

## 공작기계 열오차 모델의 최적 센서위치 선정 Selection of Optimal Sensor Locations for Thermal Error Model of Machine Tools

안종용\*(한양대 대학원 기계설계학과), 정성종(한양대 기계공학부)  
J. Y. Ahn\*(Hanyang Univ. Graduate School), S. C. Chung(Hanyang Univ.)

### Abstract

The effectiveness of software error compensation for thermally induced machine tool errors relies on the prediction accuracy of the pre-established thermal error models. The selection of optimal sensor locations is the most important in establishing these empirical models. In this paper, a methodology for the selection of optimal sensor locations is proposed to establish a robust linear model which is not subjected to collinearity. Correlation coefficient and time delay are used as thermal parameters for optimal sensor location. Firstly, thermal deformation and temperatures are measured with machine tools being excited by sinusoidal heat input. And then, after correlation coefficient and time delays are calculated from the measured data, the optimal sensor location is selected through hard c-means clustering and sequential selection method. The validity of the proposed methodology is verified through the estimation of thermal expansion along Z-axis by spindle rotation.

**Key Words :** Collinearity(공선성), Correlation Coefficient(상관계수), Hard C-Means Clustering (HCM 클러스터링), Optimal Sensor location(최적 센서위치), Thermal Deformation(열변형), Time Delay(시간지연)

### 1. 서론

최근 생산공정의 자동화와 무인화 지향이 강력하게 요청되면서 머시닝센터로 대표되는 NC 공작기계는 장시간 연속운전에서 복잡하고 과도

적인 조건에서도 일정한 가공정도를 유지하는 것이 중요한 과제로 부각되고 있다. 공작기계의 가공정도를 저하시키는 주요원인에는 공작기계의 기하학적 오차와 열변형 오차 등이 있다. 그중 열변형의 영향은 40~70%로서 고정도 가공을 위해서는 열변형 오차를 줄이는 것이 중요한 문제로 인식되고 있다.<sup>(1)</sup>

열변형 오차는 설계 또는 제조 기술을 통해 공작기계 자체의 구조 개선으로 어느 정도 감소시킬 수 있으나 그것만으로는 열변형 오차를 완벽히 제거할 수 없다. 따라서 오차보상 기술에 의한 열오차 감소법에 대해 많은 연구가 이루어지고 있다. 열변형 오차보상의 정확도는 측정 데이터로부터 열변형량을 추정하는 열오차 모델의 예측 성능에 좌우된다. 공작기계의 열오차는 비선형적인 상호작용에 의해 발생하고 열경계 조건이 복잡하게 변하기 때문에 FEM 및 FDM 등의 이론적 해석으로는 정확한 정량적 예측을 보장할 수 없다. 열오차의 정량적인 예측은 주로 실험과 데이터 처리 기법을 이용하여 열오차와 온도 측정치의 관계를 규명하는 경험적인 모델 접근에 바탕을 두고 있다.<sup>(2)</sup>

그동안 경험적 모델에서는 신경회로망<sup>(3)</sup>, MRA(multiple regression analysis)<sup>(4)</sup> 등의 비선형 모델이 주로 이용되었다. 비선형 모델은 열변형의 비선형적인 거동을 잘 표현할 수 있지만 온도 변수에 대한 고차항과 상호작용항 등을 포함하고 있어 측정오차나 외란 등이 포함될 경우와 학습 조건과 다른 가공 상태에 대해서 모델의 강인성(robustness)이 떨어지고 많은 실험 데이터를 요구하는 단점이 있다. 따라서 MRA(Multiple Regression Analysis)모델에 대해서 온도센서를 독립변수로 하는 간단한 선형 결합 모델이 제안되고 있다. 이 때 모델 생성에서 가장 중요한 점은 독립변수의 선정이다.

독립변수의 결정에서 중요한 사항은 온도센서의 최적 위치와 개수 선정이다. 모델의 예측 정밀도를 유지하기 위하여 중요한 변수를 누락시키지 않아야 하고, 모델에 측정 잡음이 포함되지 않도록 독립변수의 수를 적절히 선정해야 한다. 또한 온도변수 사이의 강한 의존성에 의해 유발되는 다중공선성(multi-collinearity)<sup>(4)</sup> 문제를 피하도록 센서위치가 선정되어야 한다.

본 논문에서는 다중공선성 문제를 일으키지 않으며 여러 실험 조건에 강인한 예측 모델을 생성하기 위한 최적 센서위치 선정법을 제시한다. 시뮬레이션에 의한 열오차의 거동을 분석한 결과, 그룹핑 기준으로서 온도와 열변형량과의 상관계수 및 시간 지연량을 채택하였다. 열 입력을 정현파 형태로 가하여 그 때의 열변형량과 온도데이터를 측정하고, 두 데이터 집합 사이의 상관계수와 위상지연량을 계산한다. 이와 같이 얻어진 열특성 파라미터를 가지고 HCM(hard c-means) 클러스터링<sup>(5)</sup> 과정과 대표 변수 선택을 위한 순차적 선택법을 거쳐 열변형 예측오차를 최소화하는 센서위치를 선정한다. 수직형 머시닝센터를 대상으로 직관에 의하여 전략적으로 선정된 온도센서를 독립변수로 하는 열오차 모델과 비교 검토하여, 제안된 방법에 의해 더 적은 온도센서로 더 정확한 열오차 모델을 신속하게 생성할 수 있음을 입증한다.

## 2. 열오차 모델링 및 최적 센서위치 선정

### 2.1 열오차 모델

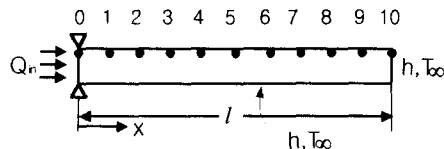


Fig. 1 One-dimensional model for simulation

Fig.1 과 같은 1차원 부재에서 열에 의한 변형률  $\varepsilon_T$ 는 응력이 없는 상태의 기준 온도로부터의 변화량  $\Delta T$ 에 비례하며 다음 식과 같이 주어진다.

$$\varepsilon_T = \alpha \Delta T \quad (1)$$

여기서  $\alpha$ 는 열팽창계수.

변형률에 대한 미분 방정식은 식 (2)와 같이 주어지며 길이가  $x$ 인 지점에서의 열변형량은 식 (3)과 같이 각 위치에서의 온도 변화량  $\Delta T(x, t)$ 를 적분하는 형태로 주어진다.

$$\varepsilon_T = \partial \delta_T / \partial x \quad (2)$$

$$\delta_T = \alpha \int_0^x \Delta T(x, t) dx \quad (3)$$

그러나 실제로 무한개의 센서를 이용하여 온도를 측정하는 것은 불가능하기 때문에 다수의 온도센서로 측정이 가능하도록 식 (3)은 식 (4)와 같은 이산형태로 변환시켜야 한다.

$$\delta_T = C_0 + \sum_{i=1}^n C_i T_i(t) \quad (4)$$

식 (4)는 선형 회귀모델로서 측정된 온도와 열변형량을 이용하여 최소오차자승법에 의해 계수  $C_0 \sim C_n$ 을 구할 수 있다. 본 논문에서는 주축 회전에 의한 공작기계의 Z 축 열변형 모델을 1차원 열변형 문제와 같은 형태인 선형 회귀모델로 가정한다. 선형 회귀모델은 내삽 및 외삽에서 뛰어난 성능을 발휘하고 잡음에 둔감하다.

### 2.2 열특성 파라미터

길이 0.5m의 단면적  $8 \times 10^{-5} \text{ m}^2$ 인 Fig. 1의 부재에 계단 형태의 열원이 주어지는 경우에 대해 해석적인 시뮬레이션<sup>(6)</sup>을 수행하였다. 30분 간격으로 각각 20W, 40W의 열원을 가한 후 열원을 제거했을 때, 부재의 각 점에서의 온도 상승량과 점 10에서의 길이 방향 열변형량은 Fig. 2와 같다. 0번 센서에서는 30분후 80°C 상승하고 다음 30분후 120°C 상승하였으며 60분후에는 170°C 떨어졌다. 1~5번 센서는 이와 비슷한 형태의 발열, 냉각 곡선을 보이고 있다. 그러나 6~10 번 센서에서는 완만한 곡선을 보이고 있다. 여기서 열원에서 멀리 떨어진 센서일수록 시간지연이 크게 나타나고 열원의 온도 변화가 평균화되어 나타남을 알 수 있다. 그리고 자유단의 열변위와 각 점의 온도 변화량은 Fig. 2에서 보듯이 시간지연이 나타나는데 열변위의 위상이 각 점의 온도 변화보다 오히려 앞서고 있는 것을 알 수 있다. 이것은 각 점의 온도 변화는 평균화 효과에 의해 열원에서 멀수록 시간지연이 크게 나타나지만 자유

단의 열변위는 온도 변화에 의한 미소체적 열변형량을 전구간에 대해 적분한 것이기 때문이다. 따라서 그룹핑을 위한 열특성 파라미터로서 온도와 열변위의 비례 정도를 나타내는 상관계수와 온도 측정점과 열변형 측정점 사이의 열적 거리를 나타내는 시간지연량으로 결정하였다.

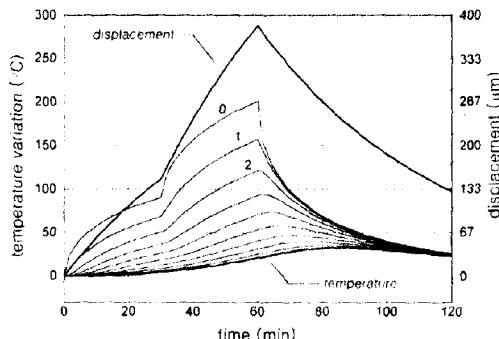


Fig. 2 Temperatures at each location and thermal displacement at point 10

본 논문에서는 열적 파라미터를 계산하기 위하여 열원인 주축의 회전수를 정현파 형태로 변화시키면서 온도분포와 열변형량을 측정한다. 측정된 열변형량과 각각의 온도 사이의 상관계수는 식 (5)에 의해 구한다.

$$r_i = \frac{\sum_{j=1}^m (\delta_j - \bar{\delta})(T_j - \bar{T}_i)}{m S_\delta S_{T_i}} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

여기서  $\delta_j$ 는 열변형 데이터,  $\bar{\delta}$ 는 열변형 데이터의 평균,  $T_j$ 는 온도 데이터,  $\bar{T}_i$ 는 온도 데이터의 평균,  $S_\delta$ 는 열변형 데이터의 분산,  $S_{T_i}$ 는 온도 데이터의 분산,  $m$ 은 표본 개수,  $n$ 은 온도 측정점 개수이다.

열변형량과 온도 사이의 시간지연은 상호상관을 이용하여 구한다. 상호상관은 랜덤 데이터를 처리하는 기법으로서 입력과 출력 사이의 시간지연을 구하는 데에 유용하다. 열변형량  $\delta(t)$ 와 온도  $T(t)$  사이의 상호상관은 식 (6)과 같이 주어진다. 식 (6)에서 계산된 상호상관이 최대값이 될 때의  $\tau$ 가 입력과 출력 사이의 시간지연량이 된다.

$$R_{\delta T}(\tau) = E[\delta_k(t) T_k(t+\tau)] \quad (6)$$

### 2.3 그룹화 및 대표변수 선정

공작기계 각 부분의 온도 상승은 몇 개의 열원으로부터 기인하기 때문에 온도변수 사이에 매우 강한 의존성이 존재한다. 따라서 온도센서의 위치를 선정할 때 상관이 크고 시간 지연이 작은 것만을 선택한다면 공선성 문제를 유발할 가능성이 커질 뿐 아니라 여러개의 열원에 의해 발생하는 복합적인 열변형과 기계 구조 사이의 서로 다른 열적 시정수에 의한 열변형 효과를 모델링할 수 없다. 따라서 본 논문에서는 온도변수를 그룹화하여 각각의 대표변수를 결정하고 그것을 온도변수로 이용함으로써 공선성 문제 발생을 억제하고 복합적인 열변형의 원인이 열오차 모델에 반영될 수 있도록 하였다.

먼저 온도변수를 그룹화하기 위하여 시간지연과 상관계수를 각각  $x$  및  $y$  좌표로 하는 2차원 공간에서의 HCM 클러스터링을 수행한다. 그룹화 알고리듬은 반복적인 최적화 과정으로서 Fig. 3과 같다.

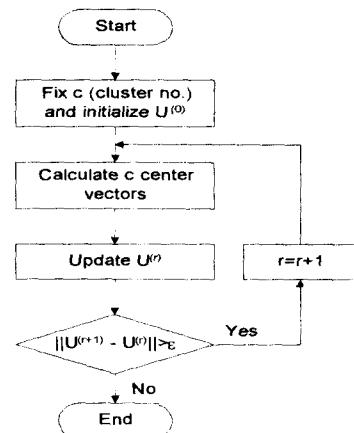


Fig. 3 Algorithm for HCM clustering

$U$ 는 hard  $c$ -partition 행렬로서 식 (7)과 같이  $c \times n$  (클러스터 개수  $\times$  데이터 개수)의 크기를 갖고 있으며 행렬의 요소는 데이터가 어느 그룹에 속하는지를 의미하는 특성함수이다.  $U$ 의 생성은 특성함수의 생성으로 이루어지며 식 (8)과 같다.

$$U = \begin{bmatrix} \chi_{11} & \cdots & \chi_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \chi_{c1} & \cdots & \chi_{cn} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\chi_{ik}^{(r+1)} = \begin{cases} 1 & \text{if } d_{ik}^{(r)} = \min\{d_{jk}^{(r)}\} \text{ for all } j \in c \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

여기서  $\chi_{ik}^{(r+1)}$ 는 특성함수,  $d_{ik}^{(r)}$ 는 i 번째 클러스터의 중심에서 k 번째 데이터 샘플까지의 유clidean 거리이다. c-means 클러스터링에 의해 온도변수를 그룹화한 후 그로부터 각 그룹의 대표변수를 선정한다. 만약 모든 가능한 변수의 조합에 대하여 열오차 모델식 (4)의 추정오차가 가장 작은 것을 찾는 방법을 적용하면 이는 많은 계산 시간을 요구한다. 따라서 본 논문에서는 식 (9)로 정의되는 부분 열변형 모델을 이용하여 그룹번호 Gn을 증가시키면서 순차적으로 그룹대표변수를 선정하는 순차적 선택법을 제안한다.

순차적 선택법은 온도변수의 개수가 작은 그룹부터 큰 그룹의 순서로 부분열변형 모델에 참여하는 그룹의 개수를 순차적으로 증가시키면서 각 그룹에서 부분열변형 모델의 추정오차를 최소화시키는 그룹대표변수를 선정한다. 이 때 Gn 번째 단계에서 부분열변형 모델  $\delta^{Gn}$ 은 Gn 번째 그룹에 속한 온도변수 개수 tn 만큼의 모델이 생성되는데, 그 중에서  $\delta^{Gn}$ 의 추정오차를 가장 작게 만드는 온도변수를 그 그룹의 대표변수로 선택한다. Fig. 4에 순차적 선택법의 순서도를 도시하였다.

$$\delta_i^{Gn} = C_0 + \sum_{j=1}^{tn-1} C_j T_j(t) + C_{Gn} T_i(t) \quad j=1, \dots, tn \quad (9)$$

여기서  $T_i$ 는 이전 단계에서 선정된 i 번째 그룹의 대표변수이고,  $T_j$ 는 Gn 번째 그룹에 속한 tn 개의 온도변수 중 j 번째 온도이다.

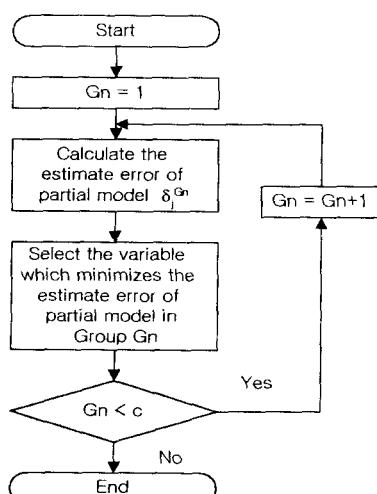


Fig. 4 Algorithm for sequential selection method

## 2.4 모델의 축소

선형 회귀모델에서는 가능한 많은 독립변수를 모델에 포함시키면 열변형의 예측정밀도를 높일 수 있지만, 독립변수의 수가 증가하면 열변형 추정치의 분산은 증가하게 되고 데이터 채취 및 해석을 위한 비용과 시간이 증가하는 단점이 생기게 된다. 따라서 앞에서 결정된 c 개의 그룹대표변수들 중에서 최고의 예측정밀도와 최소의 독립변수 개수라는 요구를 동시에 만족시키는 그룹대표변수를 선정하여 이를 모델 구성에 참여시켜야 한다. 이를 위하여 식 (10)과 같은 판단지수를 정의하고 이를 최소화시키는 최적의 센서 개수와 그룹대표변수를 선정한다.

$$EC_i = \frac{S_i}{S_1} \cdot \frac{i}{c} \quad i=1, 2, \dots, c \quad (10)$$

여기서 c는 대표변수의 총 개수이고,  $S_i$ 는 대표변수가 i 개일 때 구성된 c 개의 부분열변형 모델의 추정오차 분산 중 최소값이다. 따라서 최적의 센서 개수가 정해지면 모델 구성에 참여하는 최적의 센서위치도 자동으로 정해진다.

## 3. 실험 및 고찰

실험은 수직형 머시닝센터(화천기공(주) VMC-430)를 대상으로 하였고 X, Y, Z 스트로크는  $760 \times 430 \times 500$  mm이다. 주축을 무부하 상태에서 1시간의 주기로 50에서 3000 rpm 사이에서 변하는 정현파 형태로 회전시키고 Fig. 5와 같은 실험 장치로 기계의 각 부분 온도 및 주위 온도와 이와 동기된 Z 방향 원점 변위를 10시간 동안 1분 간격으로 측정하였다. 온도센서의 위치는 Fig. 6과 같다.

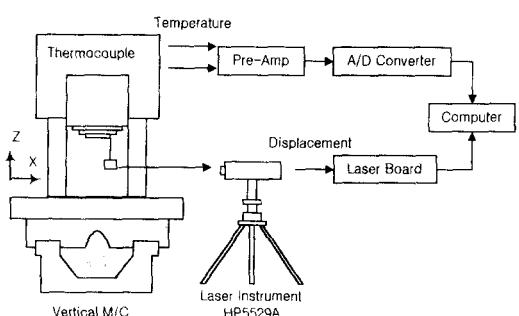


Fig. 5 Schematic diagram of experimental setup

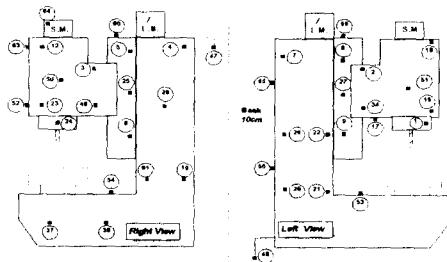
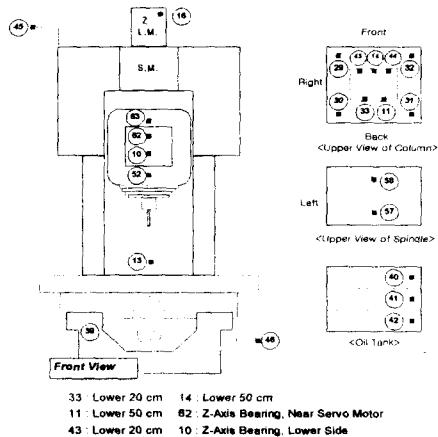


Fig. 6 Thermocouple locations.

Fig. 7은 측정된 온도와 열변형 데이터로부터 식 (5), (6)을 이용하여 계산한 상관계수와 시간지연량을 각각 X 및 Y 축으로 하여 도시하고, HCM 클러스터링에 의하여 10개의 그룹으로 그룹화한 결과 각각의 중심을 도시한 것이다. Table 1은 각각의 그룹에 소속된 온도센서를 나타내며, 맵줄로 표시된 온도변수는 HCM 클러스터링의 다음 단계로서 그룹 1부터 순차적 선택법에 의해 결정된 각 그룹의 대표변수이다.

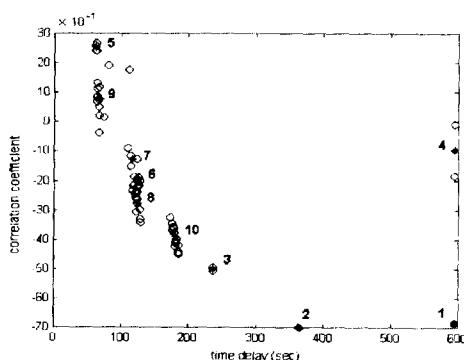


Fig. 7 Result of HCM clustering

Table 1 Result of clustering of sensors

Group no.	Temperature sensor no.
G1	38
G2	54
G3	13,14
G4	37,39
G5	1,2,43,52,64
G6	2,3,10,34,48,49
G7	7,16,20,21,26,41,45,55,58
G8	4,9,11,22,28,30,31,33,35,36,56,62
G9	12,15,17,18,23,40,42,46,47,50,51,57,63
G10	5,6,8,19,25,27,29,32,43,44,53,59,60,61

Fig. 8은 위에서 결정된 10 개의 그룹대표변수들을 이용하여  $i$  개의 그룹대표변수로 오차모델을 구성했을 때 추정오차가 가장 작은 오차모델에 대한 판단지수를 도시한 것이다. 일반적으로 그룹대표변수의 개수가 증가함에 따라 추정오차가 감소하지만 그 감소율은 점점 작아진다. 따라서 판단지수는 그룹대표변수 개수가 증가함에 따라 어느 순간 다시 증가하게 된다. Fig. 8로부터 상대추정오차가 최소가 되는 최적변수의 개수는 5개이다. 선정된 온도센서는 각각 베이스 전면부  $T_{38}$ , 컬럼부  $T_{14}$ , 베이스 후면부  $T_{37}$ , 주축모터  $T_{64}$ , 윤활유 탱크  $T_{41}$ 로서 공작기계의 대표적인 구조부에서 골고루 선정되어 여러개의 열원에 의한 복합적인 열변형과 기계 구조 사이의 서로 다른 열적 시정수에 의한 열변형 효과를 반영할 수 있다. 따라서 최종적인 열오차 모델은 식 (11)과 같이 구해진다.

$$\delta_T = -0.276 + 0.0294T_{38} + 5.6274T_{14} + 8.6044T_{37} - 3.5554T_{64} - 7.3544T_{41} \quad (11)$$

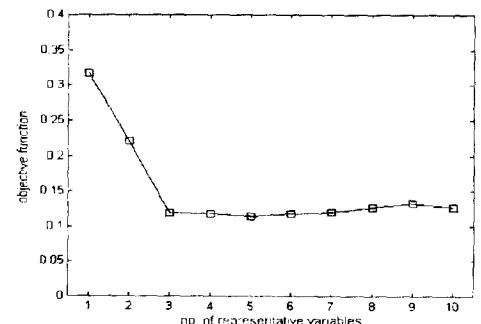


Fig. 8 Variation of EC with the number of variables

Fig. 9는 얻어진 열오차 모델의 성능을 평가하기 위하여 공학적 판단에 의하여 선택된 독립 변수 15개를 이용한 모델<sup>(7)</sup>에 의한 추정결과이고, Fig. 10은 순차적 선택법과 판단지수를 이용하여 선정된 최적 온도센서를 독립변수로 한 열오차 모델인 식 (11)에 의한 추정결과이다. 공학적 선택에 의한 오차모델의 추정오차의 분산은  $1.45\mu\text{m}$ , 본 논문에서 제시한 방법에 의한 오차모델의 추정오차 분산은  $0.82\mu\text{m}$ 이다. 따라서 본 논문에서 제시한 방법에 의해 선정된 최적 온도센서를 이용한 모델이 5개의 독립변수 만으로도 오차 추정에서 우수한 성능을 보임을 알 수 있다.

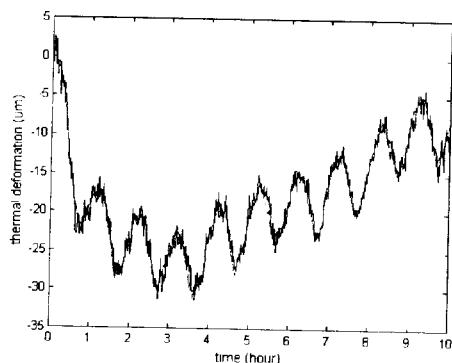


Fig. 9 Estimation result from the engineering model

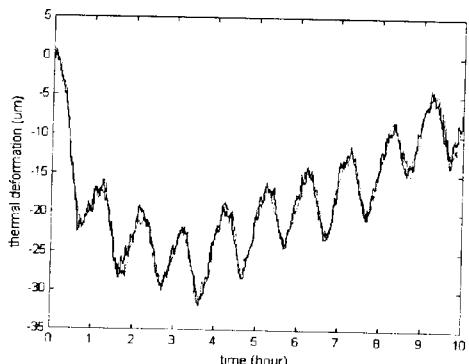


Fig. 10 Estimation result from the model constructed by the proposed method

#### 4. 결론

공작기계의 열변형을 신속하고 효율적으로 모델링하기 위한 최적 센서위치 선정법에 대한 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 그룹핑을 위한 열적 파라미터로서 상관계수와에 시간지연을 도입하여 열오차의 동특성을 고려하였다.
- (2) HCM 클러스터링에 의해 온도변수를 그룹화함으로써 검색 대상 변수 조합을 줄여 계산시간을 단축하고 다중공선성 문제를 해결하였다.
- (3) 제안된 순차적 선택법에 의하여 그룹대표변수를 선택함으로써 오차모델의 추정오차에 영향을 주지 않으면서도 계산시간을 대폭 단축할 수 있었다.
- (4) 최종적인 오차 모델에 참여하는 온도센서 선정과정에서 추정오차와 대표변수의 개수의 영향을 동시에 고려한 판단지수를 도입하여 최적의 온도변수를 선정하였다.
- (5) 공학적 판단에 의해 선택된 온도변수로 구성한 열오차 모델과 비교하여 제안된 최적 센서위치 선정법의 우수성을 검증하였다.

#### 참고문헌

- (1) Weck, M., McKeown, P., Bonse, R. and Herbst, U., 1995, "Reduction and Compensation of Thermal Errors in Machine Tools", *Annals of the CIRP*, Vol. 44, No. 2, pp. 589-598.
- (2) Chen, J. S., Yuan, J. X., Ni, J. and Wu, S. M., 1993, "Real-time Compensation for Time-variant Volumetric Errors on a Machining Center", *ASME Journal of Engineering for Industry*, Vol. 115, pp. 472-479.
- (3) Moriwaki, T., Shamoto, E., and Kawano, M., 1995, "Estimation of Thermal Deformation of Machine Tool by Applying Neural Network", *JSME(C)*, Vol. 61, No. 584, pp. 427-432.
- (4) Chen, J. S., 1996, "A Study of Thermally Induced Machine Tool Errors in Real Cutting Conditions", *International Journal of Machine Tools and Manufactures*, Vol. 36, No. 12, pp. 1401-1411.
- (5) Ross, T. J., 1995, *Fuzzy Logic with Engineering applications*, McGraw-Hill, pp. 379-388.
- (6) 박영민, 1999, "1차원에서 관측기를 이용한 온도장 예측", 석사학위논문, 한양대학교.
- (7) 안중용, 정성종, 1998, "GMDH 알고리듬에 의한 머시닝 센터 원점의 열변형 예측", 대한기계학회논문집 A권, Vol. 22, No. 12, pp. 2126-2135.