

결합이 있는 회전요소 베어링에서 음향-진동 신호의 고차 통계해석

이해철* (명지대학교 대학원),

이준서 (충청대학 메타트로닉스학부), 차경옥 (명지대학교 기계공학과)

Higher Order Statistical Analysis of Sound-Vibration Signal in Rolling Element Bearing with defects

H. C. Lee* (Graduate School Myongji Univ.),

J. S. Lee (Chungcheong College), K. O. Cha (Myongji Univ.)

ABSTRACT : This paper present a study on the application of sound pressure and vibration signals to detect the presence of defects in a rolling element bearing using a statistical analysis method. The well established statistical parameters such as the crest factor and the distribution of moments including kurtosis and skewness are utilized in this study. In addition, other statistical parameters derived from the beta distribution function are also used. A comparison study on the performance of the different types of parameter used is also performed. The statistical analysis is used because of its simplicity and quick computation. Under ideal conditions, the statistical method can be used to identify the different types of defect present in the bearing. In addition, the results also reveal that there is no significant advantages in using the beta function parameters when compared to using kurtosis and the crest factor for detecting and identifying defects in rolling element bearings from both sound and vibration signals.

1. 서론

최근 기계 상황 감시는 거시적인 관점에서 살펴 본다면 공장 거대화에 따른 유용성을 위해서 낮은 유지비와 보다 나은 생산성 및 안전성에 대한 고려가 증가되고 있다. 아울러 기계 고유의 특성은 기계의 여러 가지 요소들, 즉 기어, 베어링, 커플링, 축 등이 원활하게 운전하는데 의존한다. 특히, 베어링은 상황 감시 기술을 요

구하는 기계의 중요한 성분이다. 기계의 회전부에서 사용되고 있는 베어링은 유한개의 전동체를 사이에 두고 하중을 받기 때문에, 진동 및 소음을 발생하기 쉬운 단점이 있다.

최근 기계가 고속화되고 그 주변 시스템이 거대화, 복잡화에 따라 기계 시스템 구성요소에 대한 각각의 고장이나 결합은 전체 시스템의 기능정지를 초래하여 생산에 커다란 차질을 가져올 수 있다. 따라서 몇몇의 기계의 상황감시 기술 자체는 현재 회전요소 베어링에서 결합 검출을 위해 사용되어진다. 본 논문에서는 음향 신호와 통계 해석 방법을 이용해서 회전요소 베어링의 내부에 서로 다른 타입의 결합 검출을 이론해석과 실험을 통해서 나타내었다. 이론적으로는 제곱근평균제곱(rms), 정점계수, 그리고 첨도가 통계 해석의 파라미터들로 연구되었다. 또한 베타 분포 함수를 이용한 통계 해석이 수행되었다. 제조과정이나 기계의 상황을 감시하기 위하여 음향방사 신호(고주파 음향)를 사용하는 통계 해석의 응용은 널리 알려져 있다.⁽¹⁾⁻⁽³⁾ 그러나 그와 같은 목적에 대한 가청 주파수 음향 신호의 적용에 대한 유용한 논문은 많지 않다. 또한 같은 실험으로부터 얻어진 진동 신호의 통계 해석도 비교하여 수행되었다. 실험에 사용된 장치들은 테스트 리그, 진동과 음압 변환기, 오실로스코프, 신호해석기, 그리고 마이크로 컴퓨터이다.

본 연구는 통계학에 기반을 둔 해석 방법을 사용하여 회전 요소 베어링의 다른 요소 안에서 결합 검출을 하기 위하여 가청 음향 신호의 적

용 가능성에 초점을 맞추어 연구하였으며, 그 음향 신호로부터 얻어진 결과들은 진동 측정결과들과 비교되어졌다.

2. 관련이론

침도 및 비대칭도와 같은 분포 모멘트들의 응용 연구는 기계요소들의 상황감시에서 진동 신호들을 해석하는데 많이 보고되었다.^{(4),(5)} 만약에 샘플 데이터 분포의 확률밀도가 다음과 같이 주어진다 면

$$\text{Prob}[x \leq x(t) \leq x + dx] = p(x)dx \quad \dots(1)$$

시간에 대한 랜덤함수 $x(t)$ 의 기대값(평균)은 다음과 같이 구하여진다.

$$E[x] = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x)dx \quad \dots(2)$$

평균 \bar{x} 에 대한 r 차 모멘트는 다음과 같이 나타내어진다.

$$E\{[x - E(x)]^r\} = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^r p(x)dx \quad \dots(3)$$

식 (3)으로부터 랜덤 변수의 1차 모멘트는 평균 \bar{x} 또는 기대값 $E(x)$ 이고, rms는 2차 모멘트의 제곱근이 된다. 그리고 분산 σ^2 은 2차 중심 모멘트임을 알 수 있다. 평균은 변수의 평균값을 나타내고, rms값은 변수의 세기, 분산은 평균으로부터의 편차를 나타낸다. 만약 그 데이터들이 이산 형태로 표현하는 것이 가능하다면 식 (3)은 다음의 식 (4)와 같이 쓸 수 있다.

$$M_r = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x})^r \quad \dots(4)$$

식 (4)에서 N 은 데이터 수이고 r 은 모멘트의 차수를 나타낸다. 다음 식들은 연속, 이산 형태에서 다른 변수들에 대한 연산을 나타내고 있다.

$$\text{rms} = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x) dx} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k^2} \quad \dots(5)$$

Standard deviation,

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^2 p(x) dx} \\ &= \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2} \end{aligned} \quad \dots(6)$$

$$\text{Skewness} = \frac{M_3}{\sigma_3} \quad \dots(7)$$

$$\text{Kurtosis} = \frac{M_4}{\sigma_4} \quad \dots(8)$$

그리고

$$\text{Crest factor} = \frac{[\text{max. peak}]}{\text{rms}} \quad \dots(9)$$

다른 통계 파라미터는 베타함수 분포에 기반을 두고 있다. 베타함수 분포 방법에 있어서 통계 분포는 감마 함수에 기반을 두고 정규화한다.⁽⁶⁾

$$\beta(a, b) = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)} x^{a-1}(1-x)^{b-1} \quad \dots(10)$$

여기서, $(0 \leq x \leq 1)$ and $a > 0, b > 0$ 이다. 베타 함수 분포의 평균은 식 (11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{Mean} = \frac{a}{a+b} \quad \dots(11)$$

그리고 표준편차의 식은 식 (12)와 같다.

$$\sigma = \sqrt{\frac{ab}{(a+b+1)(a+b)^2}} \quad \dots(12)$$

그러므로 파라미터 a 와 b 는 식 (11)과 식(12)로부터 유도될 수 있다.

$$a = \frac{\bar{x}}{\sigma^2} (\bar{x} - \bar{x}^2 - \sigma^2) \quad \dots\dots(13)$$

$$b = \frac{(1-\bar{x})}{\sigma^2} (\bar{x} - \bar{x}^2 - \sigma^2) \quad \dots\dots(14)$$

여기서 $(0 \leq x \leq 1)$ and $a > 0, b > 0$ 와 같은 한계 조건을 다시 한번 강조해야 하는데 베타 함수 알고리즘은 0과 1사이의 영역에 데이터가 있어야 함으로 식 (13)과 식 (14)를 사용하기 전에 DC 시프트(Shift)를 제거하거나 정류하고 원래 데이터를 정규화하는 것이 필요하다. 베타 함수 파라미터 a와 b의 적용은 공학 재료의 표면 조직을 분류하기 위하여 Whitehouse⁽⁷⁾에 의하여 수행되었다. Whitehouse는 재료 조직과 거칠기를 해석하고 측정하는데 도입된 변수들을 사용하여 베타 함수 파라미터 a와 b를 계산하기 위하여 다른 형태의 방정식을 제시하였다. 그 베타 함수는 식 (15)와 식 (16)으로 나타내었다.

$$a = \frac{R_v(R_v R_p - R_q^2)}{R_t R_q^2} \quad \dots\dots(15)$$

$$b = \frac{R_p(R_v R_p - R_q^2)}{R_t R_q^2} \quad \dots\dots(16)$$

여기서 R_p 는 가장 큰 산(peak)의 크기이고 R_v 는 가장 작은 골(vally)의 크기이다. R_q 는 표준편차이고 R_t 데이터 프로파일의 최대산과 최대골의 높이이다. 파라미터 a와 b는 비대칭도와 첨도라고 하는 중심 모멘트 변수들과 비교하여 최대값과 최소값에 덜 종속된다. 그러므로 베타함수 파라미터가 이론적으로 중심 모멘트 변수들보다 더 안정적이다. 베타함수 분포의 모멘트는 식 (17)과 같이 나타낼 수 있다.⁽⁸⁾

$$M_r = \frac{(a+b-1)(a+b-2)\dots}{(a+b+r-1)(a+b+r-2)\dots} \cdot \frac{(a+1)a}{(a+b+1)(a+b)} \quad \dots\dots(17)$$

홀수 모멘트 ($r=1,3,5 \dots$)는 중간값과 관련된 피크 밀도의 위치에 관한 정보와 관계된다. 짝수 모멘트 ($r=2,4,6 \dots$)는 분포의 폭을 나타낸다.⁽⁹⁾

확정적 신호라는 가정에 기반을 둔 다른 신호 해석 방법들이 랜덤신호 해석에 적용될 수 없는 반면에 통계 해석은 랜덤신호 해석에 최근에 적용되었다. 만약 확률 분포가 절대 시간에 종속되지 않은 모집단(ensemble)에 대하여 얻어진다면 이때 랜덤 과정이 정상(stationary)과정이라고 한다. 한편, 모집단에 대한 평균화로 얻은 양을 시간적 평균으로 치환할 수 있을 때, 즉 모집단을 구성하는 어떤 하나의 표본으로부터 시간적 평균화의 연산으로부터 얻은 추정값이 다른 어떤 표본으로부터 얻은 추정값과 같고 모집단 평균에서도 같다면 이 랜덤과정을 에르고딕(ergodic)과정이라고 한다.⁽¹⁰⁾

3. 실험장치 및 방법

그림 1에 본 실험에 사용된 실험 장치의 전체 개략도를 나타내었다. 실험 장치는 테스트 리그, 측정용 변환기, 신호 해석기, 오실로스코프, 그리고 마이크로 컴퓨터로 구성된다. 모터와 지지 베어링의 소음은 차음막으로 차단하였다. 이 차음막은 실험장치에서 구동되고 있는 구성품들에 대하여 안전막의 역할도 한다. 마이크로폰, 가속도계 그리고 측정 장비들은 실험 전과 실험 진행 도중 그리고 실험 후에 매번 조정하였다. 회전축의 속도는 500rpm부터 3500rpm까지 변화시켰다.

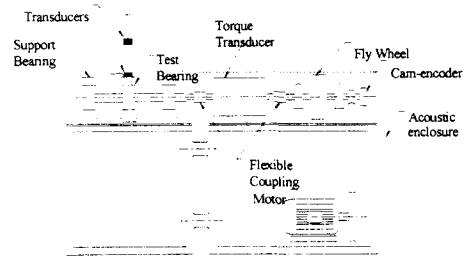


Fig. 1. Overall diagram of test rig.

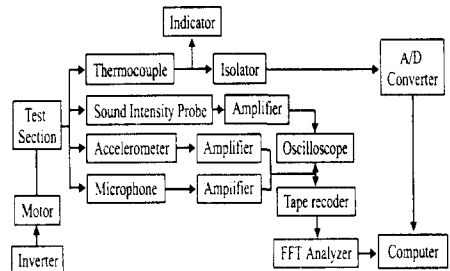


Fig. 2. Schematic diagram of data acquisition

실험에 사용된 베어링 타입은 $r=5\text{mm}$, $R=32.5\text{mm}$, 그리고 $n=14$ 인 NSK NF209K 실린더형 회전 베어링이다. 실험용 베어링은 1,1,1 트리클로로에탄으로 세척하였으며, 각각의 실험에 대하여 윤활은 유니버설 오일로 10ml로 유지되었다. 볼러의 이상적인 거동을 확보하기 위하여 동적 하중 비율의 2%가 회전 요소 베어링의 최소 하중으로 요구된다. SKF의 일반 목록에 이 내용이 소개되어 있다⁽²¹⁾. 그러므로 실험동안 축방향 하중은 1.5kN으로 유지되었다. 결합은 에칭 펜을 사용하여 불 마찰면의 홀더와 볼러에 홈집을 넣어서 만들었다. 결합의 폭은 1.40mm에서 2.40mm까지 하였으며 깊이는 0.44에서 1.50mm까지 하였다. 본 연구에 사용된 통계학적 파라미터들을 계산하기 위하여 수학·공학 범용 프로그램인 Matlab을 사용하였다. 회전축의 끝단에 설치된 측정장치에 축회전에 따른 신호가 매 시간 입력된다. 이러한 신호는 실험 동안 항상 같은 위치에서 측정을 시작하도록 하는 외부 트리거로서의 기능을 한다. 측정된 신호들은 실험 베어링으로부터 측정된 진동과 음압신호이다. 진동신호는 가속도계를 사용하여 측정하였으며 음압신호는 콘덴서 마이크로폰을 사용하여 측정하였다.

4. 실험결과 및 검토

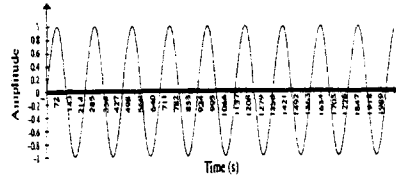
4.1 확정적 신호로부터의 결과

Table 1. Summary of the Statistical Analysis of Deterministic and Random Signal

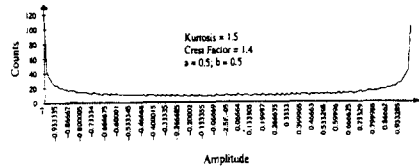
Type of signals	Kurtosis	Crest factor	a	b
Sine wave	1.5	1.4	0.5	0.5
Triangle	1.8	1.7	1.0	1.0
Square wave	1.0	1.0	0	0
Normal distribution	3.1	1.8	6.3	5.9
Flat distribution	1.8	1.7	1.0	1.0
Sine + normal	1.8	1.8	1.9	1.9
Sine + flat	1.8	2.0	1.4	1.4

확정적 신호에서 얻어진 결과들에 의해서 이론적 값들을 쉽게 체크할 수 있으므로 확정적 신호에 대한 통계해석을 먼저 수행하였다. 사용된 신호 타입은 사인파, 삼각파, 사각파, 정규분포를 갖는 랜덤신호, 평면분포를 갖는 랜덤신호, 사인파와 정규분포 랜덤신호의 합성파, 그리고 사인파와 평면분포 랜덤신호의 합성파이다. 얻어진 결과를 Table. 1에 요약하였으며, 신호들의 보기를

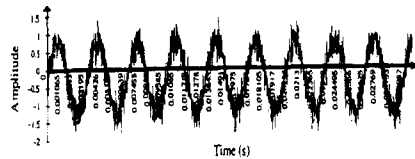
Fig. 3에 나타내었다. 확정적 신호로부터 얻어진 모든 통계학적 파라미터(첨도, 정점계수, a와 b)들은 2보다 작았다. 정규분포 랜덤신호에 대한 첨도값은 거의 3에 가까웠고 베타함수 파라미터 a와 b는 둘 다 6에 가까웠다.



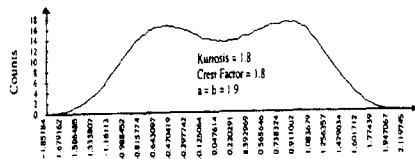
(a) Time Trace of Sine Wave



(b) Probability Density Function of a Sine Wave



(c) Time Trace of a Sine Wave Plus Random Signals



(d) Probability Density Function of Figure 2(c)

Fig. 3. Plot of time traces and probability density functions of deterministic and random signals.

4.2 회전요소 베어링으로부터 결과

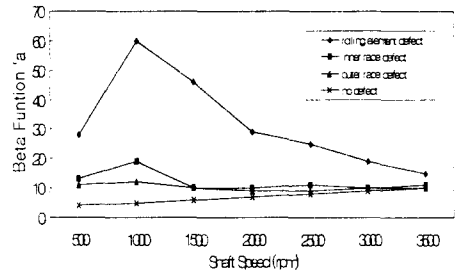
일반적으로 계산된 첨도와 a, b의 전형적인 값은 실험 베어링에 결함이 존재할 때 매우 높다. 통계 변수들은 낮은 속도에서 높는데 그것은 회전축 속도가 1500rpm 이하일 때이다. 그러나 이러한 값들은 회전축 속도가 1500rpm에서 2500rpm으로 증가될 때 감소하는 경향을 나타내고 2500rpm 이상이 되면 다시 증가한다. 이러한 경향은 서로 다른 세 경우의 실험에 대하여 일관적이고 반복적이다. 비록 통계 변수의 값들이 각 경우의 실험에 대하여 다르게 나타나지만 그러한 경향은 같게 나타난다. 회전축 속도 변화에 대하여 정점계수의 값은 어떠한 중요한 변화가 없다. 실험을 통하여 측정된 서로 다른 모든 신호에 대하여 이러한 경향이 나타난다. a와 b의 값은 실험의 모든 경우에 있어서 첨도와 정점계수의 값보다 훨씬 더 크게 나타난다.

4.2.1 통계변수에 대한 회전축 속도의 효과

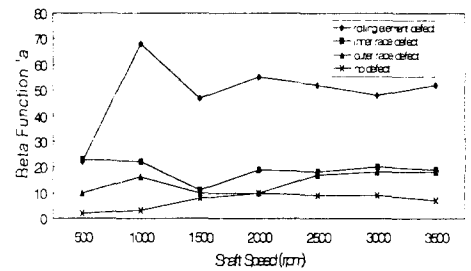
이상적인 상황에서 베어링으로부터 얻어진 통계 변수들은 회전축 속도가 변화되는 것만큼 크게 변화되지 않는다. 그러나 실험으로부터 얻어진 결과로부터 알 수 있는 것은 하나의 결함이 있는 베어링에서 얻어진 통계 변수들은 회전축의 속도가 1500rpm에서 2500rpm으로 증가되는 동안 통계변수들의 크기가 감소한다는 것을 나타내고 있다. 하나의 예외는 진동신호로부터 얻어진 결과와 음압 신호로부터 얻어진 결과 사이의 경향이 다른 회전요소 결함이 있는 경우이다. 이 때 얻어진 결과는 Fig. 4에 나타내었다. 그림에서 각각의 데이터 포인트는 측정된 10개의 데이터의 평균값이다.

4.2.2 통계변수에 기반한 결함 규명

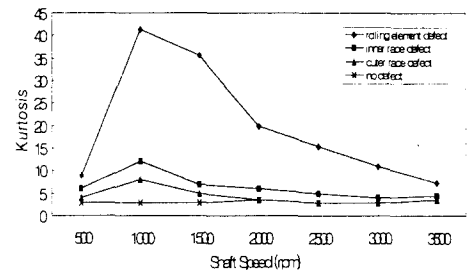
통계 해석 방법이 유한 요소 선결함 즉, 내부 마찰면의 선결함과 외부 마찰면의 선결함을 갖는 연구에 사용된 서로 다른 타입의 결함을 구분하고 규명할 수 있는지를 확인하기 위하여 다른 연구가 수행되었다. 이 연구에서 첨도 대 정점계수에 대한 그래프와 베타함수 a 대 b의 그래프가 해석되었고 Fig. 5와 Fig. 6에 도시하였다. 회전 요소 선결함의 존재는 음향과 진동 신호를 사용하고 또한 두 가지 타입의 통계 변수들로부터 구분되고 규명될 수 있음을 분명히 나타낸다. 이러한 사실은 실험되어진 모든 회전축 속도에서 나타난다. 회전축 속도가 1000rpm일 때 얻어진 결과들과 회전축 속도가 2000rpm일 때 얻어진 결과들을 비교하면 다른 타입의 결함 판별은 회전 요소 선결함의 경우를 제외하고는 2000rpm에서 판별하기는 불가능하다.



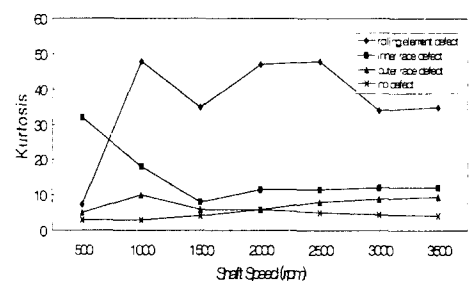
(a) Average of Beta Function Parameter 'a' Values at Different Shaft Speed Using Sound Pressure Signals



(b) Average of Beta Function Parameter 'a' Values at Different Shaft Speed Using Vibration Signals



(c) Average of kurtosis Values at Different Shaft Speed Using Sound Pressure Signals

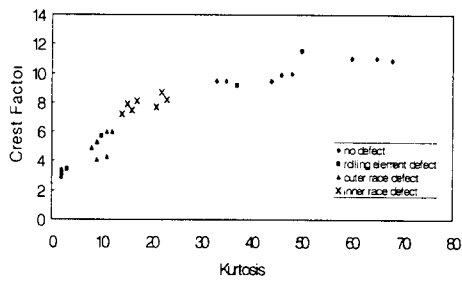


(d) Average of Kurtosis Values at Different shaft Using Vibration Signals

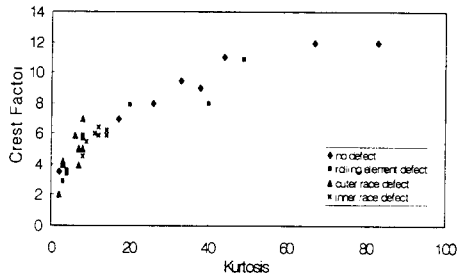
Fig. 4. Plot of statistical variables vs shaft speed.

4.2.3 정점계수와 침도 대 베타함수 파라미터 a와 b를 사용한 성능 사이의 비교

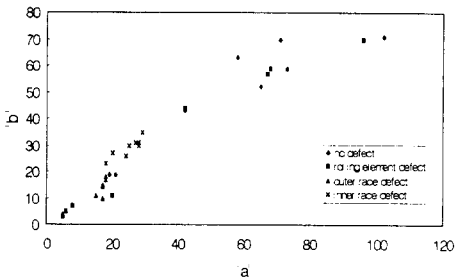
일반적으로 베타함수 파라미터 a와 b의 크기는 침도와 정점계수의 크기보다 더 크다. 그러나 실험 배어링에 존재하는 결함을 규명하고 분리하기 위한 베타함수 파라미터의 전체의 성능은 정점계수와 침도와 같은 통계 변수들의 성능과 거의 동일하다. 그러므로 본 연구에서는 침도와 정점계수 값을 사용하는 경우와 비교하였을 때 베타함수 파라미터를 사용함으로써 얻어지는 특별한 장점은 없다. Fig. 5, Fig. 6, Fig. 7을 통하여 이러한 결론을 얻을 수 있다.



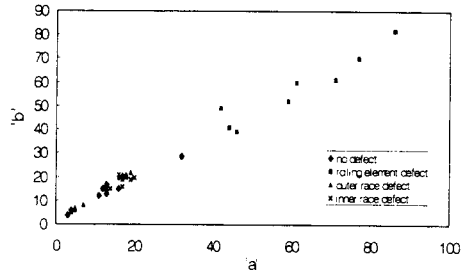
(a) Kurtosis vs Crest Factor of Vibration Signals From Rolling Element Bearing at 1000 rpm



(b) Kurtosis vs Crest Factor of Sound Pressure Signals From Rolling Element Bearing at 1000 rpm

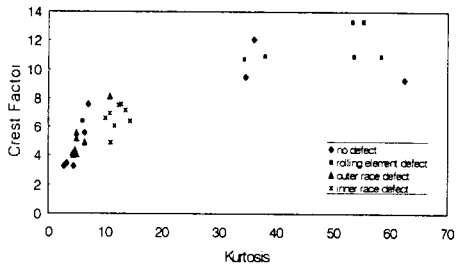


(c) Beta Function Parameters 'a' vs 'b' of Vibration Signals From Rolling Element Bearing at 1000 rpm

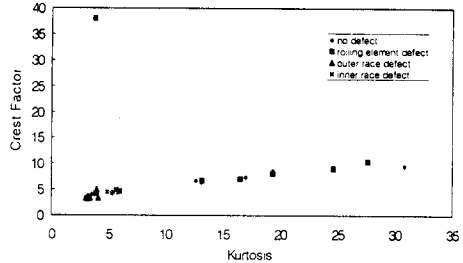


(d) Beta Function Parameters 'a' vs 'b' of Sound Pressure Signals From Rolling Element Bearing at 1000 rpm

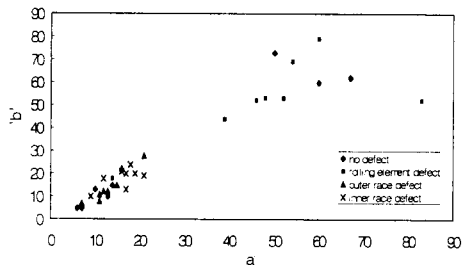
Fig. 5. Plots of kurtosis vs. crest factor and beta function parameters a vs. b from rolling element bearing running at 1000rpm.



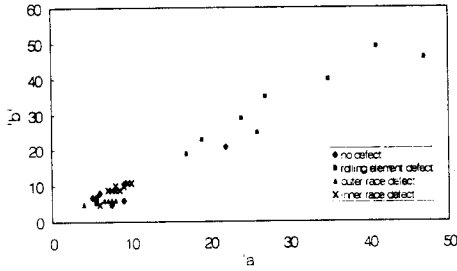
(a) Kurtosis vs Crest Factor of Vibration Signals From Rolling Element Bearing at 2000 rpm



(b) Kurtosis vs Crest Factor of Sound Pressure Signals From Rolling Element Bearing at 2000 rpm

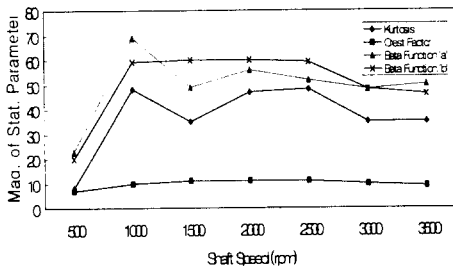


(c) Beta Function Parameters 'a' vs 'b' of Vibration Signals From Rolling Element Bearing at 2000 rpm

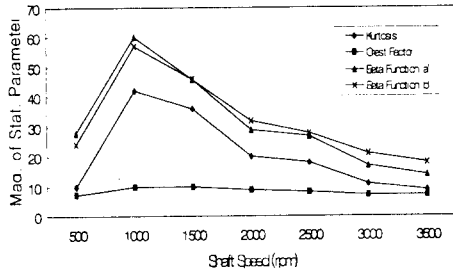


(d) Beta Function Parameters 'a' vs 'b' of Sound Pressure Signals From Rolling Element Bearing at 2000 rpm

Fig. 6. Plots of kurtosis vs. crest factor and beta function parameters a vs b from rolling element bearing running at 2000rpm



(a) Plot of the Statistical Parameters Obtained From Vibration Signals vs Shaft Speed

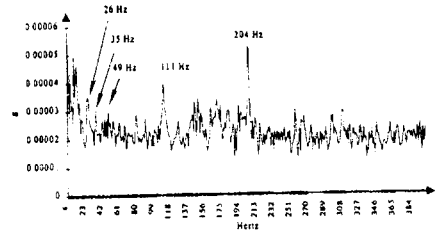


(b) Plot of the Statistical Parameters Obtained From Sound Pressure Signals vs Shaft Speed

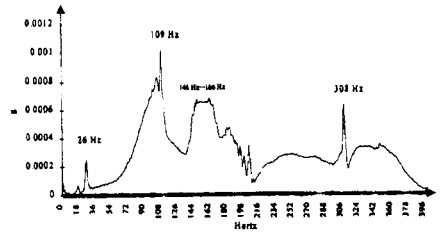
Fig. 7. Plots of statistical variables vs shaft speed using vibration and sound pressure signals.

5. 결론

몇 가지 다른 형태의 파라미터와 신호를 사용하여 통계 해석 방법의 성능을 확인하기 위한 실험을 수행하였다. 첫 번째 연구를 통하여 실험 결과들로부터 계산된 통계 파라미터들은 회전속도에 영향을 받는다는 것을 알았다. 이러한 결과는 다른 연구자들⁽⁹⁾⁽¹²⁾의 결과와는 일치하지 않는다.



(a) Longitudinal Impact at the End of the Shaft



(b) Longitudinal Impact at the End of the Rig Structure

Fig. 8. Frequency spectrums recorded by the accelerometer from impact test of the rig.

회전속도가 1500rpm(25Hz)와 2500rpm(41.6 Hz) 사이일 때 통계 해석 방법의 성능을 떨어뜨린다는 것을 본 연구를 통하여 알 수 있다. 이러한 결과들이 하우징 안에서 실험 베어링을 지지하고 있는 고정 링을 가진하는 세로 진동에 대한 실험 베어링 하우징 구성품들의 민감도에 부분적으로 기인된다는 사실이 확인 될 수 있을 것이다. 순간 가진 실험을 통하여 얻어진 Fig. 8의 주파수 스펙트럼은 베어링 하우징이 회전속도 1500rpm 이상과 3000rpm에 해당하는 26Hz에서 49Hz에 이르는 주파수 영역에서 세로 가진에 민감하다는 사실을 보여주고 있다. 이러한 사실은 통계 해석 방법이 앞서 말한 속도 영역에서 성능 수행을 잘 해내지 못하는 이유가 된다. 고정링과 같은 베어링 구성품이 가진 되었을 때 그것들은 진동할 것이고 진동과 음향 신호를 발생하게 된다 그러므로 신호의 전체 또는 rms값을 증가시킬 것이다. 계산된 대부분의 통계 파라미터들은 신호의 rms 함수에 대한 최대 피크의 함수이다. 이러한 파라미터들은 분명히 세로 가진의 영향에 기인하여 감소할 것이다.

이상적인 실험 환경은 연구실 환경에 영향을 받게 되는데 배경 소음과 진동이 적다면 회전 베어링 요소에 대한 정밀한 음향, 진동 측정을 수행할 수 있을 것이다. 본 논문에서 제시한 데이터의 그래프로부터 통계 변수들을 이용하면 실험 베어링에

존재하는 서로 다른 타입의 결함을 규명할 수 있다는 것을 확인하였다. 회전요소 베어링에 존재하는 결함을 발견하고 규명하는 데에 베타함수 파라미터 a와 b를 사용하는 것이 침도와 정점계수를 사용하는 것보다 특별한 장점이 없다는 사실을 본 논문에 제시된 침도 대 정점계수의 그래프, 베타함수 파라미터 a 대 b의 그래프를 통하여 알 수 있다.

참고문헌

1. Kannatay-Asibu Jr, E., A study of tool wear using statistical analysis of metal-cutting acoustic emission. *Wear*, 1982, 76, 247-261.
2. Diniz, A.E., Liu, J.J. and Dornfield, D. A., Correlating tool life, tool wear and surface roughness by monitoring acoustic emission in finish turning. *Wear*, 1992, 152, 395-407.
3. Trujillo, M. et al., Inspection of micro tools at high rotational speeds. *International Journal of Machine Tools Manufacture*, 1994, 43(8), 1059-1077.
4. Daadbin, A. and Wong, J. C. H., Different vibration monitoring techniques and their application to rolling element bearings. *International Journal of mechanical engineering Education*, 1991, 19(4), 295-304.
5. Martin, H. R., Detection of gear damage by statistical vibration analysis. *Proceedings of the Institution of mechanical Engineers*, 1992, pp. 395-401.
6. Cooper, R. A. and Weekes, A. J., *Data, Models and Statistical Analysis*. Allan Publishers, Oxford, 1983, pp. 116-120.
7. Whitehouse, D. J., Beta functions for surface typology. *Annals of the CIRP*, 1978, 27, 491-497.
8. Larson, H. J., *Introduction to Probability Theory and Statistical Influence*. J. Wiley, 1982.
9. Dyer, D. and Stewart, R. M., Detection of rolling element bearing damage by statistical vibration analysis. *Journal of Mechanical Design*, 1978, 100, 229-235.
10. Newland, D. E., *An Introduction to Random Vibrations, Spectral and Wavelet Analysis*. Longman Scientific & Technical, Harlow, UK, 1993, pp. 19-20.
11. SKF General Catalogue. Carl Gerber, 1989, p. 519.
12. Weichbrodt, B. and Bowden, J., *Instrumentation for predicting bearing damage*. General Electric Company Report, S-70-1021, AD 869 633, 1970.