셀룰러 네트워크에서의 채널 할당 문제의 향상된 하한 값 분석

최정임*, 정행은*, 이상규*, 이주영**
*숙명여자대학교 전산학과, **덕성여자대학교 전산학과,

Better Analysis of Lower Bounds of Channel Assignment Problems in Cellular Networks

Jungim Choi, Haengeun Chung*, Sang-Kyu Lee*, and Ju-Young Lee***
*Dept. of Computer Science, *Sookmyung Women's University, **Duksung Women's University*

요 약

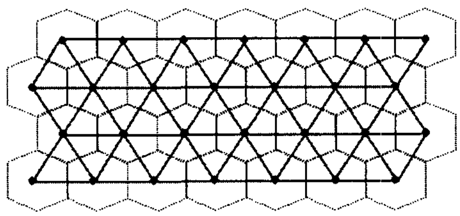
급격히 증가하는 무선 통신 통화처리를 위한 방안으로 셀룰러 네트워크에서의 효율적인 채널 할당 문제가 통신자원의 사용을 최적화 하려는 목적 하에 활발히 연구되어지고 있다. 이러한 채널 할당 문제는 그래프에서의 컬러링 문제로 바꾸어 생각해 볼 수 있는데 그 중 하나인 크로마틱 대역폭 문제의 하한 값이 $O(k^2)$로 알려져 왔었다. 본 논문에서는 크로마틱 대역폭 채널 할당 문제의 하한 값이 $O(k^3)$임을 보였고 이는 기존에 알려진 하한 값보다 정확한 하한 값을 제시함으로 해서 채널 할당 문제의 새로운 방향을 제시했다.

1. 서론

급격히 증가하고 있는 무선 통신에 대한 수요의 증가는 제한된 주파수 자원을 효과적으로 이용하여 수요 증가를 수용하기 위한 방안이 필요하게 되었고 이를 위해 진행되는 여러 가지 연구 중에 주파수 채널 할당 (frequence channel assignment) 문제가 더욱 중요하게 고려되어 이 문제에 대한 연구가 여러 가지 각도에서 활발하게 진행되고 있다[1, 2].

셀룰러 네트워크에서는 지리적인 영역을 나누어서 서비스를 하고 있는데 이 서비스 영역은 종종 육각형의 셀룰러 영역(셀이라 부름)으로 표시되어진다. 각 셀은 그 셀 내에 위치하는 이동 통신 클라이언트들의 통신을 관리하는 기본 스테이션(base station)을 가운데 가지고 있으며 이 기본 스테이션은 다른 셀에 있는 스테이션과의 통신을 통하여 자신의 서비스 영역의 클라이언트가 적은 파워의 단말기를 가지고도 먼 곳의 다른 사용자와의 통화를 가능하게 해준다. 각각의 클라이언트의 호출(call)이 있을 때 관계하는 기본 스테이션이 특정 주파수 채널을 할당시키는데, 인접한 셀 간에 같은 채널을 할당시킨 경우 채널 간섭(interference)을 야기 시킬 수 있다. 주파수의 대역폭(bandwidth)을 효과적으로 공유하기 위해서 채널들은 가능한 한 재사용 되어야 하며 채널들을 선택할 때에는 상호-채널 간섭(co-channel interference)이나 이웃 채널 간섭(adjacent channel interference)이 일어나지 않도록 해야 한다. 채널 재사용가능 거리(L)이란 셀 간의 거리가 적어도 L이라면 두 셀 간에 채널 간섭을 초래하지 않고 채널이 재사용 될 수 있는 거리를 말한다. 여러 가지 채널 간섭을 고려한 채널 할당 문제들은 그래프 이론의 컬러링 문제로 생각할 수 있는데 이 때 문제에 따라 주어지는 조건이 다르고 그에 맞는 컬러링을 찾아야 한다[3, 4].

일반적인 형식에서의 채널 할당 문제는 NP-Complete문제이다. 그러나 이동 셀룰러 네트워크는 매우 일반적인 정형적 구조를 가진다. 셀룰러 네트워크는 그림 1에서와 같이 셀을 나타내는 노드들과 육각형의 각 면에 이웃하는 여섯 개의 이웃 노드들을 에지(edge)로 연결하여 이루어진 삼각형 격자(lattice) 모양의 그래프로 모델 되어 질 수 있다. 이러한 일반적인 구조를 상에서 채널 할당 문제의 최적 값은 다항식 형태의 시간 안에 구할 수 있다.



[그림 1] 셀룰러 네트워크의 그래프로의 모델화

[1]에서 상호-채널 간섭과 이웃 채널 간섭을 동시에 고려하는 채널 할당 알고리즘을 제안하였는데 그 문제의 하한 값으로 이웃 채널의 최소 할당 거리를 k라 했을 때 $O(k^2)$의 범위를 갖는 값을 제안했다. 본 논문에서는 상호-채널 간섭과 이웃채널 간섭을 없애면서 가능한 주파수를 최대한 효과적으로 사용하는 채널 할당 문제의 하한 값으로, 현재까지 알려진 가장 근접한 [1]의 하한 값보다 정확한 $O(k^3)$ 범위의 하한 값을 제시한다.

2 장에서는 채널 할당 문제를 설명하고 3 장에서는 기존의 [1]에서 제안된 하한 값과 향상된 본 논문의 하한 값을 소개하고 4 장에서 결론을 맺겠다.

2. 셀룰러 네트워크에서의 채널 할당 문제

셀룰러 네트워크에서의 채널 간섭은 크게 두 가지로 분류할 수 있다.

하나는 상호-채널 간섭(co-channel interference)이고 또 하나는 이웃 채널 간섭(adjacent channel interference)이다. 상호 채널 간섭이란 같은 채널을 일정 거리 이상 떨어지지 않은 두 개의 스테이션에 할당함으로 해서 생기는 채널의 간섭을 나타내고 이웃 채널 간섭은 주파수대(frequency spectrum) 상에서 근접한 주파수를 갖는 두 개의 채널을 충분한 거리 이상 떨어지지 않은 두 개의 스테이션에 할당함으로 해서 생기는 채널간의 간섭을 나타낸다. 이웃 채널 간섭은 계속적으로 증가하는 주파수 요구를 충족하기 위해 제한된 주파수대를 점점 세분화하기 때문에 발생되는 채널 간의 간섭이다. 이러한 채널 간섭을 고려하여 [1]에서는 두 가지 채널 할당 문제를 그래프 이론에서의 컬러링 문제로 변환하여 소개했다.

(1) 거리-k 크로마틱 수 문제 (Distance-k Chromatic Number Problem):

셀룰러 그래프 G = (V, E)에서 채널 간섭이 가능한 거리(k)값이 주어질 때, 두 노드의 최단 거리가 k보다 작거나 같은 경우 서로 다른 컬러를 주면서 각 노드를 모두 컬러링 하는 문제이다.

(2) 크로마틱 대역폭 문제 (Chromatic Bandwidth Problem):

셀룰러 그래프 G = (V, E)에서 edge 들의 값(weight)이 $w(i,j)$ 일 때, 컬러링 함수를 $f(v_i), v_i \in V$를 노드에서의 자연수로의(color를 자연수로 표기함) 매핑으로 정의하면($f: v_i \rightarrow N, v_i \in V$) 컬러링의 대역폭은 모든 $i,j \in V$ 에 대해 $|f(v_i) - f(v_j)| \geq w(i,j)$를 만족하는 컬러링에 사용된 가장 큰 자연수가 되며 크로마틱 대역폭은 존재하는 모든 컬러링의 대역폭 중 가장 작은 대역폭을 말한다. 이때, $w(i,j)$를 일반적으로 $d(i,j)$상수 k와 노드 i와 노드 j사이의 최단 거리가 주어졌을 때 $1 \leq d(i,j) \leq k$ 일때는 $w(i,j) = k+1-d(i,j)$로 그 외에는 $w(i,j) = 0$로 정의한다.

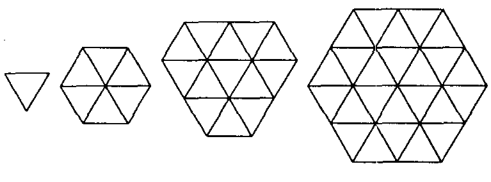
3. 채널 할당 문제의 향상된 하한 값(low bound) 분석

[1]에서 거리-k 크로마틱 수 문제에 대해 제안한 하한 값은 다음 정리와 같다.

정리 3.1

셀룰러 그래프에서 거리-k 크로마틱 수 문제에 필요한 최소 컬러 수는 k가 홀수일 때 $3/4(k+1)^2$, 짝수일 때 $3/4(k+1)^2 + 1/4$이 적어도 필요하다.

증명 : 셀룰러 그래프를 G = (V, E)라 하고, G의 노드 집합 V의 어느 부분집합을 V'라 하자. V'에 있는 모든 노드들 간의 거리가 그래프 G에서 최대 k이라면, V'를 거리-k 크릭(distance-k clique) 이라 정의한다. 그림 2에서 k가 각각 1, 2, 3, 4일 때의 거리-k 크릭을 보인다. 그림에서 보는 것과 같이 k가 짝수이면 (k+1) + 2k + 2(k-1) + … + 2(k/2 + 1) = $3/4(k+1)^2$ + 1/4이 되고, 홀수이면 (k+1) + 2k + 2(k-1) + … +



[그림 2] 셀룰러 그래프에서 k= 1,2,3,4일 때 거리-k 크릭

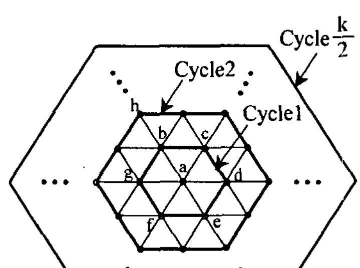
2(k/2 + 3/2) + (k/2 +1/2) = $3/4(k+1)^2$이 됨을 알 수 있다. 거리-k 크릭에 있는 노드들은 서로 간의 거리가 k를 넘지 않으므로 서로 다른 컬러를 할당해야만 한다. 그러므로 적어도 거리-k 크릭에 있는 노드 수만큼의 컬러가 필요하다. ■

[1]에서 크로마틱 대역폭 문제의 하한 값으로도 거리-k 크릭을 이용하여 정리 3.1의 결과를 사용하고 있다. 그러나 거리-k 크로마틱 수 문제에서는 다른 주파수를 갖는 채널 들 사이에는 간섭이 일어나지 않지만 크로마틱 대역폭 문제의 경우 다른 주파수를 갖는 채널들이라도 만약 주파수 대역에서 근접해 있다면 그것들이 거리 상 충분히 떨어지지 않은 스테이션들에 할당된다면 서로 간섭을 일으킬 수 있기 때문에 거리-k 크릭 보다 훨씬 많은 수의 채널이 필요하다. 따라서, 정리 3.1의 하한 값은 loose한 한계(bound)가 된다. 본 논문에서는 크로마틱 대역폭 문제의 하한 값으로 제시한 [1]의 결과 보다 향상된 하한 값을 제시하고자 한다.

정리 3.2

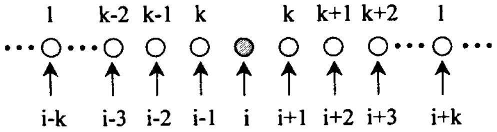
셀룰러 그래프에서 크로마틱 대역폭 문제에 필요한 최소 컬러(채널) 수는 k가 짝수일 때 $\frac{1}{4}k^3 + \frac{3}{4}k^2 + \frac{3}{2}k + 1$이, k가 홀수일 때 $\frac{1}{4}k^3 + \frac{3}{4}k^2 + \frac{5}{4}k + \frac{3}{4}$이 적어도 필요하다.

증명 : 먼저 k가 짝수인 경우를 생각해 보자. k가 짝수인 경우의 거리-k 크릭(distance-k clique)이 그림 3에 나타나 있다. k가 2인 경우의 거리-k 크릭은 노드 a와 노드 b - g로 이루는 Cycle 1으로 나타내져 있다. 일반적으로 k가 짝수인 거리



[그림 3] k 가 짝수일 때의 거리-k 클릭

- k 크릭은 노드 a와 노드가 6개씩 증가해 나가는 Cycle 1서부터 Cycle $\frac{k}{2}$로 이루어져 있음을 알 수 있다. 크로마틱 대역폭을 찾기 위해 짝수의 k 중 가장 작은 k = 2인 경우를 고려해 보자. 거리-2 크릭에 있는 노드의 수는 7개이지만 노드 a에 어느 컬러(채널) i가 할당되면 노드 a에서부터 나머지 노드들 b - g까지의 거리가 모두 1이므로 컬러 $i-1$과 컬러 $i+1$은 어디에도 사용할 수가 없다. 따라서, k = 2인 경우 크로마틱 대역폭은 최소한 9 이상이 됨을 볼 수 있다. 이와 같은 성질을 일 반화 시키기 위해 거리-k 크릭의 가운데 노드 (노드 a)에 컬러 i가 할당되었을 때 주파수 대역 상에서 노드 i로부터 근접한 노드들에 대한 거리의 조건이 그림 4에 나타나 있다. 컬



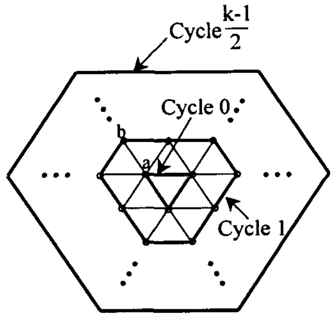
[그림 4] 컬러 i를 기준으로 본 노드들의 거리

러 $i-1$과 컬러 $i+1$은 노드 a에서부터 최소한 거리가 k 떨어져 있는 노드에나 할당이 가능하고 컬러 $i-k$는 노드 a의 인접한 노드에 할당할 수 있음을 알 수 있다. 그림 3에서 노드 a에 컬러 i가 할당되었을 때, 노드 a로부터 거리-k에 있는 노드들의 거리는 $\frac{k}{2}$보다 작거나 같으므로 i보다 작은 $\frac{k}{2}$개와 i보다 큰 $\frac{k}{2}$개의 컬러를 사용할 수 없게 된다. 따라서, 노드 a를 위해 k+1개의 컬러가 필요하고(이중 실제로 사용하는 것은 하나임) 그 다음의 각각의 Cycle 들을 보면 다른 노드와 의 최대 거리가 하나씩 증가됨을 볼 수 있다. 따라서 Cycle j에 있는 노드하나 하나에 필요한 컬러는 $2(\frac{k}{2}-j)+1$임을 알 수 있다. 모두를 정리해보면, k가 짝수일 때 필요한 최적의 크로마틱 대역폭 $OPT(k)$는

$$OPT(k) \geq (k+1)+\sum_{j=1}^{\frac{k}{2}} 6j(k-2j+1)$$
$$=\frac{1}{4}k^3+\frac{3}{4}k^2+\frac{3}{4}k+1$$

가된다.

k가 홀수인 경우도 짝수와 마찬가지 방법으로 하한 값을 산출할 수 있다. 그림 5에 k가 홀수일 때의 거리-k 크릭의 일반화된 모델이 도식되어 있다. 이때의 거리-k 크릭은 3개의 노드로 시작되는 Cycle 0와 이로부터 6개씩 증가하는 Cycle 1에서부터 Cycle $\frac{k-1}{2}$로 구성되어 있고, 각 사이클에 속한 노드를 위한 컬러를 k가 짝수일때와 같은 방법으로 구해본 최적



[그림 5] k 가 홀수일 때의 거리-k 클릭

의 크로마틱 대역폭 $OPT(k)$는

$$OPT(k) \geq \sum_{j=0}^{\frac{k-1}{2}} (3+6j)(k-2j)$$
$$=\frac{1}{4}k^3+\frac{3}{4}k^2+\frac{5}{4}k+\frac{3}{4}$$

가된다. ■

4. 결론

본 논문에서는 [1]에서 제안한 셀룰러 네트워크에서의 채널할당 문제중의 하나인 크로마틱 대역폭의 하한 값을 이웃 채널 간섭의 특성을 고려하여 향상 시켰다. [1]에서 제안된 하한 값은 $O(k^2)$의 범위를 가졌지만 본 논문은 하한 값의 범위가 $O(k^3)$임을 보임으로 해서 셀룰러 네트워크에서의 채널 할당 문제의 새로운 방향을 제시했다 할 수 있다. 본 논문의 결과로 [1]에서 3배의 최적값이라 했던 그들의 크로마틱 대역폭 채널 할당 알고리즘의 결과는 실제로 2배의 최적값에 해당하는 결과임을 입증했다.

참고 문헌

[1] A. Sen, T. Roxborough and S. Medidi, "Upper and Lower bounds of a Class of Channel Assignment Problems in Cellular Networks", *Technical Report, Department of Computer Science and Engineering, Arizona State Univ.*, January 1998.

[2] G. Cao and M. Singhal, "Efficient Distributed channel Allocation for Mobile Cellular Networks", *The Ohio State Univ., technical Report OSU-CISRC-5/98-TR14, p. 19,* 1998.

[3] D.B. West, "Introduction to graph theory", *Prentice-Hall,* 1996.

[4] T.R. Gensen and B. Toft, "Graph coloring problems", *Wiley-interscience, New York,* 1995.