

# 토크 형태를 기반으로 한 스위치드 리럭턴스 모터의 최적 설계

최창환, 유재선, 박기환  
 광주과학기술원 기전공학과

## Optimal Design of a Switched Reluctance Motor based on the Torque Profile

Changhwan Choi, Jaesun Yoo, and Kyihwan Park

Dept. of Mechatronics, Kwangju Institute of Science and Technology

### Abstract

본 연구에서는 SRM의 토크 리플을 줄이기 위한 설계 방법을 제시한다. SRM의 형상을 최적화하기 위해 유한요소법과 최적화 알고리즘을 적용하였다. 기존의 토크 평균값을 이용한 설계법의 문제점을 제시하고 토크 형태를 구간 별로 목적 함수로 정의하여 토크 형태를 최적화하는 새로운 최적화 문제 정의 방법을 제안한다. 이러한 방법으로 최적화할 경우 SRM의 정적 토크 특성만을 고려한 기존 방법에 비해 고속으로 회전하는 SRM의 토크 성능을 보장할 수 있다는 장점이 있다.

### 1. 서론

스위치드 리럭턴스 모터(SRM)는 반도체 기술의 발달과 더불어 현재 세계적으로 활발히 연구되고 있는 모터 중의 하나이다. 구조적으로 간단하여 제작이 용이하고 가격이 저렴하다. 단위 체적 당 토크와 효율이 크며 광범위한 속도-토크 특성을 얻을 수 있다는 장점이 있다. 그러나 토크 리플과 소음 등의 문제로 인해 실제 적용에는 어려움이 있다.

기존의 연구에서 설계 측면과 제어 측면에서 SRM의 토크 리플을 줄이기 위한 연구가 진행되어 왔다. 설계 측면에서는 SRM의 극과 상의 수, 극각의 크기와 극의 높이 등과 생성된 토크와의 관계를 살펴 SRM의 최적의 형상을 결정하게 된다. Lawrenson 등 [1]은 극과 상의 수와 극각의 허용 범위를 제로 토크가 없고 스위칭 주파수를 줄이는 등의 조건을 이용하여 제시하였다. Arumugam 등 [2]은 유한 요소법을 이용하여 극각과 극피치와 토크의 관계 통해 최적의 값

의 범위를 제시하였다. 제어 측면에서는 전류의 on-off 각과 크기를 조절하여 SRM의 토크 제어를 수행하게 된다.

본 연구에서는 SRM의 토크 리플을 줄이기 위한 방법을 설계 측면에서 제시한다. 기존의 SRM의 설계에서는 SRM의 토크 성능을 SRM이 양의 토크를 생성하는 구간에서의 전체 평균 토크의 크기로 나타내었다. 그러나 평균 토크만을 고려한 방법은 SRM의 정적 특성만을 고려한 것이므로 고속으로 회전하는 SRM의 토크 성능을 나타내기는 어렵다. 그러므로 본 연구에서는 평균 토크 대신 토크 형태를 목적 함수로 설정하고 SRM의 전기적 특성을 고려한 제한 함수를 포함하여 최적화 문제를 정의한다. 각 회전자 위치에서의 토크 형태를 모두 고려하는 것이 최상의 방법이겠지만 그렇게 할 경우 최적화 문제가 복잡해지고 계산량이 많아지는 단점이 있기 때문에 토크 형태를 토크 특성을 결정지을 수 있는 몇 개의 영역으

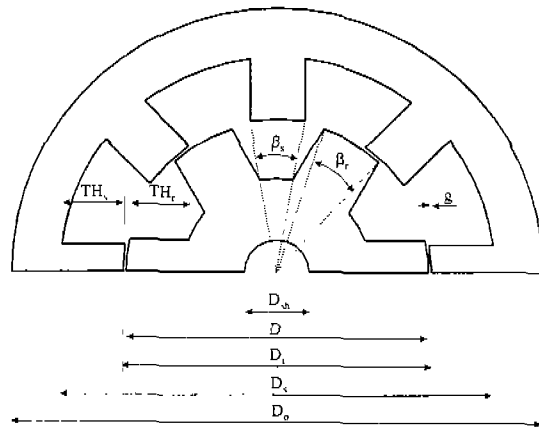


그림 1. 8/6 SRM 모터의 구조

로 나누어 각 영역에서의 평균 토크를 이용하여 목적 함수로 정의하도록 한다. 이러한 방법으로 최적화를 수행할 할 경우 SRM의 정적 토크 특성만을 고려한 기존 방법에 비해 고속으로 회전하는 SRM의 토크 성능을 보장할 수 있다는 장점이 있다.

토크 형태를 목적 함수로 하여 구해진 최적화 문제를 유한 요소법과 최적화 알고리즘을 이용하여 수치해석 하였다. 제안한 방법을 사용할 경우 평균 토크를 기준으로한 설계와는 달리 고속에서의 토크 특성까지 고려한 설계를 할 수 있다는 장점을 가지고 있다.

## 2. 토크 형태와 평균 토크

그림 1은 8/6 SRM의 형상을 결정하는 주요 설계 변수들을 보여 주고 있다. 회전자에 인접한 두 극의 중심이 고정자의 한 극과 일치할 때를 unaligned 위치라고 정의하며 회전자의 한 극과 고정자의 한 극이 일치할 경우를 aligned 위치라고 정의한다.

그림 2는 Arumugam등[2]이 평균 크 값의 비교를 통해 제안한 최적의 극값의 범위에 해당하는 모터들의 토크와 인덕턴스 형태를 보여 주고 있다. 그림 2의 토크 형태는 전류가 최대로 가해진 상태에서 각 회전자 위치에서의 정적인 토크 특성을 나타낸다. 회전자 고속 회전할 경우 전류의 상승/하강 시간이 중요한 영향을 미치게 되며 고속에서 토크 리플이 적으면서 토크 성능을 높이기 위해서는 aligned 위치 부근에서의 토크의 크기를 줄이는 것과 전체적인 인덕턴스의 크기가 작은 것이 유리하다[3].

그림 2(a)는 aligned 위치에서 토크의 크기와 인덕턴스의 크기가 작으나 전체 평균 토크가 작으므로 바람직한 설계라 할 수 없다. 그림 2(b)는 (a)에 비해 고정자의 극각이 커진 경우로 고정자 극각이 커지면 토크 형태가 unaligned 위치로 옮겨가는 경향이 있으므로 전체적인 토크 크기는 커졌으나 aligned 위치 부근의 토크도 커진 것을 볼 수 있다. 그림 2(c)는 두 극값이 적절한 값을 가지고 있으므로 aligned 위치의 토크도 적으면서 전체 평균 토크의 크기도 큰 것을 알 수 있다. 그림 2(d)는 전체 평균 토크의 크기가 크지만 aligned 위치에서의 토크와 인덕턴스의 값이 크기 때문에 고속 회전에서 토크 리플이 크게 된다. 네 경우 중 전체 평균 토크는 (d)가 가장 크지만 고속 회전까지 고려할 경우 (c)의 경우가 가장 적합한 토크 형태라고 할 수 있다. 그러므로 단순한 전체 평균 토크의 비교만으로는 최적의 모터 형상을 설계하는 것이 어렵다는 것을 알 수 있다.

본 연구에서는 전체 평균 토크의 크기를 크게 하면서 aligned 위치 부근에서의 토크를 줄일 수 있는 설계 방법을 제안한다. Aligned 위치부터 5°까지의

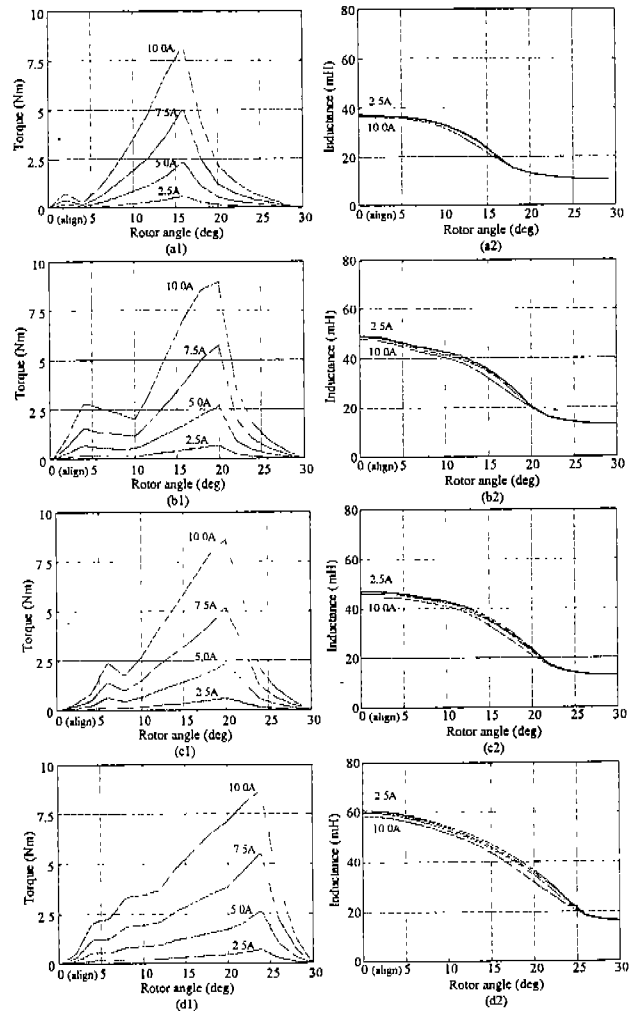


그림 2. 평균 토크값을 기준으로한 최적 토크 형태와 인덕턴스 형태 (a)  $\beta_s=15.75^\circ$ ,  $\beta_r=18.0^\circ$  일 때 (b)  $\beta_s=22.5^\circ$ ,  $\beta_r=18.0^\circ$  일 때 (c)  $\beta_s=15.75^\circ$ ,  $\beta_r=27.0^\circ$  일 때 (d)  $\beta_s=22.5^\circ$ ,  $\beta_r=27.0^\circ$  일 때

영역(Region I), 토크 형태가 상승하는 구간인 aligned 위치로부터 토크 형태의 중심에 해당하는 15°까지의 영역(Region II), 토크 형태가 감소하는 구간인 15°에서 양의 토크 영역의 마지막 부분인 30°까지의 영역(Region III)으로 그림 3과 같이 토크 형태를 구분하였다. Region I의 경우 aligned 위치 부근이기 때문에 이 영역에서는 평균 토크의 크기가 작은 것이 바람직하다. Region II의 경우 앞 상의 Region III과 겹치는 구간이므로 앞 상의 토크 감소를 보충하기 위해서 토크 형태가 커져야 한다. Region III의 경우 앞 상의 Region I과 겹치는 구간이므로 뒤 상의 토크 감소를 보충하기 위해서 토크 형태가 커져야 한다. 이상과 같이 Region I의 평균 토크는 최소화하고 Region II와 Region III의 토크는 최대화하는 설계가 필요하다.

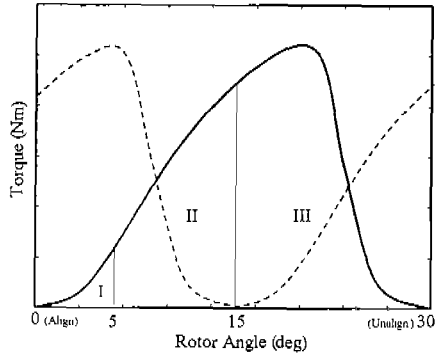


그림 3. 토크 형태 최적화를 위한 평균 토크 영역 정의

### 3. 최적 설계 문제 정의

SRM의 설계에 최적화 알고리즘을 적용하기 위해서는 설계 변수, 목적 함수, 제한함수들을 정의해야 한다. 설계 변수는 SRM의 토크 성능에 가장 큰 영향을 미치는 극각 ( $\beta_s, \beta_r$ )들과 코일 감은 영역과 관계된 ( $D_s$ )로 설정한다.

각 영역에서의 평균 토크를 목적 함수로 하여 최적화 문제를 정의하면 다음과 같이 다중 함수 최적화 문제로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \text{minimize } f_1(\beta_s, \beta_r, D_s) \\ & \text{maximize } f_2(\beta_s, \beta_r, D_s) \\ & \text{maximize } f_3(\beta_s, \beta_r, D_s) \end{aligned} \quad (1)$$

여기에서  $f_1, f_2, f_3$ 는 각각 Region I, Region II, Region III에서의 평균 토크의 크기를 나타낸다.

제한 함수는 Lawrenson등[1]이 제안한 제한 조건과 기하학적 제한 조건이 있다.

$$g_0 \equiv D_s \sin \frac{\beta_r}{2} \leq D_r \sin \frac{\pi}{6} \quad (2)$$

$$g_1 \equiv \beta_s \leq \frac{2\pi}{N_s} \quad (3)$$

$$g_2 \equiv \beta_s \leq \beta_r \quad (4)$$

$$g_3 \equiv \beta_r \geq \frac{2\pi}{N_r N_s / 2} \quad (5)$$

$$g_4 \equiv \beta_s \geq \frac{2\pi}{N_r N_s / 2} \quad (6)$$

$$g_5 \equiv \beta_s + \beta_r \leq \frac{2\pi}{N_r} \quad (7)$$

코일을 감기 위한 영역에 대한 제한 조건은

$$g_6 \equiv \frac{(D_s - D_i)}{2} \cdot \frac{D_i}{2d_c^2} \cdot \left( \sin \frac{\pi}{8} - \sin \frac{\beta_s}{2} \right) \geq N_{turn} \quad (8)$$

이다. 여기에서  $d_c$ 는 코일 지름이다. SRM의 페루프 토크 제어기의 전달 함수 해석을 통해 속도 제어 루프가 토크 제어기에 상관없이 안정적인 동작을 할 수 있기 위해서는 토크 제어기의 대역폭이 속도 제어 루프의 대역폭 보다 10배 정도 커야 된다는 것이 일반적으로 알려져 있다. 그러므로 전기적 특성의 제한 조건은 다음과 같다.

$$g_7 \equiv T_{max} \leq \frac{60}{10 \cdot rpm} \quad (9)$$

여기에서 시간 지연의 최대값인  $T_{max} = (L_a I / V)_{max}$  이다[4]. 결과적으로 SRM의 토크 형태 최적화 문제는 3개의 목적함수와 8개의 부등 조건을 갖는 다중 목적 최적화 문제로 표현된다.

### 4. 퍼지 최적화 기법

다중 목적 최적화 문제의 해법에는 여러 가지가 있으나 본 연구에서는 퍼지 최적화 기법을 적용해 보았다. 퍼지 최적화의 경우 각 목적 함수를 입력으로 하여 설계의 만족도를 나타내는 단일 목적 함수를 정의하기가 쉽다. Minimum 함수를 이용하여 단일 목적 함수를 정의하면

$$\mu_D(x) = \min(\mu_G(x), \mu_C(x)) \quad (10)$$

이다. 여기에서  $\mu_G(x)$ 와  $\mu_C(x)$ 는 각각 목적 함수와 제한 함수의 소속 함수를 나타낸다. 결과적으로 식 (1)-(9)의 최적화 문제는 다음의 퍼지 최적화 문제가 된다.

$$\max_{x \in X} \mu_D(x) = \max_{x \in X} \min(\mu_G(x), \mu_C(x)) \quad (11)$$

식(2)-(9)의 SRM 최적화 문제에서 제한 조건까지 모두 퍼지 제한 조건으로 변환할 경우 각각의 소속 함수를 정하는 데 있어서 변수가 많아지기 때문에 복잡해질 수 있다. 그러므로 목적 함수만을 퍼지 목적 함수로 정의하고 제한 함수는 그대로 사용하도록 한다. 그러면 다음과 같이 표시할 수 있다.

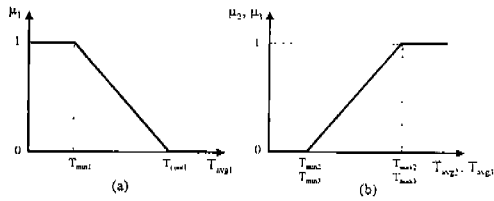


그림 4. 목적 함수의 소속 함수 정의.

$$\text{maximize } \min(\mu_1(x), \mu_2(x), \mu_3(x)) \quad (12)$$

subject to,

$$\vec{G} = [g_0, g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6, g_7]^T$$

여기에서 최소화와 최대화 목적 함수의 소속함수는 각각 그림 4(a)(b)와 같다. 소속 함수의 모양을 결정하는 파라미터인  $T_{min}$  과  $T_{max}$  는 각 영역에서의 평균 토크를 목적함수로 한 상태에서 단일 목적 최적화 문제를 풀어서 결정할 수 있다.

### 5. 최적 설계 결과

유한 요소 해석 프로그램은 Flux2D를 사용하였고 최적화 알고리즘은 SQP(Sequential Quadratic Programming) 방법을 사용하였다.

표 1은 최적 설계된 SRM의 주요 치수 값을 보여 주고 있으며 그림 4는 토크와 인덕턴스의 형태를 보여 주고 있다. 최적설계의 경우 Region I의 평균 토크의 크기가 줄어든 것을 볼 수 있고 aligned 위치에서의 인덕턴스의 크기도 작은 것을 알 수 있다. 이것은 고속 회전시의 토크 리플이 적게 생김을 뜻한다. Region II와 III에서의 토크 형태는 대체로 unaligned 위치 부근으로 옮겨져 전체 평균 토크의 크기를 크게 하는 설계가 되었다. 최적 설계 결과는 그림 2에서 네 경우 중 최적의 형상인 (c)의 경우와 비슷한 결과를 얻을 수 있었다. 결론적으로 단순한 전체 평균 토크의 크기의 비교만으로는 적절한 모터의 형상을 결정할 수 없다는 것을 알 수 있다.

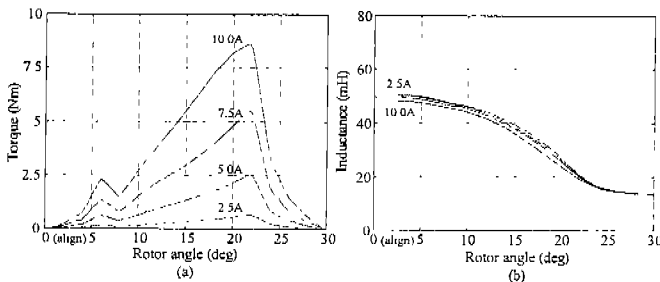


그림 5. 최적 설계된 8/6 SRM의 (a) 토크 형상 (b) 인덕턴스 형상

표 1. SRM의 최적설계 결과

명칭	표시 기호
고정자의 바깥 지름 ( $D_o$ )	189.4 mm
고정자 요크의 안쪽 지름 ( $D_s$ )	147.0 mm
회전자의 바깥 지름 ( $D$ )	89.57 mm
회전자 요크의 바깥 지름 ( $D_r$ )	52.89 mm
축의 지름 ( $D_{sh}$ )	30.0 mm
스택 길이 ( $l$ )	89.92 mm
공극의 길이 ( $g$ )	0.4 mm
회전자 극각 ( $\beta_r$ )	27.44°
고정자 극각 ( $\beta_s$ )	17.30°
최대 입력 전압 ( $V_{max}$ )	1300 V
최대 입력 전류 ( $I_{max}$ )	10.0 A
상당 코일의 감은 수 ( $N_p$ )	260 turn

### 6. 결론

유한 요소해석법과 최적화 알고리즘을 결합하여 SRM의 토크 리플을 줄이기 위한 SRM의 형상의 최적 설계 방법을 제시하였다. 회전자의 각도에 따른 토크 형태를 영역 별로 구분하여 각 영역에서 요구되는 토크 성능을 목적 함수로 하여 최적화 문제를 정의하였다. 단순한 평균 토크 특성뿐만 아니라 토크의 형태와 SRM의 전자기적 특성까지 고려함으로써 정적인 토크 특성뿐만 아니라 고속에서의 토크 성능도 만족하는 모터를 설계할 수 있었다.

### 참고 문헌

- [1] P. J. Lawrenson, J. M. Stephenson, P. T. Blenkinsop and N. N. Fulton, "Variable speed switched reluctance motors," IEE Proc. Vol. 127, Pt. B, No. 4, pp. 253-265, 1980
- [2] R. Arumugam, J. F. Lindsay, and R. Krishnan, "Sensitivity of pole arc/pole pitch ration on switched reluctance motor performance," IEEE IAS Annual meeting, pp. 50-54, 1988
- [3] M. Moallem, C. M. Ong, and L. E. Unnewehr, "Effect of Rotor Profiles on the Torque of a Switched Reluctance Motor," IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 28, No. 2, pp. 364-369, 1992.
- [4] P. C. Kjaer, J. J. Gribble, T. J. E. Miller, "Dynamic testing of switched reluctance motor for high-bandwidth actuator applications," IEEE/ASME Trans. on Mechatronics, Vol. 2 No. 2, pp. 123-134, 1997.