

DC/DC 컨버터의 파라미터 변동에 따른 분기 특성

오금곤*, 조금배*, 김재민**, 조진섭***, 정삼용***

* 조선대학교 전기공학과 ** 동신대학교 전기공학과 ***한국전력공사

Bifurcation Characteristics of DC/DC Converter with Parameter Variation

K.G. Oh, G.B. Cho, J.M. Kim, J.S.Cho, S.Y. Jeong

* Dept. of Elec. Eng., Chosun University, ** Dept. of Elec. Eng., Dongshin University,

*** Koea Electric Power Cooperation

Abstract

In this paper, author describe the simulation results concerning the period doubling bifurcation route to chaos of DC/DC boost converter under current mode control to show that it is common phenomena on switching regulator when parameters are improperly chosen or continuously varied beyond the ensured region by system designer. Bifurcation diagrams of periodic orbits of inductor current and capacitor voltage of DC/DC boost converter are plotted with sampled data at moment of each clock pulse causing switching on. DC/DC boost converter studied on this paper is modelled by its state space equations as per switching condition under continuous conduction mode. Current reference signal and capacitance are chosen as the bifurcation parameters and those are varied in step for iterative calculation to find bifurcation points of periodic orbits of state variables.

I. 서론

DC/DC 컨버터는 전원공급기로서 널리 사용되는 기본적인 구조의 단순한 회로나 스위칭 상태에 따라 각기 다른 모드를 갖는 비선형 시스템이다. DC/DC 컨버터의 경우 듀티비를 가변하므로써 이론적으로는 매우 넓은 영역에서의 제어가 가능하지만 일반적으로, 듀티비가 50%를 초과하면 불안정한 동특성을 보이며, 출력 궤적도 안정 영역에서 운전될 때와는 상이한 형태를 보인다. 기존에는 컨버터 설계시 이러한 불안정한

특성을 비선형적 요소로 간주하여 무시하였으나 최근의 스위칭 모드를 갖는 DC/DC 컨버터의 비선형 특성에 대한 연구 결과 이 현상은 규칙성을 갖는 분기 현상 특히, 주기 배화 분기 현상(Period Doubling Bifurcation)에 기인하는 것으로 밝혀졌다[1-3].

분기 현상은 결정론적인 비선형 계에 있어서 초기 파라미터가 가변 될 때 계의 동특성 방정식의 해가 양적으로 갑자기 변화하는 현상이며, 주기 배화 분기는 초기 파라미터에 따라 계가 $2^n(n=1,2,3...)$ 의 주기를 갖는 해 사이에서 진동하는 현상이라고 요약할 수 있다. 이러한 주기 배화 분기 현상은 전류 제어 모드 및 전압 제어 모드의 강압형 컨버터, 승압형 컨버터 및 Cuk 컨버터 등에서 보편적으로 나타나는 현상으로 초기 파라미터에 민감하며, 파라미터가 변화되면 제한된 크기의 비주기적(무한 주기) 특성을 갖는 카오스로 전이될 수 있다. 주기 배화 현상이 발생하면 출력 파형의 리플 함유량 및 분포도를 다르게 되어 필터링 효과가 저하되어 EMI를 증가시키는 원인이 된다.

따라서 본 논문에서는 컨버터의 비선형 특성을 검토하기 위하여 전류 제어 모드에서 동작하는 DC/DC 승압형 컨버터를 모델링하고, 파라미터중 페루프 제어에 필요한 전류 기준치와 컨버터 시스템의 구성 요소인 캐패시탄스를 가변 파라미터로 하여 컨버터의 전류 및 출력 전압의 주기 배화 분기 현상을 시뮬레이션을 통하여 검토한다.

II. 시스템 모델링

그림 1 전류 제어 모드의 DC/DC 승압형 컨버터를 나타낸 것이다.

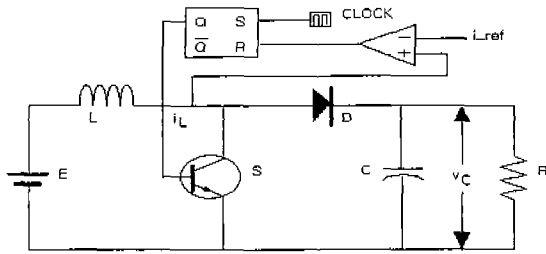


그림 1. 전류제어모드의 DC/DC 승압형 컨버터

그림 1에서 스위치 S는 On과 Off 상태를 지니며, 다이오드 D는 스위치 S가 On되면 Off되고 S가 Off되면 On되는 이상적인 스위치라고 가정하면 컨버터는 연속 도통 모드(Continuous Conduction Mode)에서 동작한다. 그림 1에서 스위치 S, 다이오드 D, 캐패시터 C 및 인덕터 L의 기생(Parastic) 성분을 무시하고, 인덕터에 흐르는 전류, i_L 과 캐패시터의 전압 v_C 를 시스템의 출력변수로 선정하면 승압형 컨버터는 스위치 S의 On 및 Off 상태에 따라 다음과 같이 모델링할 수 있다.

S가 On된 상태 ($S = 1$)

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L} E \quad (1)$$

$$\frac{dv_C}{dt} = -\frac{1}{RC} v_C$$

S가 Off된 상태 ($S = 0$)

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{1}{L} v_C + \frac{1}{L} E \quad (2)$$

$$\frac{dv_C}{dt} = -\frac{1}{RC} v_C + \frac{1}{C} i_L$$

여기서 i_L 과 v_C 를 상태변수 x_1 과 x_2 로 하고, 입력 전압 E 를 입력변수 u 로 하면 식 (1)과 (2)는 다음과 같이 상태방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1/RC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \end{bmatrix} u, \quad (\text{if } S=1) \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1/L \\ 1/C & -1/RC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \end{bmatrix} u, \quad (\text{if } S=0) \quad (4)$$

여기서 스위치 $S=1$ 인 시간을 t_{on} 으로, $S=0$ 인 시간을 t_{off} 라고 하면 스위치 S는 한 주기 T내에서 1 또는 0 값을 유지하므로 $S=[1, 0]$ 인 함수로 나타내면 식 (3)과 (4)는 다음과 같이 하나의 식으로 표현된다.

$$\dot{x} = \{A_0 + S*(A_1 - A_0)\}x + Bu \quad (5)$$

여기서

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & -1/L \\ 1/C & -1/RC \end{bmatrix}, \quad A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1/RC \end{bmatrix},$$

$$x = [x_1 \ x_2]^T$$

앞서 가정한 시스템의 조건과 식 (1)-(5)에 따라 그림 1의 컨버터는 C, FORTRAN, MATHEMATICA 및 MATLAB 등의 수치해석 프로그램으로 모델링할 수 있다. 그림 2는 GUI(Graphic User Interface) 형식의 패키지인 MATLAB/SIMULINK를 이용하여 모델링한 예이다.

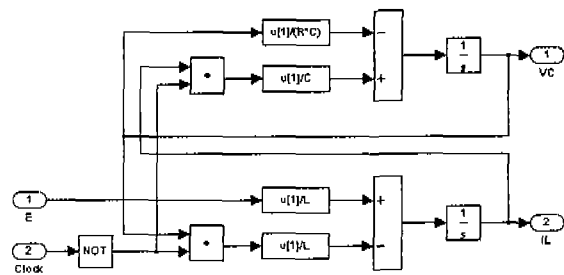


그림 2. DC/DC 컨버터 모델링

그림 1과 같은 전류제어 모드하의 승압형 컨버터에서 전류 기준치를 한 주기의 스위칭 기간 T에서 일정하다고 가정하면 스위칭 시간은 각 스위치 모드 별로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} t_{on} &= \frac{L}{E} (i_{ref} - i_L) \quad (\text{if } S=1) \\ t_{off} &= T - t_{on} \quad (\text{if } S=0) \end{aligned} \quad (6)$$

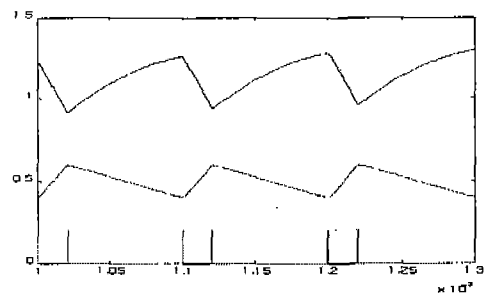


그림 3. DC/DC 승압형 컨버터 출력파형

전류모드제어기는 그림 1과 같이 플립플롭, 비교기 및 클럭을 이용하여 쉽게 모델링된다. 플립플롭은 클럭으로부터 스위칭 주기로 펄스 신호가 입력되면 Set 되고($S=1$) 인덕터 전류가 일정한 상수로 주어

진 전류 기준치 i_{ref} 보다 커지면 Reset 된다(S=0). 여기서 펄스 전류제어의 안정성을 향상시키기 위한 보상신호(Ramp Signal)는 없는 것으로 간주하였다. 그림 3은 플립플롭을 이용하여 그림 1과 같은 전류 제어형 DC/DC 승압형 컨버터를 모델링 하였을 때의 출력 파형이다.

연속 도통 모드에서 동작하는 승압형 컨버터의 각 모드는 구분 선형 시불변(Piecewise Linear Time Invariant)이므로 식 (5)는 S를 시간에 대한 스위칭 함수 S(t)정 정의하면 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{x}(t) = [A_0 + (A_1 - A_0)S(t)]x(t) + Bu \quad (7)$$

식 (7)은 다시 다음과 같이 이산형으로 전환된다.

$$x(n+1) = [I + A_0D(n)T + A_1D'(n)T]x(n) + D(n)TBu + D'(n)TBu \quad (8)$$

여기서

$$\begin{aligned} D(n) &: n \text{ 번째 스위칭 주기에서의 듀티비,} \\ D'(n) &= 1 - D(n) \\ n &= 1, 2, 3, \dots \end{aligned}$$

식(8)은 대신호에 의한 상태방정식의 평균화(Large Signal State Space Averaging)법으로 상태방정식의 참고 문헌[4]에 자세히 소개되어 있다. 컨버터는 식 (7)과 (8)을 이용하면 수치해석 프로그램으로 쉽게 모델링된다.

III. 주기 배화 분기

분기는 하나 또는 그 이상의 파라미터가 변화될 때 초기값이 x 인 미분방정식의 해(Flow)인 여러 개의 정착점(Stationary Point) 또는 주기적 궤적(Period Orbit)의 위상기하학(Topology)적 속성이 변화되는 방법을 기술하는 이론이다. 간단한 예로 미분방정식 $\dot{x} = \mu - x^2$ (9)

을 살펴보면, $\mu < 0$ 이면 정착점이 존재하지 않으나 $\mu > 0$ 인 경우에는 두 개의 정착점 $x = \pm\sqrt{\mu}$ 가 존재하고, $\mu = 0$ 이면 하나의 정착점 $x = 0$ 가 존재한다. 따라서 파라미터 μ 를 음(-)으로부터 양(+)으로 가변하면 μ 가 영(0)점을 통과할 때 식 (9)의 정착점은 하나 대신 두 개가 형성됨을 알 수 있다. 따라서 파라미터 μ 를 가변하면서 정착점을 구하고, μ 를 횡축으로 하고 μ 의 함수로서 구해지는 정착점을 종축에 나타내면 정착점이 횡축을 중심으로 하여 대칭으로 분포되는 분기도가 그려진다. 이러한 분기 현상은 주기적인 궤도에서도 발생될 수 있다. 주기적 궤도에

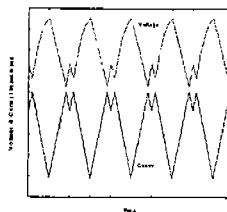
관련된 분기현상에 대한 연구는 주기적 궤도 근방에서 비선형 계를 선형 근사화하는 문제이며, 선형 근사화는 파라미터를 가변하므로 비선형 계를 변수에 대해 편미분하여 구해지는 자코비안 행렬의 고유치의 전개를 관찰하므로 이루어진다. 자코비안 행렬의 고유치는 고정점을 정의하며, 분기 현상은 고정점의 안정도가 변화될 때 발생된다. 분기 현상은 파라미터가 연속적으로 가변될 때 고유치가 단위원과 어느 점에서 교차하는가에 대한 문제로 집약할 수 있다. 즉, 고유치가 정의 실수(+1)에서 단위원과 교차하면 Saddle-Node 분기가 발생하고 음의 실수(-1)에서 교차하면 주기 배화(또는 Pitchfork) 분기가 발생한다[5]. 이러한 파라미터가 지속적으로 가변되어 주기 배화 분기가 계속되면 계는 카오스로 전이된다. 여기서 카오스란 결정론적 비선형 계가 무한 주기를 갖는 제한된 크기로 동요하는 것을 의미한다. 카오스는 초기 파라미터에 극도로 민감한 특징이 있다.

DC/DC 컨버터의 주기 배화 분기를 수학적 표현을 빌리지 않고 간단히 표현하면 출력 파형의 고정점이 스위칭 주기의 2주기, 4주기 또는 2^n ($n=1, 2, 3, \dots$)의 주기만에 같은 점으로 수렴하는 것으로 설명할 수 있다. 다음장의 시뮬레이션 결과는 주기 배화 분기 현상을 보여준다.

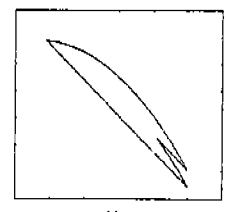
IV. 시뮬레이션

앞서 소개한 DC/DC 승압형 컨버터 모델링을 이용하여 시뮬레이션을 수행하고, 시뮬레이션 결과로부터 전류제어 모드 하에서의 출력 파형의 궤적을 분석하여 분기 현상이 존재함을 확인하였다.

그림 4에서 8은 펄스 전류제어 모드에서 분기 파라미터로서 전류 기준치 i_{ref} 를 선정하고 이를 가변하였을 때의 인덕터 전류와 캐패시터 전압의 파형 및 위상 공간에서의 전류-전압 궤적을 나타낸 것이다.



(a) 전류, 전압 파형

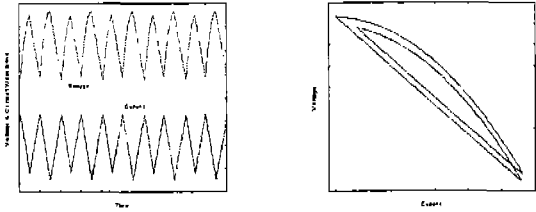


(b) 전류-전압 궤적

그림 5. $i_{ref}=3.5A$ 로 선정하였을 때의 컨버터 출력 파형

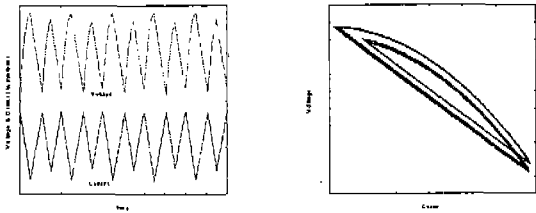
그림 5(a)에서 전압(위) 및 전류(아래) 파형을 살펴

보면 2주기의 스위칭 주기마다 동일한 패턴을 보임을 알 수 있다. 이와 같은 패턴으로 주기가 반복되는 현상을 2주기의 서브 하모닉(Sub-harmonic) 또는 2주기의 준 주기적 궤적(Quasi-periodic Orbit)라고 한다. 그림 (b)는 전형적인 준 주기적 궤도이다.



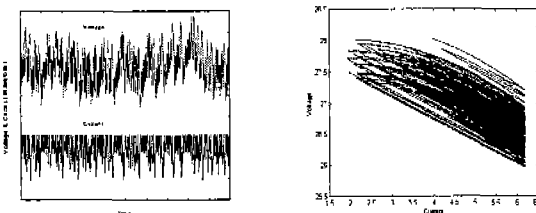
(a) 전류,전압파형 (b)전류-전압 궤적

그림 6. Iref=4.3A에서의 컨버터 출력파형



(a) 전류,전압파형 (b)전류-전압 궤적

그림 7. Iref=4.5A에서의 컨버터 출력파형



(a) 전류,전압파형 (b)전류-전압 궤적

그림 8. Iref=6.2A에서의 컨버터 출력파형

그림 6, 7 및 8은 전류 기준치를 다르게 선정하였을 때의 전압, 전류 파형 및 전류-전압 궤도이다. 그림 6은 2주기 궤적이며, 그림 7은 4주기 궤적이고 마지막으로 그림 8은 무한 주기 궤적 즉, 카오스로 전이된 상태를 보여준다. 이러한 현상은 시스템의 초기 파라미터에 의해 다른 형태로 나타날 수도 있다. 시뮬레이션에 사용된 파라미터는 부록에 나타내었다.

이상과 같은 주기 배화 과정은 다음의 그림 9 및 10에 잘 나타나 있다. 그림 9와 10은 전류 기준치 i_{ref} 를 3.2A로부터 6.2A까지 0.01단위로 증가시켰을 때의 전류 및 전압의 주기 배화 분기도로서 파라미터

와 주기 배화와의 연관성을 잘 보여준다. 그림 9는 전류 기준치를 횡축으로 하여 각 단계의 전류 기준치에서 샘플링된 전류 데이터를 종축에 도시한 것이다. 전류제어 하에서 인덕터 전류의 첨두치는 기준값과 항상 동일하므로 여기서는 매 스위칭 주기마다 클럭 신호가 발생하는 순간에서 인덕터 전류를 샘플링하였다. 따라서 샘플링된 전류치는 그 주기내에서의 최소값이다. 그림 10은 파라미터 변화에 따른 출력 전압의 분기도이다. 분기도에 사용된 전압 데이터는 전류와 동일한 시점에서 샘플링한 것이다. 따라서 샘플링된 전압은 매 주기에서의 최대값이 된다.

그림 9, 10의 분기도와 앞의 그림 4에서 8까지의 기준 전류치에 대한 출력 궤도의 주기를 비교하면 분기 특성을 쉽게 파악할 수 있다.

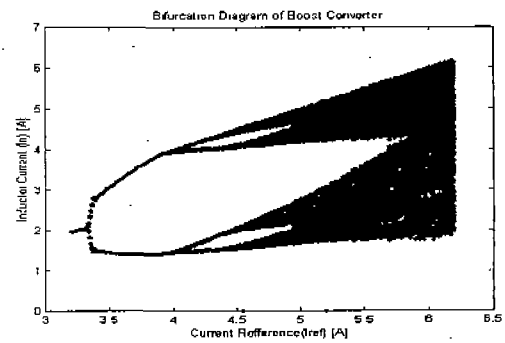


그림 9. 전류 기준치 변화에 따른 인덕터 전류의 분기현상 (Iref =3.2~6.2A)

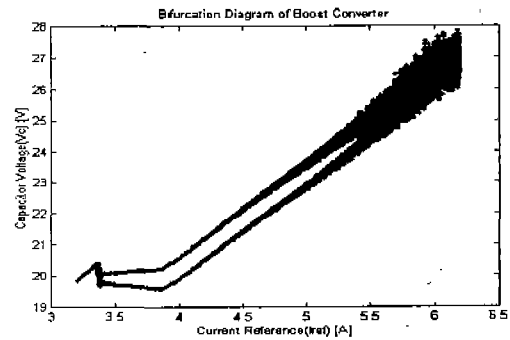


그림 10. 전류 기준치 변화에 따른 캐패시터 전압의 분기현상 (Iref =3.2~6.2A)

그림 11로 부터 14는 전류기준치를 3.2A로 고정된 상태에서 캐패시턴스를 분기 파라미터로 하여 이를 가변하였을 때의 위상공간에서의 전류-전압 궤도를 나타낸 것이다. 그림 11로 부터 14에서 캐패시턴스는 각각 400 μ F, 200 μ F, 50 μ F, 및 5 μ F으로 선정하였다. 캐패시턴스와 주기 배화 분기와의 관계는 그림 15 및 16에 잘 나타나 있다.

V. 결론

상대방정식의 대신호 평균화 기법을 이용한 DC/DC 승압형 컨버터의 모델링 방법을 소개하고, 컨버터의 비선형적 특성을 분석하기 위하여 시뮬레이션을 통해 파라미터가 변화될 때 일정한 주기성을 갖던 출력 변수(전류 및 출력 전압)가 불안정한 주기를 띄게 되는 과정을 주기 배화 분기의 관점에서 검토하였다.

주기 배화 현상은 카오스로 전이되는 과정으로서 부적절한 파라미터의 선정은 시스템이 불안정한 영역에서 동작할 수 있음을 보여준다. 이러한 분기 현상은 DC/DC 컨버터에서 보편적으로 발생할 수 있는 현상으로 알려져 있다. 따라서 시스템 모델링을 통해 분기 현상을 검토하면 적절한 파라미터의 선정이 가능하고 이를 통해 보다 넓은 영역에서 안정적으로 운전될 수 있는 시스템의 설계가 가능할 것으로 기대된다.

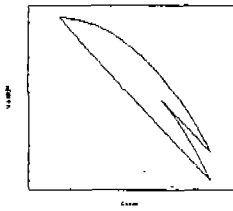


그림 11. 준 2주기 궤적

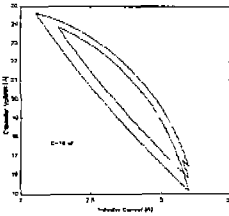


그림 12. 2주기 궤적

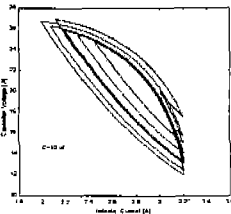


그림 13. 8주기 궤적

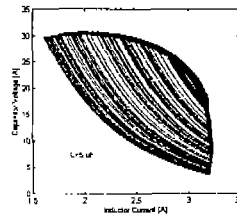


그림 14. 무한주기 궤적

그림 15 및 16은 캐패시터의 가변에 따른 인덕터 전류 및 캐패시터 전압의 분기 현상으로 2주기 분기로부터 카오스로 전이되는 과정을 보여준다.

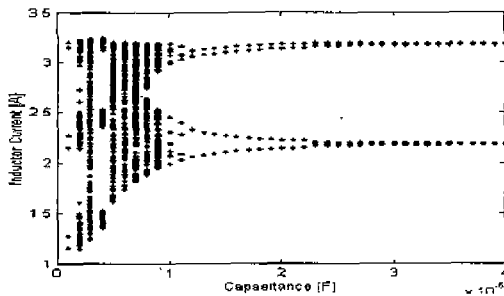


그림 15. C 변화에 따른 인덕터 전류의 분기현상 (C=1~400 μ F)

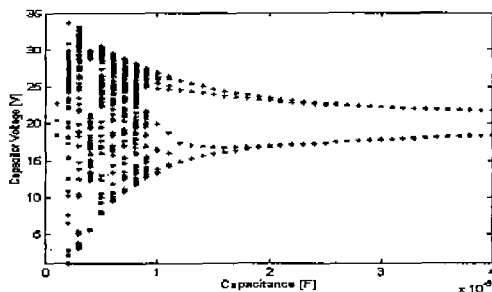


그림 16. C 변화에 따른 캐패시터 전압의 분기현상 (C=1~400 μ F)

그림 15 및 16의 결과로부터 캐패시턴스도 컨버터 출력의 주기 배화 분기와 밀접한 관련이 있음을 알 수 있다.

참고문헌

- [1] D.C. Hamill, J.H.B. Deane, D.J. Jefferies, "Modeling of Chaotic DC-DC Converters by Iterated Nonlinear Mappings", IEEE Trans. on Power Electronics, Vol 7, No 1, PP 25-36, Jan. 1991.
- [2] Jonathan H.B. Deane, "Chaos in a Current-Mode Controlled Boost dc-dc Converters", IEEE Trans. on Circuit and Systems - I : Fundamental Theory and Application, Vol 39, No 8, PP 680-683, Aug. 1992.
- [3] M.di Bernardo, F. Garofalo, L. Glielmo, F. Vasca, "Nonlinear Phenomena in pulse Width Modulated Feedback Controlled Systems", Proc. of the 35th Conf. on Decision and Control, Kobe, Japan, PP 2161-2166, Dec. 1996.
- [4] J.M. Burdio, A. Martinez, "A Unified Discrete-Time State-Space Model for switching Converters" IEEE Trans. on Power Electronics, Vol 10, No 6, PP 694-707, Nov. 1995.
- [5] S. Banerjee, E. Ott, J.A. Yorke, G.H. Yuan, "Abnormal Borderline Collisions in Piecewise Smooth Maps", IEEE CD-ROM, 1997

부록 : 시스템 파라미터

- DC Source Voltage(E)	: 5 V
- Inductance(L)	: 400 μ H
- Capacitance(C)	: 200 μ F
- Resistance(R)	: 15 Ω
- Switching frequency	: 10 kHz