대한 2차원 해석은 Jeong과 Smith[2], Jeong[3], 이호진 등[4], Lee 등[5], 그리고 강영구 등[6]에 의하여 수행되었다. 그러나, 지금까지의 연구들에서는 맥동관벽의 축방향 평균온도구배를 고려하지 않거나, 평균온도분포가 선형적이라고 가정하여 축방향 온도구배가 이차유동과 엔탈피유동에 미치는 영향을 알아보았다. 그러므로, 지금까지의 연구 결과들은 축방향 온도구배가 맥동관 내부의 정상상태의 질량흐름과 엔탈피유동에 미치는 영향을 정성적으로 예측하는데 유용하나 실제 맥동관냉동기의 맥동관 내부에서 일어나는 열 및 운동량의 전달현상들을 정량적으로 예측하는데 사용하기에는 곤란하다.

본 연구에서는 맥동관냉동기의 맥동관 내부에 있는 작동가스의 질량, 운동량, 에너지보존 뿐만 아니라 맥동관벽의 에너지보존도 동시에 고려하여 맥동관 내부에서 일어나는 열 및 운동량의 전달현상들을 정량적으로 예측할 수 있는 해석모델을 제시하였다. 맥동관의 외벽이 단열되었다는 조건을 이용하여 맥동관벽의 평균온도분포를 구하였다. 본 연구에서 제시된 맥동관의 해석모델을 이용하여 맥동관의 작동속도, 관벽의 두께, 맥동관 양쪽의 속도의 비와 위상차 등에 의하여 결정되는 무차원변수들이 무차원화된 정미엔탈피유동에 미치는 영향을 알아보았다.

2. 해석 모델

Fig. 1은 맥동관냉동기의 맥동관을 나타낸다. Fig. 1에 보여진 맥동관의 왼쪽과 오른쪽에 저온열교환기와 고온열교환기가 각각 위치한다. 맥동관 내부의 작동가스는 맥동관 양쪽으로 들어오고 나가는 작동가스의 주기적인 운동에 의하여 압축과 팽창을 반복하며, 정미엔탈피는 저온열교환기에서 고온열교환기 방향으로 이동한다. 해석에 사용된 주요 가정은 다음과 같다.

- (1) 가스의 왕복운동의 진폭 s_1 과 s_2 는 맥동관의 길이 L 에 비하여 작다.
- (2) 맥동관의 반지름 R 은 관의 길이 L 에 비하여 매우 작으므로 작동가스의 x -방향 온도와 속

도의 구배는 r-방향의 온도와 속도의 구배에 비하여 매우 작다. 또한, 압력은 맥동관의 한 단면에서 균일하다.

- (3) 작동가스가 움직이지 않을 때 맥동관벽과 작동가스의 온도는 평균온도 $T_m(x)$ 로 같다.
- (4) 작동유체는 이상기체이고, 유동은 층류이다.

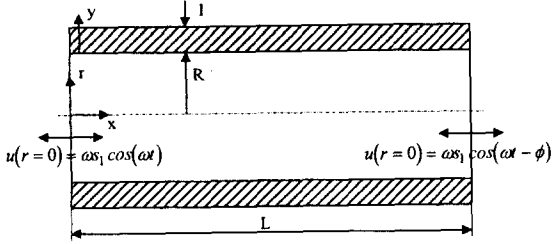


Fig. 1 Schematic diagram of a pulse tube

지배방정식의 해를 일반화하기 위하여 변수들을 다음과 같이 무차원화 하였다.

$$\begin{aligned} x^* &= \frac{x}{L} & r^* &= \frac{r}{R} & t^* &= \frac{t}{1/\omega} & u^* &= \frac{u}{\omega s_1} & p^* &= \frac{p}{p_0} \\ v^* &= \frac{v}{\omega s_1 R/L} & T^* &= \frac{T}{T_H} & \rho^* &= \frac{\rho}{\rho_0} \end{aligned} \quad (1)$$

위의 가정들을 사용하여 구한 무차원화된 1차 속도와 온도는 다음 식들과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \hat{u}_1^*(x^*, r^*) &= i \frac{s_1/L}{\gamma Ma^2} \frac{1}{\rho_m^*} \frac{d\hat{p}_1^*}{dx^*} \left[1 - \frac{J_0[(i-1)\beta r^*]}{J_0[(i-1)\beta]} \right] \\ \hat{T}_1^*(x^*, r^*) &= \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\hat{p}_1^*}{\rho_m^*} \left[1 - \frac{1}{1+\epsilon_s} \right. \\ &\quad \times \left. \frac{J_0[(i-1)\beta\sqrt{\text{Pr}} r^*]}{J_0[(i-1)\beta\sqrt{\text{Pr}}]} \right] \\ &\quad - \frac{1}{\gamma Ma^2} \left(\frac{s_1}{L} \right)^2 \frac{1}{\rho_m^*} \frac{dT_m^*}{dx^*} \frac{d\hat{p}_1^*}{dx^*} \\ &\quad \times \left[1 - \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}-1} \frac{J_0[(i-1)\beta r^*]}{J_0[(i-1)\beta]} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\text{Pr}-1} \frac{1+\epsilon_s f_v/f_x}{1+\epsilon_s} \right. \\ &\quad \left. \times \frac{J_0[(i-1)\beta\sqrt{\text{Pr}} r^*]}{J_0[(i-1)\beta\sqrt{\text{Pr}}]} \right] \end{aligned} \quad (2)$$

여기서

$$\beta = \frac{R}{\sqrt{2\mu/(\rho_m \omega)}} = \beta_0 \sqrt{\rho_m^*} \quad (4)$$

$$\beta_0 = \frac{R}{\sqrt{2\mu/(\rho_0 \omega)}} \quad (5)$$

$$f_v = 2 \frac{J_1[(i-1)\beta]/J_0[(i-1)\beta]}{(i-1)\beta} \quad (6)$$

$$f_x = 2 \frac{J_1[(i-1)\beta\sqrt{\text{Pr}}]/J_0[(i-1)\beta\sqrt{\text{Pr}}]}{(i-1)\beta\sqrt{\text{Pr}}} \quad (7)$$

$$\epsilon_s = -i \frac{\sqrt{k_g \rho_m C_p}}{\sqrt{k_s \rho_s C_s}} \frac{J_1[(i-1)\beta\sqrt{\text{Pr}}]/J_0[(i-1)\beta\sqrt{\text{Pr}}]}{\tanh[(1+i)\beta_s]} \quad (8)$$

$$\beta_s = \frac{l}{\sqrt{2k_s/(\rho_s C_s \omega)}} \quad (9)$$

$$Ma = \frac{\omega s_1}{\sqrt{\gamma R T_H}} \quad (10)$$

이다.

무차원화된 1차 압력의 파동방정식은 다음과 같이 표현되고

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \hat{p}_1^*}{dx^{*2}} &= \frac{1}{1-f_v} \left[\left\{ \frac{f_x - f_v}{(1-\text{Pr})(1+\epsilon_s)} - 1 + f_v \right\} \right. \\ &\quad \left. - 1.68014 \times \left\{ 1 - f_v + \left(\frac{J_1(\beta)}{J_0(\beta)} \right)^2 \right\} \right] \frac{1}{T_m^*} \frac{dT_m^*}{dx^*} \frac{d\hat{p}_1^*}{dx^*} \\ &\quad - \frac{Ma^2}{(s_1/L)^2} \frac{1 + (\gamma-1)f_x/(1+\epsilon_s)}{1-f_v} \frac{\hat{p}_1^*}{T_m^*} \end{aligned} \quad (11)$$

맥동관벽의 열전도와 맥동관 내부의 작동유체에 의한 축방향 정미엔탈피유동은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \langle \dot{H} \rangle^* &= \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{s_1}{L} \right) \frac{1}{Ma^2} \frac{\gamma-1}{\gamma^2} \frac{1}{\rho_m^*} \text{Im} \left[\frac{d\hat{p}_1^*}{dx^*} \hat{p}_1^* \right. \\ &\quad \times \left. \left(1 - \tilde{f}_v - \frac{f_x - \tilde{f}_v}{(1+\epsilon_s)(1+\text{Pr})} \right) \right] \\ &\quad + \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{s_1}{L} \right)^3 \frac{1}{\gamma^2} \frac{1}{Ma^4} \frac{1}{1-\text{Pr}} \frac{1}{\rho_m^*} \frac{dT_m^*}{dx^*} \\ &\quad \times \frac{d\hat{p}_1^*}{dx^*} \frac{d\tilde{p}_1^*}{dx^*} \text{Im} \left[\tilde{f}_v + \frac{(f_x - \tilde{f}_v)(1+\epsilon_s f_v/f_x)}{(1+\epsilon_s)(1+\text{Pr})} \right] \\ &\quad - \frac{(R/L)^2}{2\beta_0^2 \text{Pr} (s_1/L)} \left(1 + 2 \frac{\beta_0^2}{\beta_s^2} \text{Pr} \left(\frac{1}{R} \right)^3 \frac{\rho_s C_s}{\rho_0 C_p} \right) \\ &\quad \times \frac{dT_m^*}{dx^*} \end{aligned} \quad (12)$$

본 연구에서는 식 (11)과 (12)의 해를 4차 Runge-Kutta 방법을 사용하여 동시에 구하였다. 정미엔탈피와 $x^*=0$ 에서의 압력구배를 가정하여 $x^*=0$ 에서 $x^*=1$ 까지 계산을 진행하고 $x^*=1$ 에서의 온도와 압력구배의 경계조건을 만족할 때까지 반복계산한다.

3. 결과 및 토의

본 연구의 계산에 사용된 무차원 변수들의 기준조건은 $s_1/L=0.1$, $R/L=0.1$, $\text{Pr}=0.7$, $\gamma=5/3$, $s_2/s_1=0.3$, $\phi=90^\circ$, $\beta_0=10$, $\beta_s=0.5$, $T_c^*=0.6$ 이다. 무차원화에 사용된 기준압력 $p_0=10\text{MPa}$ 이고, 기준온도 $T_H=300\text{K}$ 이다.

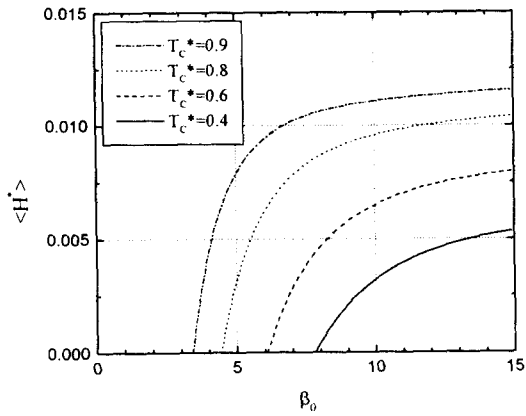


Fig. 2 Net enthalpy flow vs. β_0

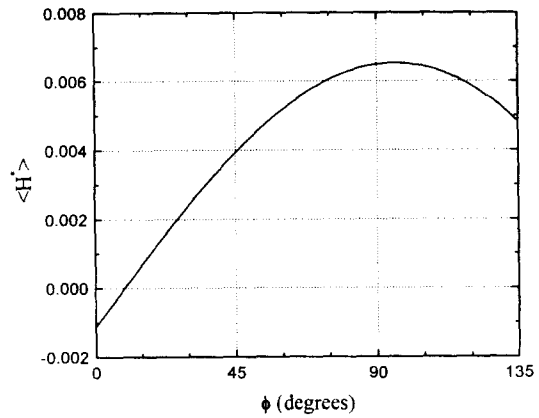


Fig. 4 Net enthalpy flow vs. velocity phase angle

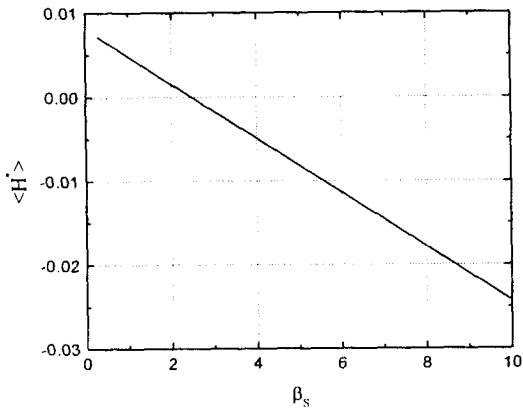


Fig. 3 Net enthalpy flow vs. β_s

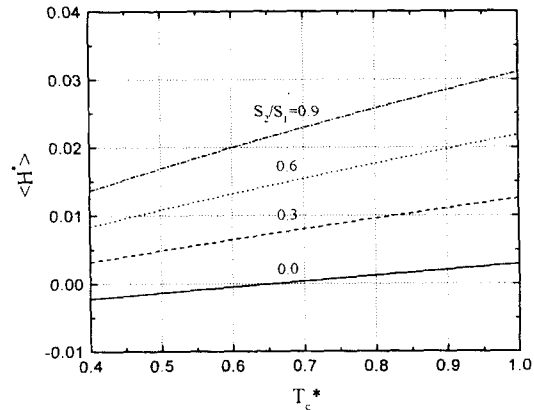


Fig. 5 Effect of velocity ratio on net enthalpy flow

Fig. 2는 무차원 냉동온도 T_c^* 가 각각 0.4, 0.6, 0.8, 0.9인 경우에 β_0 가 무차원 정미엔탈피유동에 미치는 영향을 보여준다. 식 (4)에서 알 수 있는 것처럼 β_0 는 맥동관의 반지름과 속도경계층의 두께의 비를 의미한다. 작동각속도 ω 나 맥동관의 반지름 R 을 바꾸어 β_0 를 조절할 수 있는데 본 연구에서는 작동각속도 ω 를 변화시켰다. Fig. 2에서 β_0 가 일정할 경우 냉동온도 T_c^* 가 낮아질수록 정미엔탈피유동, 즉 냉동용량은 감소하는 것을 볼 수 있다. 또한, 냉동온도 T_c^* 가 일정한 경우에는 β_0 가 증가할수록 정미엔탈피유동이 증가하는데, 이것은 오리피스 맥동관냉동기의 정미엔탈피유동이 작동각속도가 증가할수록 증가한다는 Rawlins 등[7]과 Wu 등[8]의 결과와 같은 경향을 보인다.

맥동관벽의 두께와 관벽의 온도경계층의 두께의 비 β_s 가 정미엔탈피유동에 미치는 영향을 Fig. 3에 나타내었다. 식 (9)에서 알 수 있는 것처럼 작동각속도 ω 가 일정할 경우 β_s 가 커진다는 것은 맥동관벽의 두께가 비례하여 증가한다는 것을 의

미한다. 따라서, β_s 가 증가할수록 맥동관벽을 통한 고온열교환기에서 저온열교환기로의 전도열손실은 선형적으로 증가하므로 정미엔탈피유동은 선형적으로 감소하는 것을 볼 수 있다.

Fig. 4는 맥동관 양쪽의 속도 사이의 위상차 ϕ 가 정미엔탈피유동에 미치는 영향을 나타낸다. ϕ 가 90° 부근에서 정미엔탈피유동이 최대가 되는 것을 볼 수 있는데, 이것은 축방향 온도구배가 없다고 가정하였을 때의 Lee 등[9]의 결과와 일치한다.

맥동관 양쪽의 속도의 비 s_2/s_1 가 정미엔탈피유동에 미치는 영향을 Fig. 5에 나타내었다. 기본형 맥동관냉동기에서 고온열교환기 우측은 막혀 있으므로 $s_2/s_1=0.0$ 은 기본형 맥동관냉동기에 해당하고, $s_2/s_1 \neq 0.0$ 은 오리피스 맥동관냉동기나 이중입구 맥동관냉동기에 해당한다. $s_2/s_1=0.0$ 일 경우

$T_c^* < 0.65$ 에서는 정미엔탈피유동이 음이므로 냉동효과를 얻을 수 없다는 것을 의미한다. 기본형 맥동관냉동기의 냉동효과는 맥동관벽과 작동가스 사이의 열전달에 의한 표면열펌핑에 의하여 일어

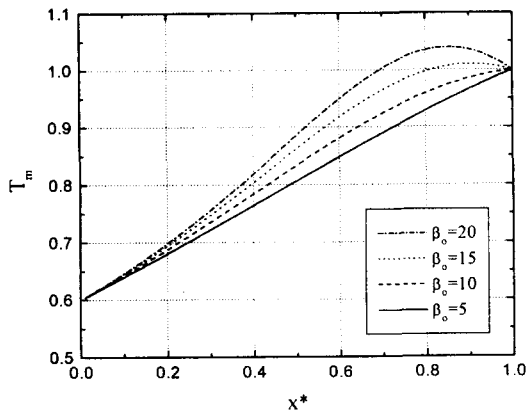


Fig.6 Effect of β_0 on mean temperature profile

나므로 β_0 가 냉동효과를 얻기에는 너무 크다고 생각된다. s_2/s_1 이 증가할수록 정미엔탈피유동이 커지는 것을 알 수 있는데, 이것은 이중입구 맥동관 냉동기가 오리피스 맥동관냉동기에 비하여 냉동용량을 크게 향상시킬 수 있다는 것을 의미한다. 오리피스 맥동관냉동기에서는 압축기에서 나온 작동가스가 모두 저온열교환기를 통하여 맥동관으로 유입되나 이중입구 맥동관냉동기에서는 압축기에서 나온 작동가스의 일부가 고온열교환기를 통하여 맥동관으로 유입되므로, 이중입구 맥동관냉동기가 오리피스 맥동관냉동기에 비하여 s_2/s_1 가 크다.

Fig. 6은 평균온도의 축방향 분포를 보여준다. $\beta_0=5$ 일 경우 평균온도는 거의 선형적인 분포를 보이나 $\beta_0=15, 20$ 인 경우에는 평균온도의 최대값이 고온열교환기의 온도보다 높은 것을 볼 수 있다. β_0 가 증가할수록 평균온도의 최대값은 증가하고 평균온도가 최대가 되는 지점이 고온열교환기에서 멀어지는 것을 볼 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 가스와 맥동관벽의 시간평균온도를 직접 계산할 수 있는 맥동관의 2차원 해석모델을 제시하였으며, 이 모델을 이용하여 맥동관의 작동속도, 관벽의 두께, 맥동관 양쪽의 속도의 비와 위상차가 정미엔탈피유동에 미치는 영향을 알아보았다.

맥동관의 정미엔탈피유동은 무차원화된 작동각속도 β_0 와 맥동관 양쪽의 속도의 비 s_2/s_1 가 커질수록 증가하며, 냉동온도가 낮아질수록 감소한다. 맥동관벽의 두께가 커질수록 정미엔탈피유동은 감소하며, 맥동관 양쪽의 속도 사이의 위상차 ϕ 가 90° 부근에서 정미엔탈피유동은 최대가 된다. β_0 가 작을 경우 맥동관의 평균온도는 거의 선형적인 분포를 보이나 β_0 가 매우 큰 경우에는 평균온도의

최대값이 고온열교환기의 온도보다 높아지며 비선형적인 분포를 갖는다.

후기

이 연구는 1998년도 한국과학재단 연구비(과제번호 : 981-1006-040-2) 지원에 의한 결과입니다. 관계자 여러분께 감사드립니다.

[참고 문헌]

1. Lee, J. M., Kittel, P., Timmerhaus, K. D., and Radebaugh, R., "Flow patterns intrinsic to the pulse tube refrigerator," Proceedings of the 7th International Cryocooler Conference, pp.125-139, 1993.
2. Jeong, E. S. and Smith, J. L., Jr., "Secondary flow in reciprocating machinery," Proceedings of ASME National Heat Transfer Conference, Vol. 24, pp. 97-104, 1992.
3. Jeong, E. S., "Secondary flow in basic pulse tube refrigerators," Cryogenics, Vol. 36, No. 5, pp. 317-323, 1996.
4. 이호진, 채왕병, 정은수, "맥동관냉동기의 2차속도와 온도," 공기조화냉동공학 논문집, 제 9권, 제2호, pp. 239-248, 1997.
5. Lee, J. M., Kittel, P., Timmerhaus, K. D., and Radebaugh, R., "Steady Secondary Momentum and Enthalpy Streaming in the Pulse Tube Refrigerator," Cryocoolers 8, pp. 359-369, 1995.
6. 강영구, 정은수, "맥동관냉동기의 엔탈피 이동," 공기조화냉동공학 논문집, 제 10권, 제2호, pp. 180-192, 1998.
7. Rawlins, W., Radebaugh, R., Bradley, P.E. and Timmehaus, K.D., "Energy Flows in an Orifice Pulse Tube," Adv. Cryo. Eng., Vol. 39, pp. 1449-1456, 1994.
8. Wu, P.Y., Zhang, Li., Qian, L.L. and Zhang, L., "Numerical Modeling of Orifice Pulse Tube Refrigerator by using the Method of Characteristics," Adv. Cryo. Eng., Vol. 39, pp. 1417-1423, 1994.
9. Lee, J.M., Kittel, P., Timmehaus, K.D. and Radebaugh, R., "Higher Order Pulse Tube Modeling," Cryocoolers 9, pp. 345-353, 1997.