

## 유한 요소법을 이용한 다단패스 형상압연 공정 해석

김 흥준\*, 김 태호, 황 상무  
기계공학과, 포항공과대학교\*

### Analysis of Multi-Pass Shape Rolling Processes using Finite Element Method

H. J. Kim\*, T. H. Kim and S. M. Hwang  
Mechanical Engineering Department, POSTECH\*

#### Abstract

Roll profile design in shape rolling with a complex-shaped part depends on the designer's experience, which is general, is acquired through costly trial-and-error process. As a prerequisite for developing a scientific approach to roll profile design, we present a finite element model to simulate 3-D deformation of complex-shaped parts occurring in multi-pass sequence. Demonstrated is the process model's capability to deal with rolling of a complex-shaped part.

**Key words** : Shape rolling, finite element method, steady state, roll profile

#### 1. 서론

형상 압연 공정은 연속 주조에 의해서 생산된 블룸(bloom)이나 빌렛(billet)을 다양한 형상의 롤을 통과하면서 원하는 형상의 제품(rod, bar, wire, H-beam, wheel rim, angle 등)을 생산하는 압연 공정이다. 형상 압연 각 패스에서 소재의 변형은 평판 압연시 발생하는 변형보다 더 복잡하며 길이 방향으로의 연신(elongation)과 폭 퍼짐(spread)이 발생하여 복잡한 3차원 변형이 발생한다.

형상 압연 공정 설계시 고려하는 일차적인 목표는 제작자나 수요자의 필요에 의존하지만 결함, 치수, 기계적 성질, 그리고 생산의 경제적인 측면을 고려한 양질의 제품을 성형하기 위해서 수많은 조건을 고려하여 설계하는 것이 설계의 추세이다. 형상 압연 공정 설계시 가장 중요한 것은 공형의 설계이다. 현재 공형의 설계는 숙련된 기술자의 많은 경험과 직관에 의존하여 설계가 이루어지고 있으며 수많은 시행착오를 거쳐 생산을 하고 있다. 그러나 이러한 설계 과정은 비용이나 시간적인 측면에서 상당히 비효율적이고 설계 변경 요구가 있을 때 또다시 비슷한 시행착오를 동반하므로 보다 과학적인 설계 방법이 필요하다.

80년대까지 형상 압연에 관한 연구[1-10]는 주로 실험적 방법에 의해서 행해졌다. 이러한 연구에서 제시된 수많은 실험식은 압연되는 소재에 따라서 적용이 제한되나 된다. 또한 대부분의 실험식은 제한된 적용 구간에서만 정확한 결과를 나타낸다. 짧은 시간에 주어질 공정의 폭 퍼짐량을 계산할 수 있지만 실험식들은 폭 퍼짐량만을 제시하고 있기 때문에 소재의 형상에 대한 정확한 결과를 얻을 수 없는 문제점을 가지고 있으며 소재에서 발생하는 결함들에 대한 정보를 주지 못하는 문제점도 가지고 있다.

80년대 이후 컴퓨터의 계산 능력이 빠른 속도로 향상됨에 따라 컴퓨터를 이용하여 복잡한 3차원 소재 변형을 해석하기 위해서 유한 요소법을 이용한 연구가 이루어졌다.[11-18] 이들 연구중 추가적인 계산을 하지 않고 소재의 3차원 변형을 해석할 수 있는 3차원 정상 상태 연구(3-dimensional steady state approach)가 행해졌다[16-18] 정상 상태 해석에서는 각을 표면을 정

확히 해석할 수 있는 방법이 요구된다. Bertrand-Corsini[16]와 Lee[17] 등은 자유 표면을 통과하는 소재 유동이 없다는 조건을 이용하여 자유 표면을 예측하는 방정식을 유도했다. Yamada[18]는 새로이 추적된 유선을 이용하여 자유 표면을 예측하는 다른 방법을 제시하였다. 일반적으로 압연의 경우 소재의 변형은 물과 접촉하는 영역에 따라 상당히 큰 변화를 나타낸다. 그러나 이전의 연구들은 물과 소재사이의 정확한 접촉 영역을 결정하지 못하는 문제를 가지고 있으며 복잡한 형상을 가지는 롤에서는 정확한 소재 변형을 예측할 수 없는 문제를 가지고 있다.

본 연구에서는 3차원 정상 상태 강소성 유한 요소법을 이용한 컴퓨터 코드를 이용하여 복잡한 형상의 다단 패스 형상 압연 공정의 시뮬레이션 결과를 나타내었다.

## 2. 이론적 배경

### 2.1 소재 변형 유한 요소 수식화

본 연구에서는 소재와 물이 접촉하는 부분을 쿨롱(Coulomb) 마찰 모델을 사용하였고 접촉 경계 조건을 처리하기 위해서 벌칙 유한 요소법(penalty finite element method)을 사용하였다.

변형중인 소재를  $\Omega$ , 소재의 표면 경계를  $\Gamma$ 로 나타낸다. 소재의 변형 속도  $u_i = \bar{u}_i$ 로 주어진 경계  $\Gamma_{u_i}$ , 표면력이  $h_i$ 로 주어진 경계  $\Gamma_{h_i}$ , 물과 소재가 접촉하는 경계를  $\Gamma_c$ 로 나타낸다. 소재의 소성 유동과 관련되는 경계치 문제는 다음과 같이 속도장  $u_i$ 를 구하는 문제가 된다.

- 평형방정식

$$\sigma_{ij,j} + f_i = 0 \quad (1)$$

- 구성방정식

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \sigma'_{ij} \quad (2)$$

$$\sigma'_{ij} = \frac{2\bar{\sigma}}{3\varepsilon} \varepsilon'_{ij} \quad (3)$$

여기서 온도에 대한 소성 변형의 유동 응력  $\bar{\sigma}$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{\sigma} = f(\varepsilon, \bar{\varepsilon}, T) \quad (4)$$

- 비압축성 조건

$$u_{i,i} = 0 \quad (5)$$

- 경계조건

$$\sigma_{ij}n_j = h_i \text{ on } \Gamma_{h_i} \quad (6)$$

$$u_i = \bar{u}_i \text{ on } \Gamma_{u_i} \quad (7)$$

$$\sigma_n = -\xi_2(u_n - u_n^D) \text{ on } \Gamma_c \quad (8)$$

$$\sigma_t = -\mu\sigma_n g(\Delta \mathbf{u}) \text{ on } \Gamma_c \quad (9)$$

여기서  $n$ 과  $t$ 는 각각 물의 속도에 대한 소재의 상대 속도 벡터의 방향에 수직 성분과 접선 성분을 나타낸다. 식 (8)에서 수직 응력의 계산과 접촉 조건을 만족시키기 위해서 벌칙 방법(penalty method)을 사용한다.

접촉면에서 정 마찰과 미끄럼 마찰을 동시에 처리하기 위해서 식 (9)에서 함수  $g$ 는 Chen과

Kobayashi[19]에 의하여 제안된 식을 사용하였다.  $g$ 에 대한 식은 다음과 같다.

$$g(\Delta \mathbf{u}) = -\frac{2}{\pi} \tan^{-1}\left(\frac{|\Delta \mathbf{u}|}{a}\right) \quad (10)$$

여기서  $a$ 는 매우 큰 양의 상수이다.

위의 경계치 문제를 적분식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \sigma_{ij}' \omega_{ij}' d\Omega - \int_{\Omega} -\xi_1 \epsilon_{kk} \dot{\omega}_{ii} d\Omega - \int_{\Omega} f_i \omega_i d\Omega - \sum_a \int_{\Gamma_a} h_a \omega_a d\Gamma \\ - \int_{\Gamma_c} -\xi_2 (u_n - u_n^D) \omega_n d\Gamma - \int_{\Gamma_c} \mu \xi_2 (u_n - u_n^D) g(\Delta \mathbf{u}) \omega_n d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

여기서  $\omega_{ij} = (\omega_{i,j} + \omega_{j,i})/2$ 이고  $\omega_{ij}' = \omega_{ij} - \omega_{kk} \delta_{ij}/3$ 이다. 정수압  $p$ 는  $p = -\xi_1 \epsilon_{kk}$ 로 근사화한다.

Galerkin 유한 요소 근사화 과정에서  $u_i$ 와  $\omega_i$ 는 다음과 같이 근사화된다.

$$\mathbf{u} = N_L(\mathbf{x}) \mathbf{U}_L \quad (12)$$

$$\boldsymbol{\omega} = N_L(\mathbf{x}) \mathbf{W}_L \quad (13)$$

여기서  $N_L$ 는 유한 요소 기본 함수(basis function)이고  $\mathbf{U}_L$ 과  $\mathbf{W}_L$ 은 각 절점에서의  $u$ 와  $\omega$ 의 절점값을 나타낸다. 식 (12)-(13)을 식 (11)에 적용하면 비선형 대수 방정식(non-linear algebraic equation)을 얻을 수 있다. 이 방정식의 해를 구하기 위하여 직접 반복법(direct iteration)이나 뉴턴랩슨 방법(Newton-Rhpson method)을 사용한다.

## 2.2 유선 추적법

일반적으로 정상 상태 소성 가공 공정 해석을 위해서는 소재의 내부와 소재 표면의 자유 표면을 정확하게 예측하는 유선 추적법이 반드시 필요하다. 따라서 본 연구에서는 영역 사상법(domain mapping method)을 이용하여 유선을 추적하였다.

형상 압연 공정은 소재와 구동하는 롤 사이의 마찰력에 의한 것으로 소재상의 모든 변형은 소재와 롤의 접촉에 기인한다. 따라서 롤과 소재의 접촉 영역이 정해지면 자유 표면을 비롯한 소재의 모든 변형 또한 정해지게 되므로 소재 표면상의 유선이 롤과 접하는 점을 찾아 유선이 롤과 접하는 양을 결정하면 그때의 유선이 바로 자유 표면이 된다.[20]

형상 압연 공정 해석시 소재의 변형을 예측할 수 있는 정상 상태 공정 모델은 유한 요소법에 기초하여 자유 표면을 반복적으로 수렴시키는 방법으로 구성된다. Fig. 1에 공정 해석 모델의 구조를 나타내었다. 공정 해석 모델은 초기 격자를 생성하는 부분, 소성 변형 해석 부분, 유선 추적 부분, 자유 표면 보정 부분 및 해석 영역 내부의 절점 조정 부분으로 구성된다.

## 3. 결과

형상 압연 공정중 복잡한 형상을 가지는 휠림(wheel rim), 앵글(angle) 공정에 적용하였다. 공정 해석에 사용된 공정조건과 사용된 롤의 형상은 Tabel 1과 2에 보는 것과 같다. 앵글 공정은 7패스로 이루어져 있으면 전단 6패스에 대하여 해석을 수행하였다.

### 3.1 휠립 공정

이 공정은 강원산업에서 사용되고 있는 공정이며 전체 공정은 9 패스로 이루어져 있다. 이 중 전단 4 패스에 대하여 해석을 수행하였다. 빌렛은 탄소 함유량이 0.15wt%인 160각 탄소강을 사용하였다. Fig. 2에서는 각 패스에서의 입측 및 출측 단면 해석 결과를 보여주고 있다. 네 번째 패스에서는 롤의 형상과 출측 단면 형상이 상당히 차이를 나타내는 것을 알 수 있다. 이것은 소재가 롤 중심을 지나서 롤과 접촉하는 현상으로 발생한 후변형을 반영하는 것이다. 다단패스의 해석을 연속적으로 해석하기 위해서 2-4 패스의 입측 단면은 이전 패스의 출측 단면 형상을 이용하여 해석을 수행하였으며 각 패스에서 유한 요소 격자 재구성을 통하여 성공적인 해석을 수행할 수 있었다. 유한 요소 격자 재구성을 위해서 잘 알려진 안내 격자법(guide grid method)을 사용하였다. Fig. 3에서는 각 패스에서의 유효 변형률 분포를 나타내고 있다. 각 패스에서 입측의 유효 변형률은 소재의 온도가 재결정 온도이상을 유지하므로 영으로 가정하였다. 각 패스에서 국부적으로 높은 유효 변형률을 나타내는 것을 알 수 있다.

### 3.2 앵글 공정

이 공정은 강원산업에서 사용되고 있는 공정이며 전체 공정은 7 패스로 이루어져 있다. 이 중 전단 6 패스에 대하여 해석을 수행하였다. 빌렛은 탄소 함유량이 0.15wt%인 200각 탄소강을 사용하였다. Fig. 4에서는 앵글 공정에 대한 각 패스에서의 입측 및 출측 단면 해석 결과를 보여주고 있다. 다단패스의 해석을 연속적으로 해석하기 위해서 휠립 공정 해석에서와 같이 유한 요소 격자 재구성을 사용하였다. Fig. 5에서는 각 패스에서의 유효 변형률 분포를 나타내고 있다. 각 패스에서 입측의 유효 변형률은 휠립 공정에서와 같이 영으로 가정하였다. 각 패스에서 국부적으로 높은 유효 변형률을 나타내는 것을 알 수 있다.

## 4. 결론

본 연구에서 사용된 공정 해석 모델의 능력을 검증하기 위하여 복잡한 형상을 가지는 휠립 공정과 앵글 공정의 해석을 수행하였다. 또한 복잡한 형상을 가지는 다단패스 공정을 성공적으로 해석을 위해서는 유한 요소 재구성이 반드시 필요하다.

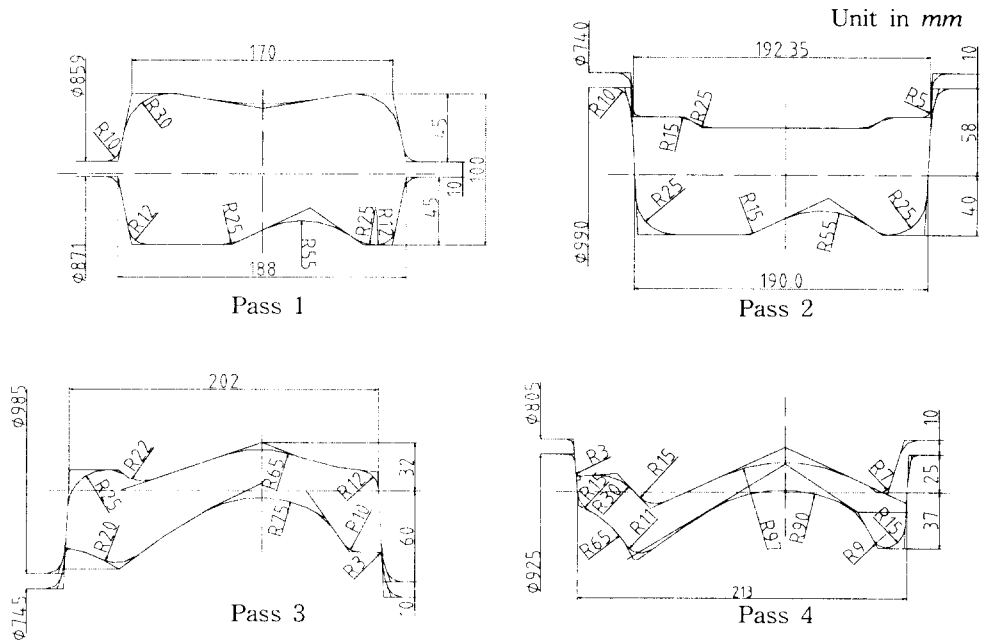
## 참고문헌

1. S.Ekelund, Jemkontorests Annaler, III, pp.39(1927).
2. Z.Wusatowski, Iron and steel, pp.49-54(1945).
3. L.G.M. Sparling, Proc. Inst., Mech. Engrs, Vol.175(11), pp.604(1961).
4. A.K.E.H.A. El-Kalay and L.G.M. Sparling, J. of Iron and Steel Institute, pp.152(1968).
5. A. Helmi and J. M. Alexander, J. of Iron and Steel Institute, pp.1110(1968).
6. J. G. Beese, J. of Iron and Steel Institute, pp.433(1972).
7. T. Sheppard and D. S. Wright, Metals Technology, Vol.8(1), pp.46(1981).
8. N.Raghunathan and T.Sheppard, Materials Science and Technology, Vol. 5(10), pp1021(1989).
9. K.J. Soo, J.S. Hoggart and P.W. Whitton, Int. J. Mech. Sci., Vol.17, pp.435(1975).
10. T.Shinokura and K.Takai, J. of Applied Metalworkings, Vol.2(2),pp.94(1982).
11. M.Kiuchi and J.Yanagimoto, Pro. 16th NAMRC, SME, Dearborn, Michigan, pp.34(1987).
12. K.Mori and K.Osakada, NUMIFORM 89, pp.337, Balkema(1989).
13. N.Kim and T.Altan, ERC/NSM-B-90-01, ERC for Net Shape Manufacturing, the Ohio State University(1990).
14. J.J. Park and S.I. Oh, J. Eng. Ind. ASME Trans., Vol.112, pp.36(1990).
15. F.K. Chen , Ph.D. Dissertation, Department of Mechanical Engineering, University of

California, Berkeley(1989).

16. C.Bertand-Corsini, P.Montimtonnet and J.L.Chenot, NUMIFORM 89, pp.303, Balkema(1989).
17. Y.S. Lee, P.R. Dawson, and T. B. Dewhurst, NUMIFORM 89, pp.323, Balkema(1989).
18. K. Yamada, S. Ogawa, and S. Hamauzu, NUMIFORM 89, pp.375, Balkema(1989)
19. C. C. Chen and S. Kobayashi, ASME Publication, AMD, Vol.28, pp.163(1978).
20. H.J. Kim, T.H. Kim and S.M. Hwang, J. of Materials Processing Tech., submitted.
20. S. Shida, J. of the Japan Society for Technology of Plasticity, Vol.10, pp.610(1969).

**Table 1. Process geometry and process conditions used in simulation of multi-pass rolling of a rim of the truck wheel.**



Pass No.	1	2	3	4
Roll Speed [rpm]	80	80	80	80
Roll Diameter[mm]	600	600	600	600
Temperature [°C]	1150	1120	1090	1060
Interface friction [ $\mu$ ]	0.40			
Material	Low carbon steel (C=0.15Wt%) Flow stress expression $\bar{\sigma} = \bar{\sigma}(\epsilon, \dot{\epsilon}, T)$ was derived by Shida[20]			



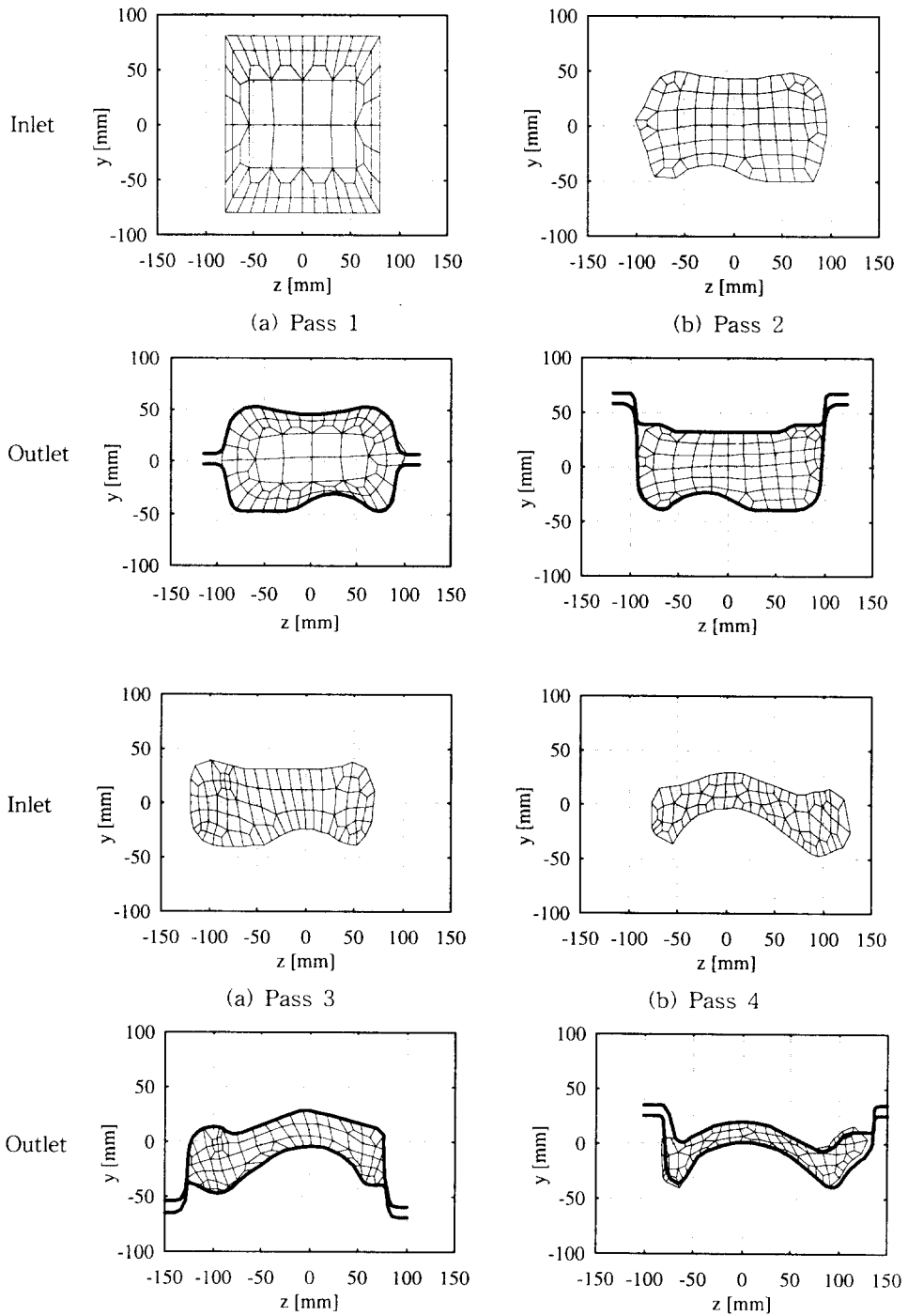


Fig. 2. Inlet and outlet cross-sectional shapes at each pass. (multi-pass rolling of a rim of the truck wheel)

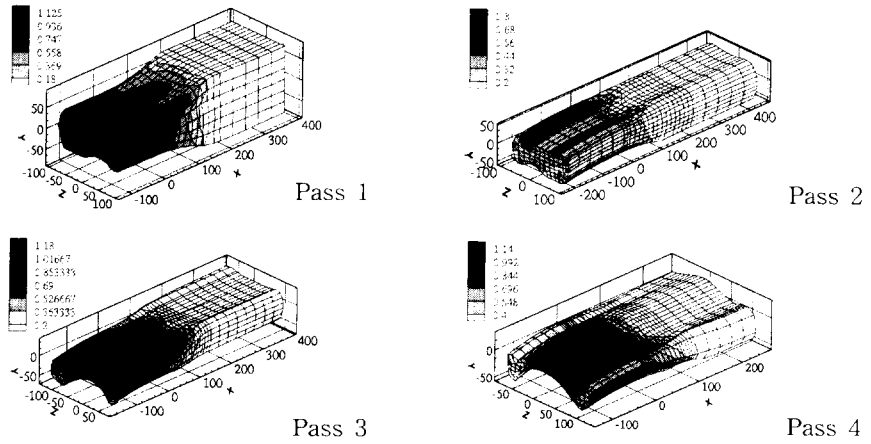


Fig. 3. Effective strain distributions in the workpiece. It was assumed that the effective strain is zero before entering each pass. (multi-pass rolling of a rim of the truck wheel)

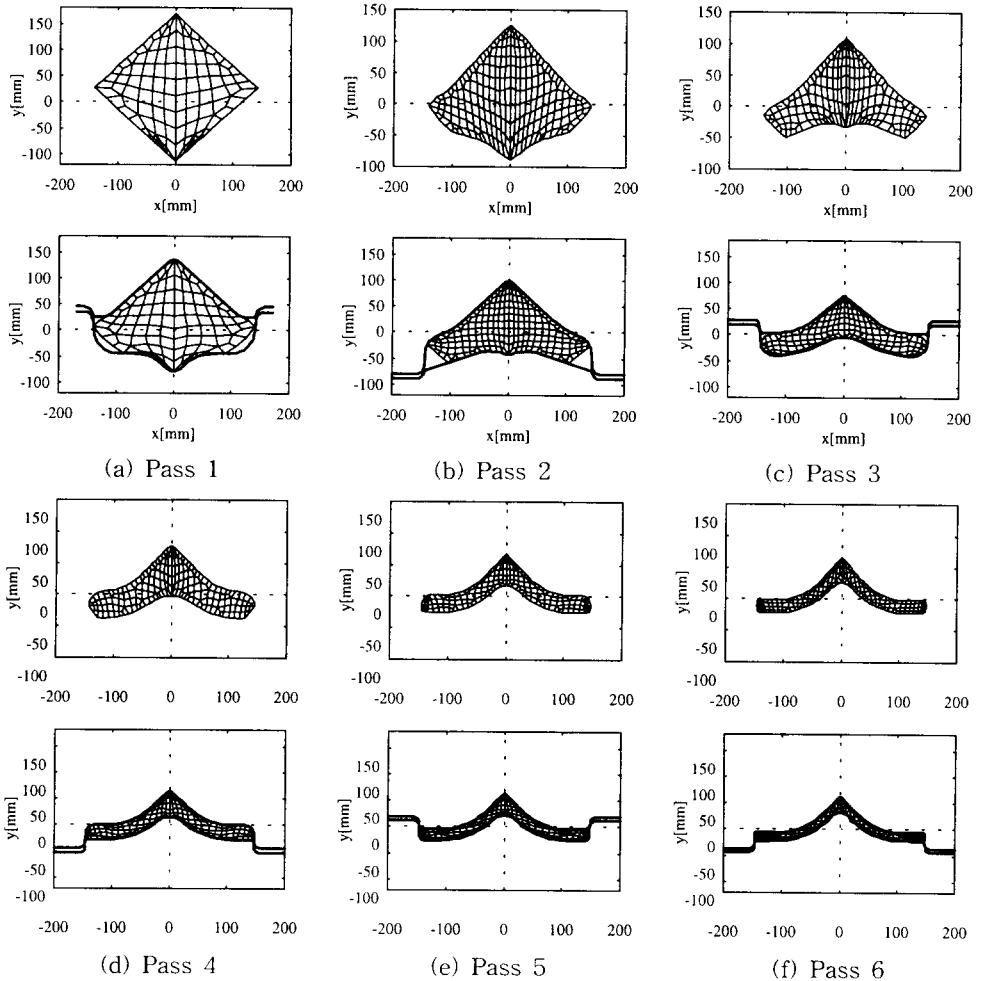
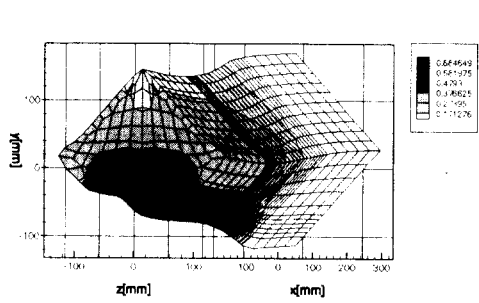
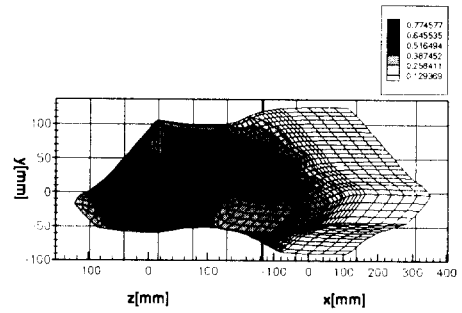


Fig. 4. Inlet and outlet cross-sectional shapes at each pass. (multi-pass rolling of an angle)

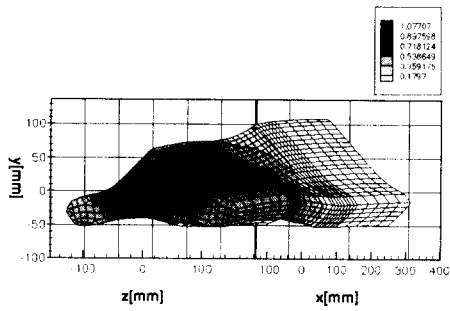




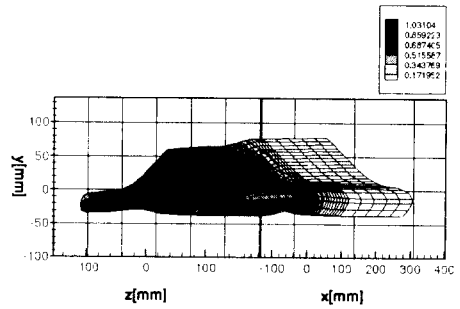
(a) Pass 1



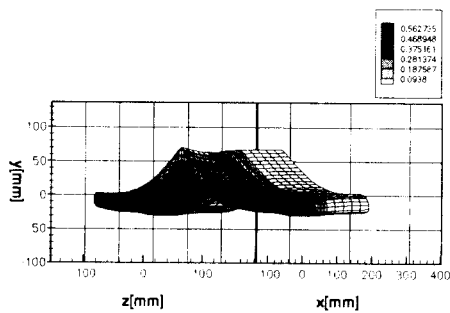
(b) Pass 3



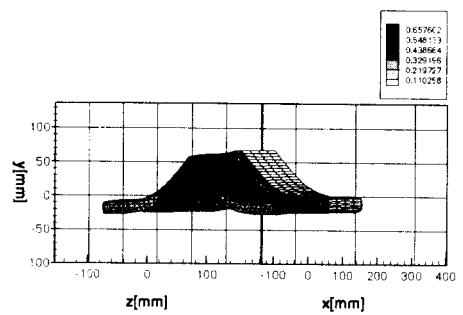
(c) Pass 3



(d) Pass 4



(e) Pass 5



(f) Pass 6

Fig. 5. Effective strain distributions in the workpiece. It was assumed that the effective strain is zero before entering each pass. (multi-pass rolling of an angle)