

# LMSBP 알고리즘을 이용한 탭 가중치 갱신을 통한 수렴 특성에 관한 연구

\*배용근\*

★ 조선대학교 컴퓨터 공학과

E-mail: ygbae@mail.chosun.ac.kr

## A Study on the Convergence Characteristic Through Tap Weight Updating with LMSBP Algorithm

\*Yong Keun Bae\*

★ Dept. of Computer Engineering, Chosun University

### 요 약

적용 횡단선 필터는 심볼간의 채널에 발생하는 상호 심볼간 간섭을 억압하기 위해 LMS 알고리즘을 사용한다. 이 알고리즘은 원하는 응답과 실제 출력간의 차인 에러를 이용하여 탭 가중치 조절 메카니즘을 통해 탭 가중치를 갱신함으로써 효과적으로 간섭을 제거하였다.

본 논문은 상호 심볼간 간섭을 효율적으로 억압해온 기존의 LMS 알고리즘에 다계층 퍼셉트론 신경망을 조합한 새로운 LMSBP 알고리즘을 제안하였으며, 제안된 알고리즘을 통해 탭 가중치 갱신이 보다 효율적으로 이루어짐을 알 수 있다. 시뮬레이션 결과를 통해 제안된 알고리즘의 평균 자승 에러의 수렴 특성이 LMS 알고리즘을 이용한 수렴 특성보다 우월하다는 것을 나타내었다.

### I. 서 론

채널 등화기는 두가지 성분의 필터로 구성되는데 하나는 정합 필터를 이용함으로써 부가적인 백색 가우시안 잡음을 제거하며, 다른 하나는 상호 심볼 간에 발생하는 상호 심볼간 간섭을 제거하기 위한 적응 횡단선 필터를 사용하는 것이다. 적응 횡단선 필터에서 실제출력과 이상적인 출력의 차인 에러를 이용하여 탭 가중치 조절 메카니즘을 통하여 에러를 효율적으로 억압하는 LMS(Least Mean Square) 알고리즘이 제안되어 왔으며 디지털 통신, 제어, 신호처리 등의 여러 응용 분야에서 광범위하게 사용되어 왔다. 그러나 반복적 최소 자승 적응 필터와 비교해서 주어진 안정적 상태 평균 자승 에러에 대해 수렴특성이 비교적 떨어지는 단점을 가지고 있다. 이러한 수렴특성을 개선하기 위해 몇가지 방법들이 제안되어 왔으며[1,2,3], 횡단선 적응필터에 수신되는 심볼간 간섭 신호(ISI)를 제거하기 위한 방법으로 최소 평균 자승(LMS; Least Mean Square) 알고리즘이 사용되는데 이 방식은 간결성과 효율성 때문에 광범위하게 이용되어왔다[3,4,6].

본 논문은 버퍼를 이용한 적응 횡단선 필터에서 기존의 LMS 알고리즘에 BP(Back Propagation) 신경망 알고리즘을 조합함으로써 탭 가중치 갱신을 통한 평균 자승 에러의 수렴속도를 개선하고자 하였으며, 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 LMSBP 알고리즘을 이용한 수렴특성이 LMS 알고리즘만을 사용한 수렴특성보다 뛰어난임을 입증하였다.

### II. 탭 가중치 갱신 조절 메카니즘

적용 횡단선 필터는 그림 1(a)와 같이 두 가지의 기본적인

인 처리과정으로 구성된다. 첫 번째는 필터링 처리로서 탭 입력의 집합에 의해 생성되는 횡단선 필터의 출력을 계산하여 실제적인 출력과 원하는 응답을 비교하여 에러를 추정하는 것이다. 두 번째 처리과정은 적응 처리과정으로 추정된 에러를 이용하여 필터의 탭 가중치를 적응적으로 조절한다. 그림 1(b)는 그림 1(a)의 적응 등화기에 사용된 횡단선 필터의 세부 구조를 나타낸다. 입력 필터는 최적 필터를 위해 기준 프레임을 원하는 응답  $d(n)$ 에 제공하며,  $n$  번에서 탭 가중치의 벡터를  $u(n)$ 로 표시하고 필터 출력에서 부합되는 원하는 응답의 추정치는  $\hat{d}(n | u_n)$ 으로 나타낸다.

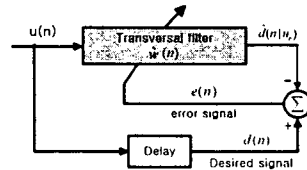


그림 1. 적응 횡단선 필터의 탭 가중치 조절 블록도  
Fig 1. Structure of Adaptive Transversal Filter

그림 1의 적응 횡단선 필터 구조를 고려하면, 필터 출력의 추정치  $\hat{d}(n | u_n)$ 는 입력 신호 벡터  $u(n)$ 와 탭 가중치 벡터  $u(n)$ 로 구성된 다음의 식 (1)을 얻는다.

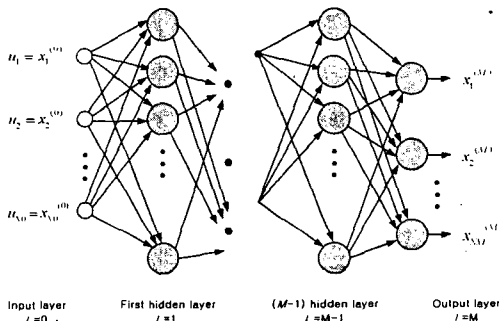
$$\hat{d}(n|u(n)) = \sum_{j=0}^L w_j(n) \cdot u(n-j) = \hat{w}^H(n) \cdot u(n) \quad (1)$$

에러 신호  $e(n)$ 는 요구된 신호  $d(n)$ 와 횡단선 필터 출력  $\hat{d}(n|u_n)$  사이의 차로써 나타낸다. 따라서 LMS 알고리즘을 이용함으로써 적응 가중치 조절 메카니즘을 통하여 조절된 탭 가중치는 식 (2)와 같이 정의된다[2,3,4].

$$\begin{aligned} w(n+1) &= w(n) - \mu \cdot \left( \frac{\partial e^2(n)}{\partial w(n)} \right) \\ &= w(n) + 2\mu \cdot e(n) \cdot u(n) \end{aligned} \quad (2)$$

### III. LMSBP 알고리즘을 이용한 탭 가중치 갱신

그림 2는 다수개의 은닉층을 포함한 다계층 퍼셉트론 신경망 구조를 나타내고 있는데 비선형성을 지닌 다수의 선형 조합의 다계층 최소 평균 자승 알고리즘을 일반화하였다.



다계층 퍼셉트론 은닉 계층  $(l+1)$ 번째 계층에서의 입력 출력 관계는  $i$ 번째 노드의  $l$ 번째 출력에 가중치를 곱하고 상수에 다음번째 입력의 가중치와 동일한 바이어스 항을 더한것으로서 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$x_i^{(l+1)} = \sum_{p=1}^{N_l} w_{ip}^{(l)} x_p^{(l)} + b_i^{(l)} \quad (3)$$

에러 신호는 원하는 응답 출력과 실제 신경망에서 출력간의 차로써 식(4)와 같이 정의된다.

$$e_i(n) = d_i - y_i(n), \quad i=1, 2, 3, \dots, N_M \quad (4)$$

위 식에서  $d_i$ 는  $i$ 번째 노드의 출력 계층의 원하는 응답이고,  $y_i(n)$ 은  $i$ 번째 노드 출력 계층의 실제 출력을 나타내며,  $N_M$ 은 신경망의 출력 계층에서의 뉴런의 수,  $n$ 은 알고리즘의 반복수를 나타낸다. 신경망의 평균 에러 자승의 합은 비용함수로서 정의되는데 식 (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\xi(n) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_M} e_i(n) e_i^*(n) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_M} |e_i(n)|^2 \quad (5)$$

기울기 감소 기법의 최적화를 사용하는 BP 알고리즘은 다 계층 인식의 복소 가중치를 반복적으로 적용하는 비용함수  $\xi(n)$ 을 최소화함으로써 이루어진다. 가중치 갱신 방정식은 식(6)과 같고, 가중치는 은의 기울기에 비례하여

변화된다.

$$w_{ip}^{(l)}(n+1) = w_{ip}^{(l)}(n) + \Delta w_{ip}^{(l)}(n) \quad (6)$$

식(6)의 우변항은 갱신 기간으로서 식(7)과 같이 다시 나타낼 수 있으며,

$$\Delta w_{ip}^{(l)}(n) = -\mu \nabla w_{ip}^{(l)} \xi(n) \quad (7)$$

$\mu$ 는 학습 율을 나타내는 변수이고,  $\nabla w_{ip}^{(l)} \xi(n)$ 은 가중치  $w_{ip}^{(l)}$ 을 반영하는 비용함수  $\xi(n)$ 의 기울기로 정의한다. 그러므로 식(7)을 신경망의 은닉 계층의 계층으로 확장하면  $(M-1)$ 번째 계층에서 복소수 가중치를 반영하는 비용함수  $\xi(n)$ 의 기울기는 식(8)과 같이 다시 나타낼 수 있다.

$$\nabla w_{ip}^{(M-1)} \xi(n) = \frac{\partial \xi(n)}{\partial w_{I,ip}^{(M-1)}(n)} + j \frac{\partial \xi(n)}{\partial w_{Q,ip}^{(M-1)}(n)} \quad (8)$$

또한 반복  $n$ 에서 계층  $(M-1)$ 을 위한  $i$ 번째 노드의  $p$ 번째 노드에 연결된 복소 가중치는 식(9)와 같이 나타낸다.

$$w_{ip}^{(M-1)}(n) = w_{I,ip}^{(M-1)}(n) + j w_{Q,ip}^{(M-1)}(n) \quad (9)$$

위식에서 나타낸  $I, Q$ 는 각각 실수와 허수를 나타낸다.

또한 식(8)에서 나타낸  $\nabla w_{I,p}^{(M-1)}$ 은 식(10)과 같이 다시 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \nabla w_{I,p}^{(M-1)} = & -x_p^{(M-1)}(n) [e_{I,i}(n) (u'_{I,i} - jv'_{Q,i}) \\ & + e_{Q,i}(n) (v'_{I,i} - ju'_{Q,i})] \end{aligned} \quad (10)$$

그러므로 식 (6)에서 나타낸 가중치 갱신 규칙은 식(11)과 같이 다시 나타낼 수 있다.

$$w_{ip}^{(M-1)}(n+1) = w_{I,p}^{(M-1)}(n) + \mu x_p^{(M-1)}(n) \cdot$$

$$[e_{I,i}(n) (u'_{I,i}(n) - ju'_{Q,i}) + e_{Q,i}(n) (v'_{I,i} - jv'_{Q,i})] \quad (11)$$

또한 식(3)에서 나타낸 바이어스 항  $b$  갱신을 위한 규칙도 이와 유사한 방법으로 유도될 수 있다. 그러므로  $i$ 번째 노드  $(M-1)$ 번째 계층에서 바이어스 항 갱신은 식(12)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} b_i^{(M-1)}(n+1) &= b_i^{(M-1)}(n) + \mu [e_{I,i}(n) (u'_{I,i} - ju'_{Q,i}) \\ &+ e_{Q,i}(n) (v'_{I,i} - jv'_{Q,i})] \end{aligned} \quad (12)$$

지금까지 다계층 퍼셉트론 신경망 계층에서 유도된 위의 식 결과들을 LMS 알고리즘을 이용한 적응횡단선 필터의 탭 가중치 조절 메카니즘을 통한 탭 가중치 조절 식(2)에 대입함으로써 식(13)과 같이 대응되는 것을 알 수 있다.

$$w_{ip}^{(M-1)}(n+1) = w_{ip}^{(M-1)}(n) + \mu x_p^{(M-1)} e_i^*(n) \quad (13)$$

IV. 컴퓨터 시뮬레이션 및 결과

적용 등화기에서 왜곡을 생성하는 선형 분산 채널의 적용 등화를 위해 LMSBP 알고리즘을 이용하며, 모든 데이터는 실수 값으로 가정한다. 그림 3은 적용 등화기 시뮬레이션을 위한 블록도를 나타내고 있다. 그림 3에서 나타낸 바와 같이 데이터 발생기는 채널 입력 신호  $u(n)$ 을 발생시키고 상호 심볼간 간섭(ISI)을 일으키는 채널의 출력에 부가적 백색 가우시안 잡음  $v(n)$ 을 더하여 적용 횡단선 등화기에 입력되어지도록 잡음 발생기에 의해 백색 잡음을 발생시킨다. 적용 등화기는 부가적인 백색 가우시안 잡음이 존재하는 곳에서 채널에 의해 생성되는 왜곡을 정정한다. 또한 데이터 발생기에서 발생된 신호를 지연시킨 후에 순열의 형태로 적용 등화기에 적용하기 위해 원하는 응답에 제공한다. 여기서, 발생된 데이터 순열  $u(n)$ 은  $\pm 1$ 을 가진 *Bernoulli* 순열로 구성되어 채널에 입력된 후의 채널 임펄스 응답은 식 (14)과 같다.

$$h_u = \begin{cases} \frac{1}{2} [1 + \cos(\frac{2\pi}{W}(n-2))], & n=1,2,3 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \dots\dots\dots (14)$$

위 식에서 매개변수  $W$ 는 채널에 의해 생성된 왜곡의 진폭 크기와 증가를 나타낸다. 또한 매개변수  $W$ 는 등화기에서 탭 입력 상관 행렬의 고유치 확산  $\chi(R)$ 을 조절하고, 고유치 확산은  $W$ 로 증가된다.

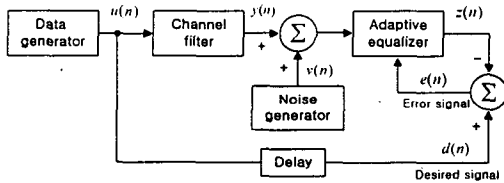


그림 3. LMSBP 알고리즘을 이용한 적용 채널 등화기 시뮬레이션 블록도  
Fig. 3. Block diagram of adaptive channel equalizer experiment with LMSBP

잡음 발생기에서 생성된 부가적 백색 가우시안 잡음 순열  $v(n)$ 은 영-평균과 0.001의 분산 값을 가진다.

적용 횡단선 등화기의 상관 행렬을 나타내기 위해 시간  $n$ 에 대한 등화기의 첫 번째 탭 입력은 식 (15)와 같다.

$$u(n) = \sum_{k=1}^{11} h_k a(n-k) + v(n) \dots\dots\dots (15)$$

식 (4)에서 모든 매개변수는 실수 값이다. 그러므로 등화기의 11개 탭 입력  $u(n), u(n-1), \dots, u(n-10)$ 들에 대한 상관 행렬  $R$ 은  $11 \times 11$ 의 대칭 행렬이다. 또한 임펄스 응답  $h_u$ 은  $n$ 이 1, 2, 3 인 경우에 대해 0이 아닌 값을 가지며, 잡음 처리  $v(n)$ 은 영-평균 백색 가우시안이고, 분산은  $\sigma_v^2$ 이다.

적용 등화기에서 LMSBP 알고리즘을 이용한 컴퓨터 시뮬레이션은 적용 횡단선 필터에서 입력되는 채널의 시간 분산을 이용하였으며, 채널의 임펄스 응답은 식(15)를 이용하고 필터의 탭수를 11개로 설정하고 분산값은 0.0001로 하였다. 그림 1에서 나타낸 시뮬레이션 결과는 반복 학습을 300번으로 한 때 LMS 알고리즘과 LMSBP 알고리즘의 평균 자승 에러 값을 나타내고 있다. 위 시뮬레이션 결과

로부터 LMSBP 알고리즘을 이용하여 탭 가중치 갱신을 통한 평균 자승 에러의 수렴특성이 LMS 알고리즘만을 이용한 수렴특성보다 훨씬 빠르게 수렴되어 감을 알 수 있다. 그러므로 제안된 알고리즘이 채널 임펄스 응답 신호의 심볼간 간섭을 보다 효율적으로 제거할 수 있었다..

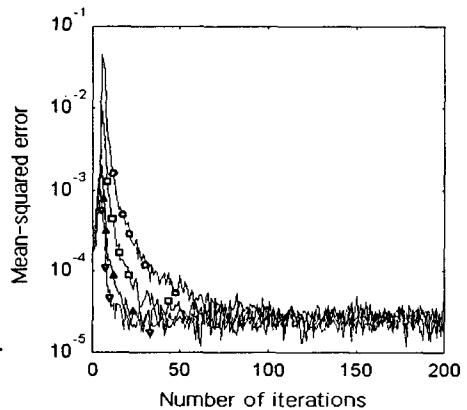


그림 4. 탭수 M=11을 가진 LMSBP 알고리즘의 평균 자승 에러 학습 곡선

Fig.4. MSE learning curves of LMSBP Algorithm with number of tap M=11

V. 결 론

적용 등화기에는 채널 왜곡을 바로 잡기 위해 LMS 알고리즘을 사용하여 탭 계수들을 조절하는 적용 횡단선 필터를 이용하였다. 적용 탭 가중치 벡터의 갱신을 통해 빠른 수렴특성을 나타내기 위한 새로운 방식을 제안하였는데 이 방식은 다계층 퍼셉트론 신경망 구조와 LMS 알고리즘을 이용하여 탭 가중치 갱신을 통한 간섭 신호를 적용 제어 할 수 있었다. 또한 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 통해 반복 학습에 대한 기존의 LMS 알고리즘만을 이용한 평균 자승 에러 수렴 속도보다 제안된 알고리즘의 수렴속도가 훨씬 빠르게 수렴되어짐을 알 수 있다.

[ 참고문헌 ]

- [1] S. U. H Qureshi, "Adaptive Equalization," Proc. IEEE, vol. 73, No. 9, pp.1349-1387, Sep. 1985.
- [2] S.C. Douglas, "Analysis of the multiple-error and block least-mean square adaptive algorithms," IEEE Trans. Circuits and System II: Analog Digital Signal Processing, vol.42, no.2, pp. 92-101, February 1995.
- [3] Po-An Sung, Kwang-Cheng Chen, "A Linear Minimum Mean Square Error Multiuser Receiver in Rayleigh-Fading Channels", IEEE J. Select. Areas Commun., Vol.14, No.8, pp.1583-1593, Oct. 1996.
- [4] R. A. Iltis and L. B. Milstein, "An approximate statistical analysis of the Widrow LMS algorithm with application to narrowband interference rejection." IEEE Trans. Commun., vol. 33, pp. 121-130, Feb. 1985.
- [5] Norm W.K. Lo, David D. Falconer, Asrar U.H. Sheikh, "Adaptive Equalization for Co-Channel Interference in a Multipath Fading Environment", IEEE Trans. Commun., Vol.43, No.2 3 4, Feb./Mar. Apr. 1995, pp.1441-1453

## 6. 정보통신(III)