

# 트랙터 캡-현가 장치에 대한 직접 시스템 결정법의 응용

## Application of Direct System Identification Method

### for Tractor Cab-Suspension

조진상\* 박홍제\* 이주완\* 김경욱\*  
정희원 정희원

J. S. Cho H. J. Park J. W. Lee K. U. Kim

## 1. 서론

완전 부동형(full floating type) 트랙터의 캡은 견고한 재질의 고무로써 본체에 장착되어 있으며, 캡과 마운트를 합쳐서 캡-현가 장치(cab-suspension)라고 한다. 트랙터는 그 기능상 차륜 현가 장치가 없기 때문에 캡-현가 장치가 지면에서 기인된 저주파 승차 진동을 감쇠시켜야 한다. 특히, 저주파 NVH 문제는 캡의 관성 특성, 현가 장치의 특성에 의해 결정된다.

강체의 관성 특성은 유한 요소법과 같은 수치적 방법을 이용하여 계산하거나 현수 측정법(pendulum method), 비틀림 진자법(trifilar pendulum method)과 같은 실험적 방법으로 결정한다. 마운트의 감쇠, 강성 특성은 정하중 및 동하중 시험을 이용하여 측정할 수 있다. 이러한 관행 방법은 개별, 독립된 실험을 요구하며 시간과 비용이 많이 소요된다는 단점이 있다. 최근에는 모드 해석(modal analysis)을 이용하여 비교적 정확하고 효율적으로 시스템의 관성, 강성, 감쇠 특성을 동시에 결정할 수 있는 많은 기법이 개발되었다. 이러한 기법 중에서 직접 시스템 결정법(direct system identification method)은 모드 시험(modal test)으로부터 얻은 가진 벡터, 응답 벡터, 가진 주파수 등을 이용하여 강체의 관성 특성과 마운트의 감쇠, 강성 특성을 주파수 영역에서 직접 결정하는 모드 해석 기법이다. 직접 시스템 결정법은 이론적인 동적 모델과 실험 결과를 결합한 방법(hybrid method)이기 때문에 동적 모델에 대한 검증과 동적 파라미터를 실차 상태(ready-to-run)에서 결정하며 실험에 소요되는 시간과 비용을 절감할 수 있다(Butsuen 등, 1987).

## 2. 직접 시스템 결정법의 원리

자유도가  $n$ 인 동적 모델의 운동 방정식을 푸리에 변환하면 다음과 같이 표현된다.

$$\left( [M] - \frac{j}{\omega_i} [C] - \frac{1}{\omega_i^2} [K] \right) \{ \ddot{X} \}_i = \{ F \}_i \quad (1)$$

\* 서울대학교 농업생명과학대학 생물자원공학부

동적 모델은 가진 주파수  $\omega_i$  ( $i=1, 2, \dots, N$ )에 대해 응답  $\ddot{X}_1, \ddot{X}_2, \dots, \ddot{X}_N$  은 각각 가진력  $F_1, F_2, \dots, F_N$  에 대응된다. 식 (1)을 행렬 형식으로 나타내면 다음과 같다.

$$[M][\ddot{X}] - j[C][\dot{X}][diag(\omega^{-1})] - [K][X][diag(\omega^{-2})] = [F] \quad (2)$$

또한,  $[M]$ ,  $[C]$ ,  $[K]$ 는 대칭행렬이므로 식 (2)는 다음과 같이 전치(transpose)할 수 있으며, 가진 주파수, 가속도 응답, 가진력은 가진 실험으로부터 얻을 수 있으므로 식 (2)에서 계수 행렬  $[M]$ ,  $[C]$ ,  $[K]$ 는 미지수가 된다.

$$\begin{bmatrix} [\ddot{X}]^T - j[diag(\omega^{-1})][\dot{X}]^T - [diag(\omega^{-2})][X]^T \\ [M] \\ [C] \\ [K] \end{bmatrix} = [F]^T \quad (3)$$

$[\ddot{X}]$ 와  $[F]$ 는 복소수 행렬이므로 실수부와 허수부의 합으로 나타낼 수 있다. 다음과 같은

$$\begin{bmatrix} [\ddot{X}_R]^T - [diag(\omega^{-1})][\dot{X}_I]^T - [diag(\omega^{-2})][X_R]^T \\ [\ddot{X}_I]^T - [diag(\omega^{-1})][\dot{X}_R]^T - [diag(\omega^{-2})][X_I]^T \\ [M] \\ [C] \\ [K] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [F_R]^T \\ [F_I]^T \end{bmatrix} \quad (4)$$

식 (4)가 된다.

$$\{L\} = \{M_{11}, M_{21}, \dots, M_{nn}, K_{11}, K_{21}, \dots, K_{nn}, C_{11}, C_{21}, \dots, C_{nn}\}^T \quad (5)$$

식 (4)는 식 (5)에 의해 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$[A]\{L\} = \{g\} \quad (6)$$

따라서, 미지수  $[M]$ ,  $[C]$ ,  $[K]$ 의 원소는 식 (6)에서 최소 제곱법을 이용하여 결정할 수 있다(Butsuen 등, 1987).

### 3. 캡-현가 장치에 대한 직접 시스템 결정법의 응용

일반적으로, 완전 부동형 트랙터의 캡-현가 장치에서 캡은 마운트에 비하여 큰 질량을 가진 구조물로서 강체로 가정할 수 있으며, 마운트는 캡에 비하여 유연성이 크기 때문에, 0-50 Hz 범위의 저주파 대역에서 캡의 거동은 강체 운동으로 가정할 수 있다. 따라서, 캡-현가 장치를 그림 1 과 같은 자유도가 3 인 동적 모델로 선정하였다(Choy, 1998; Park, 1998).

그림 1 의 동적 모델에서 캡의 주된 강체 운동은 수직(vertical), 롤(roll), 피치(pitch) 3 가지 모드로 구성된다.

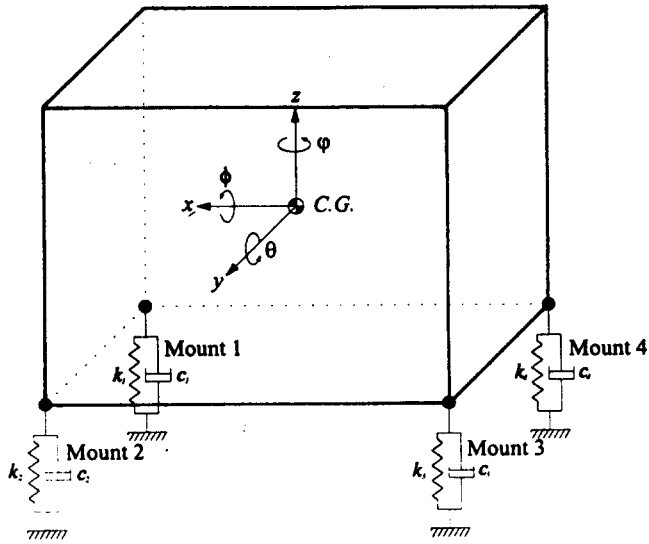


Fig. 1 Dynamic model of cab-suspension

그림 1의 자유체 선도에 따라 운동 방정식을 유도하면 다음과 같다.

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = 0 \quad (7)$$

식 (7)에서 계수 행렬  $[M]$ ,  $[C]$ ,  $[K]$ 는 각각 관성, 감쇠, 강성 행렬이며 다음과 같다.

$$[M] = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & I_\phi & 0 \\ 0 & 0 & I_\theta \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 + c_3 + c_4 & c_1(y_1 - y_c) & -c_1(x_1 - x_c) & & & & & & & & \\ & + c_2(y_2 - y_c) & -c_2(x_2 - x_c) & & & & & & & & \\ & + c_3(y_3 - y_c) & -c_3(x_3 - x_c) & & & & & & & & \\ & + c_4(y_4 - y_c) & -c_4(x_4 - x_c) & & & & & & & & \\ & c_1(y_1 - y_c)^2 & -c_1(x_1 - x_c)(y_1 - y_c) & & & & & & & & \\ & + c_2(y_2 - y_c)^2 & -c_2(x_2 - x_c)(y_2 - y_c) & & & & & & & & \\ & + c_3(y_3 - y_c)^2 & -c_3(x_3 - x_c)(y_3 - y_c) & & & & & & & & \\ & + c_4(y_4 - y_c)^2 & -c_4(x_4 - x_c)(y_4 - y_c) & & & & & & & & \\ & & & c_1(x_1 - x_c)^2 & & & & & & & \\ & & & + c_2(x_2 - x_c)^2 & & & & & & & \\ & & & + c_3(x_3 - x_c)^2 & & & & & & & \\ & & & + c_4(x_4 - x_c)^2 & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & \end{bmatrix} \quad (9)$$

*symmetric*

$$[K] = \begin{bmatrix}
 k_1 + k_2 + k_3 + k_4 & k_1(y_1 - y_c) & -k_1(x_1 - x_c) \\
 & +k_2(y_2 - y_c) & -k_2(x_2 - x_c) \\
 & +k_3(y_3 - y_c) & -k_3(x_3 - x_c) \\
 & +k_4(y_4 - y_c) & -k_4(x_4 - x_c) \\
 & k_1(y_1 - y_c)^2 & -k_1(x_1 - x_c)(y_1 - y_c) \\
 & +k_2(y_2 - y_c)^2 & -k_2(x_2 - x_c)(y_2 - y_c) \\
 & +k_3(y_3 - y_c)^2 & -k_3(x_3 - x_c)(y_3 - y_c) \\
 & +k_4(y_4 - y_c)^2 & -k_4(x_4 - x_c)(y_4 - y_c) \\
 symmetric & & k_1(x_1 - x_c)^2 \\
 & & +k_2(x_2 - x_c)^2 \\
 & & +k_3(x_3 - x_c)^2 \\
 & & +k_4(x_4 - x_c)^2
 \end{bmatrix} \quad (10)$$

따라서, 캡-현가 장치의 동적 모델에서 결정해야 할 동적 파라미터는 캡의 관성 특성인 질량( $m$ ), 질량 중심( $x_c, y_c, z_c$ ), 질량 관성 모멘트( $I_x, I_y$ )와 마운트의 감쇠, 강성 특성인 감쇠 계수, 스프링 상수( $c_1, c_2, c_3, c_4, k_1, k_2, k_3, k_4$ ) 등 총 14 개이다.

#### 4. 캡-현가 장치의 동적 파라미터 결정

응답 가속도 벡터, 가진 주파수, 가진 벡터를 수집하기 위해, 캡이 트랙터에 장착되어 있는 상태에서, 7 개의 가속도계를 캡에 부착하고 캡을 가진 해머로 가진하였다. 7 개 가속도계와 가진 해머의 전하량 신호는 증폭기를 통하여 테이프 레코더에 전압 값으로 저장하였으며 신호 분석기를 이용하여 필터링, A/D 변환, FFT 를 수행하였다.

직접 시스템 결정법을 이용하여 질량 중심을 포함한 총 14 개 동적 파라미터를 결정할 수 있다. 그러나, 캡은 강체 모드와 탄성 모드의 분리가 상대적으로 미약하며, 직접 시스템 결정법은 역행렬 과정을 포함하고 있어 잡음에 민감하므로 많은 미지수를 한꺼번에 계산하면 해의 오차가 커질 수 있다. 따라서, 직접 시스템 결정법을 적용하기에 앞서 캡의 질량 중심을 먼저 결정하고, 나머지 11 개의 동적 파라미터는 직접 시스템 결정법을 이용하여 결정하도록 하였다.

질량 중심의 운동을 알면 강체 내의 운동을 예측할 수 있는 특성을 이용하여 캡의 질량 중심을 결정하였다. 먼저, 6 개의 가속도계를 이용하여 질량 중심의 가속도를 측정하였으며 캡 내의 임의 한 점을 선택하고 이 점에서의 가속도를 측정하였다. 이 점에서 측정한 가속도 값과 질량 중심의 가속도를 이용하여 이 점의 가속도로 예측한 값은 같아야 하므로 이를 이용하여 질량 중심에 관한 방정식을 유도하였다. 방정식에 제한 조건을 주어 조건부 최적

화 문제(optimization with constraint)로써 캡의 질량 중심을 결정하였다.

나머지 11 개 동적 파라미터는 측정된 가속도 벡터, 가진 주파수, 가진 벡터를 식 (6)에 대입하고 최소 제곱법을 이용하여 계수 행렬을 결정하여야 한다. Shi 등(1996)은 최소 제곱법에 제한 조건을 주어 직접 시스템 결정법 알고리즘을 개선한 바 있다. 본 연구에서도 동적 캡-현가 장치 모델의 계수 행렬이 가지는 제한 조건을 이용하여 보다 나은 동적 파라미터를 결정할 수 있도록 하였다. 식 (8), (9), (10)에서  $[M]$ ,  $[C]$ ,  $[K]$ 는 다음과 같은 조건을 만족하여야 하기 때문에 제한 조건으로 이용할 수 있다.

- i) 관성 행렬은 대각 행렬이다.
- ii) 관성 행렬의 대각 원소는 양수이다.
- iii) 관성 행렬에서 질량은 질량 관성 모멘트보다 크다.
- iv) 감쇠, 강성 행렬은 대칭 행렬이다.
- v) 감쇠, 강성 행렬의 대각 원소는 양수이다.

위의 제한 조건과 식 (6)을 정리하면 다음과 같다.

$$\text{MIN } \frac{1}{2} \|[A]\{L\} - \{g\}\|^2 \quad \text{with } i), ii), iii), iv), v) \quad (11)$$

조건부 최적화 문제인 식 (11)에 측정된 가속도 벡터, 가진 주파수, 가진 벡터를 대입하여, 질량 중심을 제외한 캡-현가 장치의 동적 파라미터를 결정하였다.

## 5. 직접 시스템 결정법의 검증

일반적으로 이용하는 방법으로 동적 파라미터를 결정하여 검증 시험을 수행하였다. 캡의 관성 특성은 캡을 트랙터 본체에서 분리한 후 케이블에 매달아 측정하는 현수 측정법을 이용하여 결정하였다. 마운트의 감쇠, 강성 특성은 마운트에 조화 가진을 가하고 하중-변위 선도를 구하는 동하중 시험을 이용하여 결정하였다. 모드 해석 기법을 이용하여 결정한 동적 파라미터와 검증 시험을 이용하여 결정한 동적 파라미터는 표 1 과 같다.

현수 측정법으로 결정한 캡의 질량 중심 값과 비교하여 강체 운동의 특성을 이용하여 결정한 질량 중심 값이 최고 3.83 %의 오차를 보였다. 따라서, 강체 운동의 특성을 이용하여 캡의 질량 중심을 결정하는 방법이 타당함이 입증되었다. 직접 시스템 결정법을 이용하여 결정한 11 개 동적 파라미터는 검증 시험으로 결정한 동적 파라미터와 비교하여 관성 특성은 최고 7.83 %의 오차를 보였으며, 감쇠와 강성 특성은 조화 가진에 따른 영향으로 최고 14.8 %의 오차를 보였다. 따라서, 캡-현가 장치를 강체-마운트 시스템으로 가정하고 직접 시스템 결정법을 이용하여 동적 파라미터를 결정하는 방법의 타당성이 제시되었다.

**Table 1 Comparison between modal analysis and verification test**

Parameters	Modal analysis	Verification test	% Error
$m$ (kg)	300	325.5	7.83 %
$I_{\phi}$ (kg·m <sup>2</sup> )	162.223	171.7	5.52 %
$I_{\theta}$ (kg·m <sup>2</sup> )	185	174.5	6.02 %
$x_c$ (mm)	-718*	-718*	0 %
$y_c$ (mm)	357.76*	348*	2.80 %
$z_c$ (mm)	901.558*	937.5*	3.83 %
$k_1$ (kN/m)	3715	4108.74	9.58 %
$k_2$ (kN/m)	3500	4108.74	14.8 %
$k_3$ (kN/m)	3500	4108.74	14.8 %
$k_4$ (kN/m)	3500	4108.74	14.8 %
$c_1$ (N/m/s)	1662.5	1642.70	1.21 %
$c_2$ (N/m/s)	1529.7	1642.70	6.88 %
$c_3$ (N/m/s)	1500	1642.70	8.69 %
$c_4$ (N/m/s)	1500	1642.70	8.69 %

\* Coordinate origin : mount 1

## 6. 요약 및 결론

본 연구는 트랙터 캡의 저주파 진동에 주된 영향을 미치는 캡의 관성 특성과 마운트의 감쇠, 강성 특성을 정확하고 빠르게 결정하는 방법으로서 모드 해석 기법을 제시하기 위하여 수행되었다.

1. 캡-현가 장치가 강제 운동을 한다는 가정 하에 직접 시스템 결정법의 적용으로 캡의 관성 특성과 마운트의 감쇠, 강성 특성을 결정할 수 있다.
2. 간단한 모드 시험 데이터를 이용하여 캡의 강제 특성과 마운트 특성을 결정하였다. 또한, 이 파라미터는 캡-현가 장치를 표현하는데 있어 보다 더 정확한 파라미터 (consistent parameters)이다.
3. 직접 시스템 결정법을 이용한 방법은 전체 차량 특성의 예측 분석에 대한 정확성과 신뢰성을 향상시킬 수 있다.

## 7. 참고 문헌

1. 이장무. 1997. 모드 해석의 이론과 응용. 서울대학교

2. 조진상. 1999. 모드 해석을 이용한 트랙터 캡-현가 장치의 동적 파라미터 결정에 관한 연구. 서울대학교 석사학위논문
3. Butsuen, T., A. Nagmatsu and M. Ookuma. 1987. Application of direct system identification method for engine rigid body mount system. SAE Paper No.860551
4. Choy, H. J. 1998. Optimum design of cab suspension for agricultural tractors. Unpublished MS thesis, Seoul National University, Suwon, Korea.
5. Conti, P. and J. Bretl. 1989. Mount stiffnesses and inertia properties from modal test data. ASME, Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design 111: 134-138
6. Maia, N. and J. Silva. 1997. Theoretical and experimental modal analysis. Research Studies Press Ltd.
7. Park, H. J. 1998. Simulation of dynamic characteristics of agricultural tractor. Unpublished Ph.D thesis, Seoul National University, Suwon, Korea.
8. Shi, Q. and M. Okuma. 1996. Determination of vibration dynamic characteristics of the automobile by the experimental spatial matrix identification method. Proc. of 3<sup>rd</sup> MOVIC. 513-517