

마찰력 규명을 통한 상한절환 오차 모델링 Quadrant Protrusion Error Modeling Through the Identification of Friction

김민석*, 김승철(한양대 대학원 기계설계학과), 정성중(한양대 기계공학부)
M. S. Kim*, S. C. Kim(Hanyang Univ. Graduate School),
S. C. Chung(Hanyang Univ.)

Abstract

Stick-slip friction is present to some degree in almost all actuators and mechanisms and is often responsible for performance limitations. Simulation of stick-slip friction is difficult because of strongly nonlinear behavior in the vicinity of zero velocity. A straightforward method for representing and simulating friction effects is presented. True zero velocity sticking is represented without equation reformulation or the introduction of numerical stiffness problems. Stick-slip motion is investigated experimentally, and the fundamental characteristics of the stick-slip motion are clarified. Based on these experimental results, the characteristics of static in the period of stick and kinetic friction in the period of slip are studied concretely so as to clarify the stick-slip process.

Key Words : Machine tool(공작기계), Feed drive system(이송계), Friction force (마찰력), Stick-slip (스틱슬립), Small velocity region(저속도 영역), Quadrant protrusion error(상한절환 오차), Circular test(원호보간실험)

1. 서론

공작기계에 존재하는 오차들은 크게 제어부에 의한 오차와 기계부에 의한 오차로 나눌 수 있다. 제어부에 의해 나타나는 오차들은 제어주기와 시간지연(time lag)에 의해 야기되며, 기계부

에 의한 오차들은 기계요소들간의 마찰력과 형상 및 치수오차에 의한 경우가 대부분이다.⁽¹⁾

이송계의 테이블과 베드 사이 안내면에 존재하는 마찰은 Fig. 1과 같이 점성마찰(viscous friction), 쿨롱마찰(coulomb friction), 스틱슬립(stick-slip)등이 있으며 대부분의 경우 이러한 여러 마찰 요소가 모두 결합된 형태로 나타나게 된다⁽²⁾. 이러한 마찰력은 대부분 공작기계 정밀도에 나쁜 영향을 미치기 때문에 마찰력에 의해 나타나는 여러 가지 현상에 대해서 충분한 검토가 필요하다. 특히 원호보간시 나타나는 상한절환오차(quadrant protrusion error)는 공작기계의 윤곽정밀도에 가장 큰 영향을 미치고 있으며 이러한 현상은 이송계의 안내면에 존재하는 스틱슬립에 의해 주로 나타난다.^(2,3) 그러나 이러한 마찰력 해석에 대한 연구는 마찰의 비선형성 때문에 많은 어려움이 따르고 있다.

본 논문에서는 테이블과 베드 사이 안내면의 마찰력을 규명하고 이 규명결과를 바탕으로 하여 새로운 마찰모델을 제시하였다. 그리고 제시한 마찰모델을 사용하여 원호보간 모의실험을 통해 상한절환 오차를 모델링 할 수 있음을 확인하였다. 이러한 상한절환 오차의 모델링으로부터 컴퓨터 모의실험을 통해 상한절환 오차의 크기와 그 발생점을 시각적으로 나타내었다. 또 실제 원호보간 실험을 통해 상한절환오차를 구하고 모델링 결과와 비교하였다.

2. 이론적 배경

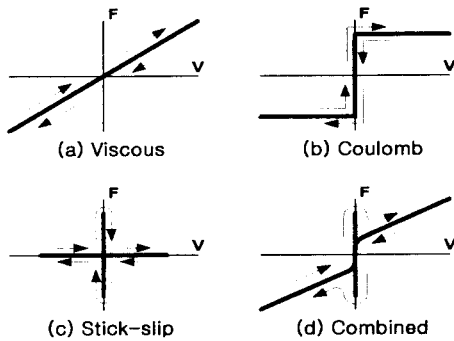


Fig. 1 Friction force vs. velocity

2.1 마찰모델

공작기계에서의 구동부는 각축의 안내면을 따라 이송된다. 각축의 안내면은 더브테일 안내면, 각형 안내면 등의 형상으로 연삭된 면이나 터사이트(turcite)를 붙인 면으로 가운데 윤활유가 지나갈 수 있는 홈이 파여져 있고 이들 통해서 윤활시킨다. 구동부의 이송 중에 이들의 하중으로 인한 쿨롱마찰력이 존재하며, 윤활된 이송면을 이송하므로 점성마찰력이 존재하고 또한 이송 속도와 이송량이 아주 작을 때 스틱슬립이 존재한다.

2.2 스틱슬립 모델

공작기계 이송계 안내면에 존재하는 마찰력 가운데 스틱슬립은 이송계 즉, 테이블의 이송속도가 반전될 때 주로 나타나는 마찰력으로서 원호보간시 상한절환 오차의 주된 요인이 되며 기본적으로 Fig. 2(a)와 같은 속도-마찰력 궤적을 그린다. 이러한 스틱슬립은 이송속도가 작은 영역에서 아주 강한 비선형성을 가지기 때문에 모의 실험이 매우 까다롭게 된다.^(1,2) 스틱슬립은 많은 선행연구에서 Fig. 2(b)와 같이 속도가 0에 가까운 저속도 영역(small velocity region)에서 일정한

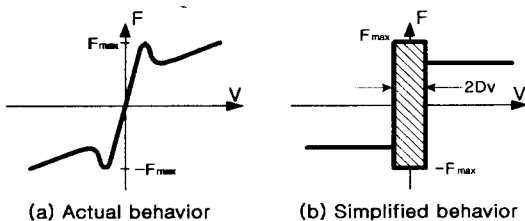


Fig. 2 Stick-slip friction behavior

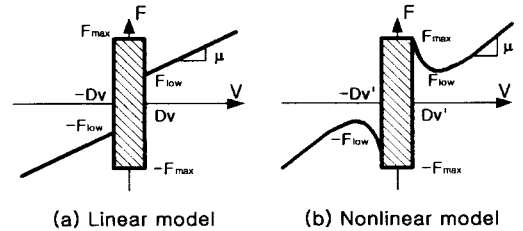


Fig. 3 Proposed stick-slip model

값의 마찰력을 가지며, 그 외의 영역에서는 일정한 값 또는 증가하는 마찰력을 가지는 모델로 표현하고 있다. 이와 같은 모델로 Kaneko 모델, Karnopp 모델, Exponential 모델, 그리고 Tsutsumi 모델 등이 있다.⁽²⁾

본 논문에서는 이러한 스틱슬립 모델 외에 스틱슬립의 실제궤적과 유사한 궤적을 갖는 선형모델과 비선형모델을 제시한다. Fig. 3에 보인 것과 같이 저속도 영역에서 일정한 값의 마찰력을 가지고 그 외의 영역에서는 1차(Fig. 3(a) 참조) 또는 2차(Fig. 3(b) 참조)함수로 증가하고 있다. 이러한 현상은 마찰력 규명 실험을 통해 확인할 수 있다. 이 모델에서의 주된 파라미터인 F_{low} , F_{max} , μ , 그리고 D_V , D_V' 은 실험을 통해 규명한다. 이러한 모델을 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$F_f = F_{stick} + F_{slip} = f(V)$$

$$F_{stick} = \begin{cases} \text{linear} & \begin{cases} F_{max} & , -D_V < V < D_V \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases} \\ \text{nonlinear} & \begin{cases} F_{max} & , -D_V' < V < D_V' \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases} \end{cases} \quad (1)$$

$$F_{slip} = \begin{cases} \text{linear} & \begin{cases} \mu(V - D_V) + F_{low} & , V > 0 \\ \mu(V + D_V) - F_{low} & , V < 0 \end{cases} \\ \text{nonlinear} & \begin{cases} p(V - D_V')^2 + F_{low} & , V > 0 \\ -p(V + D_V')^2 - F_{low} & , V < 0 \end{cases} \end{cases}$$

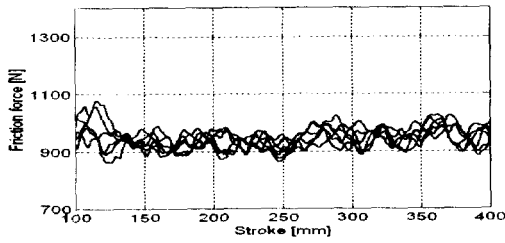
$$\text{여기서, } p = \frac{F_{max} - F_{low}}{(D_V' - D_V)^2}$$

$$D_V \approx 5D_V'$$

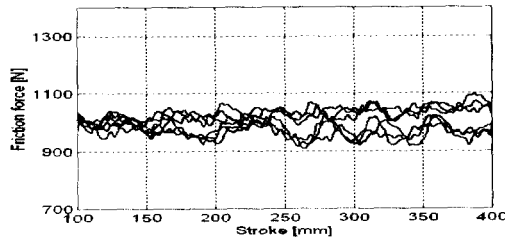
3. 마찰력 규명실험

3.1 모터토크의 계산과 실험방법

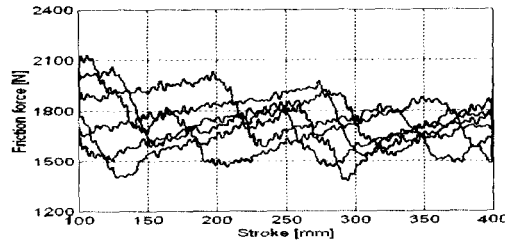
공작기계 이송계에서의 마찰력 F_f 은 모터토크



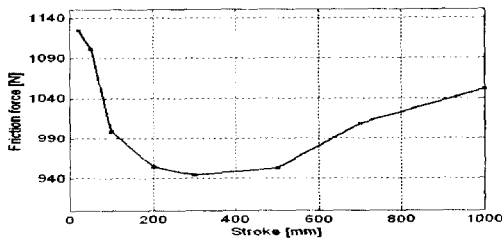
(a) Feedrate : 100 mm/min



(b) Feedrate : 300 mm/min



(c) Feedrate : 3000 mm/min

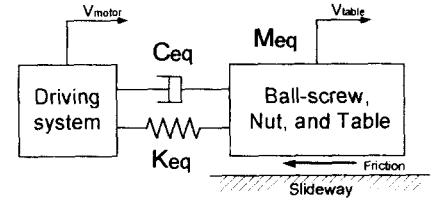


(d) Small velocity region behavior

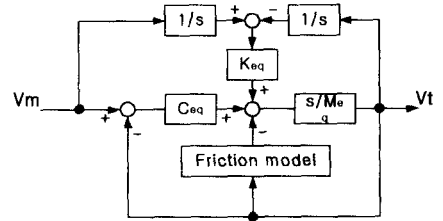
Fig. 5 Friction force with constant feedrate

5.1 마찰력을 고려한 이송계 모델

마찰력을 고려한 공작기계 이송계를 Fig. 6(a)에 간략하게 나타내었다. 공작기계 이송계에서 테이블이 안내면 위를 움직이는 것은 마찰력이 존재하는 표면 위를 강성요소와 댐핑요



(a) Schematic diagram



(b) Block diagram

Fig. 6 Feed drive system with friction force

소를 포함한 일정질량(이송계 등가질량)의 물체가 움직이는 것으로 간략화 시킬 수 있다. 모터의 가속도가 볼스크류와 너트에 의해 직선속도로 변하게 되고 슬라이더 위에 있는 테이블을 기동시킨다. 여기서 볼스크류와 너트의 등가강성을 K_{eq} , 슬라이더 습동면 감쇄계수를 C_{eq} , 그리고 볼스크류, 너트, 테이블의 등가질량을 M_{eq} 라 하면 이송계의 블록선도를 Fig. 6(b)와 같이 나타낼 수 있으며 구동계를 움직이는 합력 F_{total} 은 구동계의 가속도와 등가 질량의 곱으로 나타낼 수 있다. 이러한 합력은 식 (6)과 같이 등가강성에 의한 힘 F_k 와 댐핑에 의한 힘 F_C , 그리고 마찰력에 의한 힘 F_f 으로 구성된다.

$$F_{total} = M_{eq} \cdot \dot{V}_{table}$$

$$\text{여기서, } F_{total} = F_C + F_k - F_f$$

$$F_C = C_{eq} \cdot (V_{motor} - V_{table}) \quad (6)$$

$$F_k = K_{eq} \cdot \left(\int V_{motor} - \int V_{table} \right)$$

$$F_f = f(V)$$

본 연구에서 사용된 이송계의 파라미터 값들을 Table 1에 나타내었다. 여기서의 마찰계수, 스

크 T_m 에 기인하게 된다. 이러한 모터토크는 이송계를 가속시키고, 점성마찰, 기계요소들간의 접촉마찰, 그리고 모터축으로 전달되는 절삭 토크를 극복하는데 쓰인다.

$$T_m = K_t \cdot I_{rms} = J_e \frac{d\omega}{dt} + B \cdot \omega + T_f + T_c \quad (2)$$

여기서, K_t = motor torque constant

I_{rms} = motor current

J_e = equivalent inertia

B = viscous coefficient

T_f = friction torque

T_c = cutting torque

식 (2)에서 점성항을 무시하고 정상상태와 공절삭 (air-cutting)을 가정하면 다음과 같은 방정식을 얻을 수 있다.

$$T_m = K_t \cdot I = T_f \quad (3)$$

그리고 볼스크류의 1회전당 테이블은 볼스크류의 피치(pitch)만큼 이송하게 되므로 식 (4)와 같이 모터토크와 테이블에 작용하는 마찰력과의 관계식이 성립한다.

$$\eta T_m \theta = F_f d \rightarrow F_f = \eta T_m \frac{\theta}{d} = \eta T_m \frac{2\pi}{p} \quad (4)$$

여기서, η = efficiency of ball-screw (≈ 0.9)

p = ball-screw pitch

공작기계의 이송모터에 인가되는 전류는 서보 앰프의 체크단자로부터 직접 측정한다. 또한 이송모터에 부착된 엔코더로부터 나오는 펄스신호를 위치측정보드를 이용하여 이송계의 속도와 위치를 측정한다. 모터에 인가되는 U, V상 전류를 통해서 R상 전류치를 계산한 후, 전류 실효값, 모터토크, 테이블과 볼스크류의 총 마찰력 등을 개략적으로 구할 수 있다.

$$I_R = -(I_U + I_V)$$

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{(I_R^2 + I_U^2 + I_V^2)}{3}} \quad (5)$$

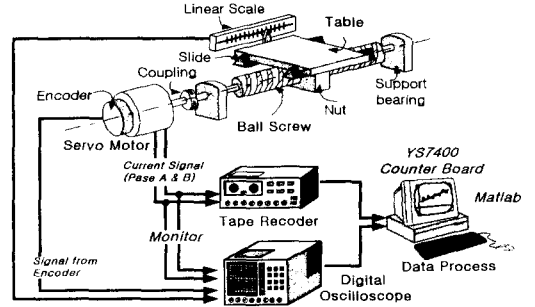


Fig. 4 Experimental setup for friction identification

마찰력 규명실험을 위한 실험장치의 개략도를 Fig. 4에 나타내었다. 테이블의 이송속도를 20 mm/min에서 급속이송 (12,000 mm/min)까지 여러 단계로 변화시켜 가면서 이송속도에 따른 모터토크 및 테이블의 속도를 측정하고, 테이블의 위치에 따른 마찰력의 변화와 이송방향에 따른 마찰력의 변화를 살펴보았다.

4.2 마찰력 규명 결과

Fig. 5에 각 이송속도에 따른 마찰력의 변화를 여러번 반복 실험한 결과를 나타내었다. Fig. 5(a)에서 볼 수 있듯이 이송속도가 200 mm/min ~ 300mm/min 이하에서는 이송속도가 증가함에 따라 안내면이 부분적으로 탄성유체윤활상태가 되어 모터토크와 정상상태에서의 테이블 마찰력은 감소한다. 따라서 이러한 속도구간을 저속도 영역이라 볼 수 있다. 그리고 이송속도가 300 mm/min 이상이 되면 이송속도가 증가함에 따라 안내면이 유체윤활상태가 되어 점성마찰의 증가로 인한 테이블의 마찰력이 증가한다. 또한 이송속도가 작을 때는 여러번 반복실험을 하여도 동일한 이송속도와 위치에서의 마찰력의 편차가 작으나, 이송속도가 커질수록 안내면의 윤활상태에 극히 민감해져 위치에 따른 마찰력의 편차가 크게 된다. 이러한 현상은 같은 이송속도라 할지라도 이송방향에 따라 마찰력의 변화패턴이 달라지는 것에도 영향을 미친다. 이와 같은 마찰력 규명실험으로 F_{max} , F_{kw} , 그리고 D_V 값을 결정할 수 있다. 또한 속도에 따른 마찰력 변화의 비율인 μ 값을 선형보간을 통해 얻을 수 있다.

5. 상한절환 오차의 모의실험

Table 1 Identified parameter value

Parameter	Value [unit]	
Friction	F_{max}	1127.8 N
	F_{low}	951.3 N
	D_V	0.5 mm/sec
Feed drive	M_{eq}	335 kg
	C_{eq}	73.8 N · sec/mm
	K_{eq}	151 N/mm

틱 마찰력과 슬립 마찰력, 그리고 속도영역은 앞 절의 마찰력 규명실험으로부터 구할 수 있으며 등가질량, 등가강성, 그리고 감쇠계수는 DAC 간 이측정법을 이용하여 규명한 결과를 이용하였다.^(2,5)

5.2 원호보간실험

원호보간실험은 동작기계의 윤곽정밀도 평가에 많이 사용되고 있다. 이러한 원호보간 실험을 통해서 동작기계에 존재하는 기계부에 의한 상한절환오차와 제어부에 의한 반경감소오차 등을 동시에 확인 할 수 있다. 본 논문에서는 기계부에 의한 오차 중 상한절환 오차의 모델링을 위해 원호보간 실험을 행하였다. 이러한 상한절환 오차는

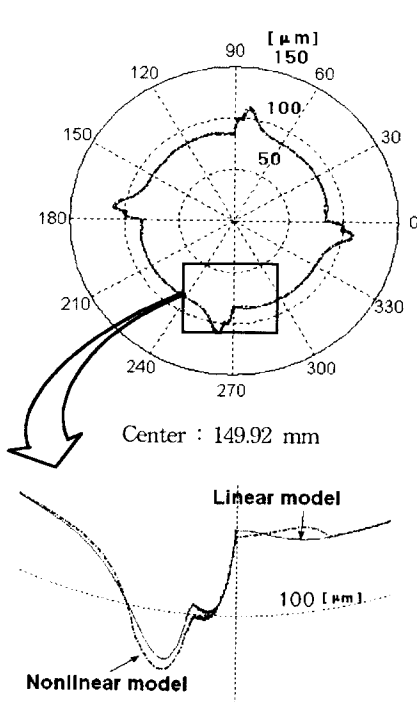


Fig. 7 Simulation of quadrant protrusion

원호보간의 방향에 의존하며 속도가 느리고 반지름이 작아질수록 상한절환 오차량이 커지는 경향을 가진다. 반지름 100 mm, 이송속도 1500 mm/min, 그리고 반시계 방향으로 모의실험을 행하였다. 모의실험결과에서 보면 Fig. 7과 같이 상한절환에 의한 큰 윤곽오차가 발생하는 것을 볼 수 있다. 또한 선형 마찰모델과 비선형 마찰모델을 사용한 모의실험에서 서로 유사한 결과를 얻을 수 있었다. 실제 모의실험에서 비선형 모델을 사용한 경우가 선형모델을 사용한 경우보다 약 10% 정도의 시간이 더 소요되는 것으로 볼 때 선형모델이 더 효과적인 것을 알 수 있었다.

5.3 모의 실험과의 비교, 분석

모의실험 결과와 원호보간 실험을 통해 구한 상한절환오차를 Fig. 8에 나타내었다. 그림에서 보듯이 모의실험의 결과와 실제 실험결과가 상한절환오차의 크기에서는 매우 잘 일치하는 것을 볼 수 있다. 즉 이송계를 1 자유도 시스템으로 모델링하고 마찰력 규명실험을 통해 구한 선형마찰모델을 사용하여 원호보간시의 상한절환 오차 크기를 정확하게 예측할 수 있었다. 그러나

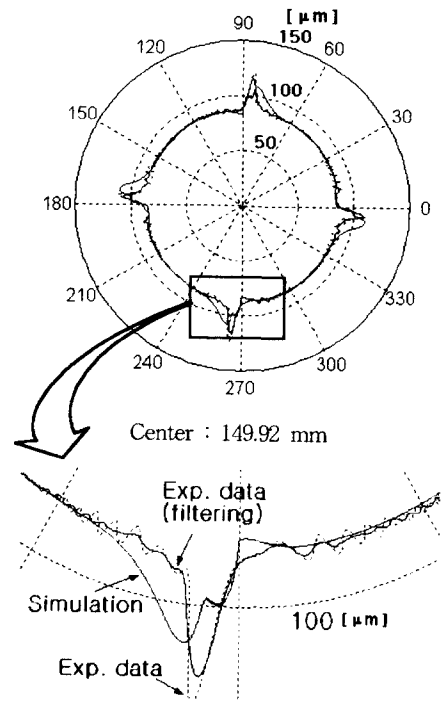


Fig. 8 Simulation and experimental result

상한절환 오차의 발생점은 모의 실험과 약간의 차이가 있었다. 이것은 DAC 간이측정법으로 규명한 등가강성과 등가질량이 실제의 경우보다 과소평가 되었고, 모의 실험에서 사용한 서보계의 파라미터 값이 실제 파라미터 값과 다소 다르기 때문에 나타났다고 볼 수 있다.

6. 결론

공작기계 이송계의 안내면에 존재하는 마찰력을 규명하여 상한절환 오차를 모델링하는 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 실제의 스틱슬립거동과 유사한 마찰모델(선형, 비선형)을 제시하였다.
- (2) 마찰력 규명실험으로부터 마찰력은 강한 비선형성을 가지며, 이러한 비선형성은 이송속도와 비례하여 증가하는 것을 확인하였다.
- (3) 제시한 마찰모델을 사용하여 원호보간시 나타나는 상한절환 오차를 모델링 할 수 있었다.
- (4) 이송계를 마찰력이 존재하는 단일질량을 갖는 1자유도 시스템으로 모델링하여 상한절환 오차를 비교적 정확하게 표현할 수 있다.
- (5) 모의실험에 사용된 이송계 파라미터와 실제 파라미터와의 차이로 인하여 상한절환 오차의 발생점이 실제의 경우와 근소한 차이를 보였다.
- (6) 제안된 마찰모델 중 비선형 모델이 비교적 실제의 경우와 근사하였으나 선형모델의 경우에도 계산시간과 계산량을 고려하면 충분히 상한절환 오차의 모델링에 적용할 수 있다.

참고문헌

- (1) Y. Kakino, A. Matsubara, Z. Li, D. Ueda, H. Nakagawa, T. Takeshita, and H. Maruyama, 1994, "A Study on the Total Tuning of Feed Drive Systems in NC Machine Tools", *JSPE*, Vol. 60, No. 8, pp. 1158~1164
- (2) M. Tsutsumi, S. Ohtomo, Y. Okazaki, K. Sakai, K. Yamazaki, and Dong-Fang GE, 1995, "Mathematical Model of Feed Drive Mechanical System and Friction for CNC Machine Tools", *JSPE*, Vol. 61, No. 10, pp. 1458~1462.
- (3) Y. S. Tarang and H. E. Cheng, 1995, "An

Investigation of Stick-Slip Friction on the Contouring Accuracy of CNC Machine Tools", *Int. J. Mach. Tools Manufact*, Vol. 35, No. 4, pp. 565~576.

(4) Dean Karnopp, 1995, "Computer Simulation of Stick-Slip Friction in Mechanical Dynamic Systems", *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 107, Keynote paper, pp. 100~103.

(5) 한동엽, 1999, "정밀 이송계 변수의 최적 설정법", 석사학위논문, 한양대학교.

(6) 김기대, 조현우, 주종남, 1995, "이송전류신호를 이용한 이송계의 마찰특성에 관한 연구", 한국정밀공학회 추계학술대회, pp. 249~253.