

## 병렬 연산을 이용한 축류 블레이드의 역설계

조장근\*, 안재성\*\*, 박원규\*\*\*

### The Inverse Design Technique of Axial Blade Using the Parallel Calculation

J. K. Cho\*, J. S. Ahn\*\*, W. G. Park\*\*\*

**Key Words:** Navier-Stokes Equations(나비에스톡스 방정식), Inverse design technique(역설계 기법), Modified Garabedian - McFadden method(MGM 방법), Parallel calculation(병렬연산), Domain decomposition method(영역분할기법)

#### ABSTRACT

An efficient inverse design technique based on the MGM (Modified Garabedian-McFadden) method has been developed. The 2-D Navier-Stokes equations are solved for obtaining the surface pressure distributions and coupled with the MGM method to perform the inverse design. The solver is parallelized by using the domain decomposition method and the standard MPI library for communications between the processors. The MGM method is a residual-correction technique, in which the residuals are the difference between the desired and the computed pressure distribution. The developed code was applied to several airfoil shapes and the axial blade. It has been found that they are well converged to their target pressure distribution.

#### 1. 서 론

축류 블레이드의 설계 방법은 전통적으로 실험과 경험에 기초한 시행착오적 접근법을 사용하고 있는데, 이러한 방법으로는 최적화된 형상을 얻기까지 많은 시간과 비용이 소비된다. 그러나 최근의 전산유체 역학기법(Computational Fluid Dynamics, CFD)의 발달로 유동장에 대한 상세한 정보를 얻는 것이 가능해지면서, 성능향상을 위한 형상 설계에 대한 관심이 증대되고 있다.

Garabedian과 McFadden은 표면압력분포의 변화

로 형상을 생성해 내는 잔여-보정 개념을 기초로 하여 Garabedian-McFadden(GM)방법[1]을 제시 하였고, 3차원 압축성 유동과 완전포텐셜(Full potential) 유동에 적용하였다. Malone[2]등은 GM방법의 몇몇 한계를 제거하여 Modified Garabedian - McFadden (MGM) 방법을 제시하였고, Santos[3]등은 이를발전시켰다. MGM 방법은 대표적인 역설계 방법으로 유동의 지배방정식 외에 물체 표면의 공간 좌표를 지배하는 편미분방정식을 실제 물리영역에서 계산하여 새로운 기하학적 형상을 찾아내는 방법으로, 국내에서는 김형진, 이재우 등[4-5]에 의해 익형에 대한 역설계 방법이 연구되었다.

이러한 역설계 기법은 설계변수의 이동거리 계산을 위해 완전히 수렴된 2차원 또는 3차원 Navier-

\*\*\* 학생회원, 부산대학교 대학원 기계공학과

\*\* 정회원, 부산대학교 기계기술연구소(기계공학부)

Stokes 방정식을 수내지 수십번을 반복계산하여야 하고, 이것으로 인해 엄청난 계산비용이 소모되므로 역설계기법이 실제 설계현장에서 바로 사용되기 위해서는 우선 계산시간을 획기적으로 단축시켜야 하겠는데, 이를 위해서 병렬연산이 꼭 필요하다고 할 것이다.

본 연구에서는 축류 블레이드의 형상설계를 위하여 나비에-스톡스 방정식 해석 코드를 영역 분할 기법을 이용하여 병렬화 하였다. 영역 분할 기법은 병렬 계산에 사용할 프로세서의 수에 따라 계산 영역을 분할하는 방법으로 계산에 사용된 모든 프로세서에 비슷한 계산량을 할당할 수 있고, 임의의 프로세서 갯수에도 쉽게 적용되는 장점이 있다.

역설계를 수행하기 위하여 위의 병렬계산에 의해 주어진 압력분포와 목적 압력분포와의 차이를 형상의 수정에 연결하기 위한 보조 방정식으로 Malone 등이 제시한 MGM 방법을 사용하였다.

## 2. 본론

### 2.1 지배방정식 및 수치적 기법

유동해석을 위한 지배방정식으로 2차원 비정상 상태의 비압축성 점성 유동의 Navier-Stokes 방정식을 사용하였다. 운동량 방정식은 Iterative time marching 방법[6,7]과 뉴턴의 반복법을 사용하였고, 연속방정식은 Marker-and-Cell(MAC) 개념[8]을 이용 하였다.

유한차분화는 대류항에서는 QUICK (Quadratic Upstream Interpolation For Convection Kinematics) 방법을 이용하였으며, 점성항 및 연속방정식은 중앙차분을 이용하였다. 그리고 알고리즘의 안정화를 위해 4차의 인공감쇠항(Artificial damping)을 연속방정식에 첨가하였다.

### 2.2 병렬연산기법

유동해석은 SGI 사의 Origin 2000에서 수행 하였으며, 이 병렬 컴퓨터는 총 4개의 R10k 프로세서를 가지며 1024MB의 공유 메모리를 가

지고 있다. SGI 사에서도 MPI library를 제공하고 있으나, 향후 Network Cluster 또는 분산형 병렬 컴퓨터로의 적응성을 높이기 위하여 MPICH library[9]를 사용하여 병렬화 하였다. 병렬처리 방법으로는 전체 해석영역을 다수의 세부영역으로 나누고 각 프로세서가 세부영역을 하나씩 분담하여 계산하는 영역 분할 기법[10]을 사용하였다. 계산시 각 분할된 영역을 각 프로세서가 균등하게 담당하도록 하였으며, 이웃 분할 영역과의 데이터 교환을 위하여 MPI\_SEND[11]와 MPI\_RECV를 이용 하였으며, 각 프로세서가 공유하여야 하는 자료 송신을 위해서는 MPI\_BCAST를 사용하였다.

### 2.3 역설계 기법

계산된 압력분포와 실험 등에 의해 주어진 목적 압력 분포의 차이를 물체 형상의 변화량과 연결해 주는 보조방정식으로 MGM법을 이용하였다.

MGM Design Method는 고전적인 파형벽 문제(wavy wall problem)[12]에서 유도된 보조 편미분 방정식을 이용하는데 선형화된 포텐셜 유동에서 물체표면의 압력계수는 다음과 같이 주어진다.

$$\text{초음속유동} : C_p = \frac{2}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \frac{dy}{dx} \quad (1)$$

$$\text{아음속유동} : C_p = \frac{2}{\pi \sqrt{1 - M_\infty^2}} \frac{d^2y}{dx^2} \quad (2)$$

여기서 우리는 국부 압력계수는 국부 기울기  $dy/dx$ 와 국부 곡률  $d^2y/dx^2$ 와 관련이 있음을 알 수 있다.

이 관계는 다음과 같은 미분 방정식 형태로 주어질 수 있다.

$$F_0 \Delta y + F_1 \Delta y_x + F_2 \Delta y_{xx} = R \quad (3)$$

R은 잔여값으로 잔여값 R은 다음과 같이 정의된다.

$$R = C_{pc} - C_{pt} \quad (4)$$

여기서  $F_0, F_1, F_2$ 는 수렴 안정성을 위한 양의 정

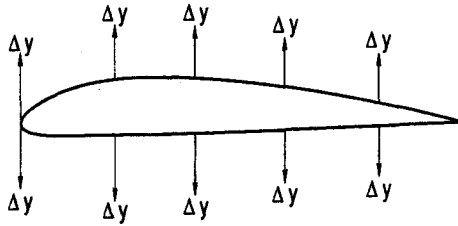


Fig. 1 Schematic of geometry perturbation for MGM method

수이고,  $C_{pc}$ 는 유동해석에 의해 계산된 압력계수이고,  $C_{pt}$ 는 목적인 압력계수이다.

$\Delta y$ 는 잔여값을 최소화하기 위해 필요한 익형 표면점의 수직방향 변위이다. 이러한 형상의 변화방향을 Fig. 1에 나타내었다.

MGM 방법은 수직방향 변위만 가지기 때문에 코드길이의 증가를 배제할 수 있고, 익형 선단부를 매끄럽게 만드는 장점을 가진다.

식 (3)을 국부 기술기에 대해서는 풍상차분법 (Upwind scheme)을 사용하고, 국부 곡률에 대해서는 중앙차분을 적용하여 차분화하면 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$A_i \Delta y_{i+1} + B_i \Delta y_i + C_i \Delta y_{i-1} = R_i \quad (5)$$

익형의 윗면에서는

$$\begin{aligned} A_i &= \frac{2F_2}{(x_{i+1} - x_i)(x_{i+1} - x_{i-1})} \\ B_i &= F_0 + \frac{F_1}{(x_i - x_{i-1})} - \frac{2F_2}{(x_{i+1} - x_i)(x_i - x_{i-1})} \\ C_i &= -\frac{F_1}{(x_i - x_{i-1})} + \frac{2F_2}{(x_i - x_{i-1})(x_{i+1} - x_{i-1})} \end{aligned} \quad (6)$$

익형의 아랫면에서 익형위에 N개의 설계점이 있다면 N개의 차분식이 나오게 되며 이는 삼각 대각형의 행렬을 이루므로 Thomas 알고리즘에 의해  $\Delta y$ 를

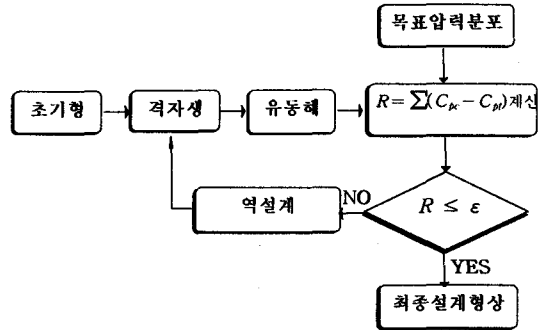


Fig. 2 The inverse design algorithm

$$\begin{aligned} A_i &= -\frac{F_1}{(x_i - x_{i+1})} + \frac{2F_2}{(x_{i+1} - x_i)(x_{i+1} - x_{i-1})} \\ B_i &= F_0 + \frac{F_1}{(x_i - x_{i+1})} - \frac{2F_2}{(x_{i+1} - x_i)(x_i - x_{i-1})} \\ C_i &= \frac{2F_2}{(x_i - x_{i-1})(x_{i+1} - x_{i-1})} \end{aligned} \quad (7)$$

구할 수 있다. 그러나 Thomas 알고리즘의 특성상 선단 모서리(Leading Edge)와 후연 모서리(Trailing Edge)에서 특별한 처리가 요구된다. 선단 모서리와 후연 모서리는 변화량이 없으므로  $\Delta y_{leading} = 0$ ,  $\Delta y_{trailing} = 0$ 으로 고정하였다. 이렇게 구해진  $\Delta y_i$ 를 이용하여 새로운 좌표를 얻을 수 있는데, 이는 다음과 같다.

$$y_i^{new} = y_i^{old} + \Delta y_i \quad (8)$$

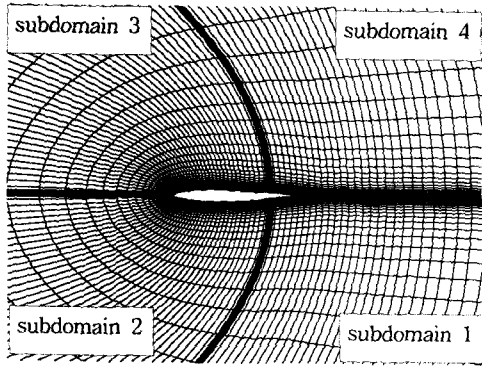
이 새로운 좌표치를 이용하여 새로운 격자를 생성하고 다시 Navier-Stokes 방정식을 풀어 식 (4)의 값을 구하고, 위의 MGM 방법을 이용하는 루틴을 계속 반복하여 목표로 하는 형상으로 수렴해 나간다.

MGM 방법의 알고리즘은 Fig. 2에 간단하게 표현하였다.

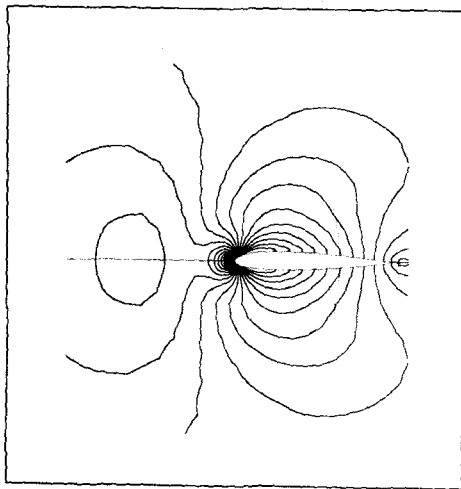
### 3. 결과 및 고찰

#### 3.1 유동계산 코드 검증

익형의 역설계에 앞서 병렬계산을 통해 정확한 유



(a) Airfoil grid system (157×41)



(b) Pressure contour

Fig. 3 Parallel computations of the airfoil (NACA 0012)

동해석이 이루어지고 있는지를 확인하여 보았다. 격자는 Fig. 3(a)에 나타난 바와 같이 157×41 격자를 C-type으로 표면에는 98개의 격자점을 두어 구성하였고, 영역분할기법을 적용하기 위해 익형 상면과 하면에 4개의 영역으로 분할하였다.

Fig. 3(b)는 Navier-Stokes 방정식을 이용하여 구한 NACA 0012 익형의 등압력분포 및 표면 압력을 보여 주고 있으며, Fig. 4는 계산된 결과와 실험에서 구한 압력계수값의 비교이다. 계산 결과와 실험값은 비교적 잘 일치함을 알 수 있으므로 본 연구의 병렬

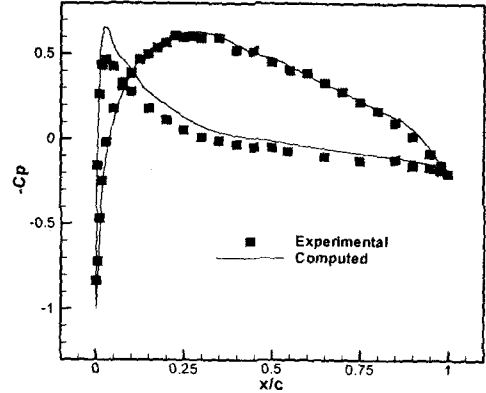


Fig. 4 Distribution of pressure coefficient of the airfoil (NACA 4412)

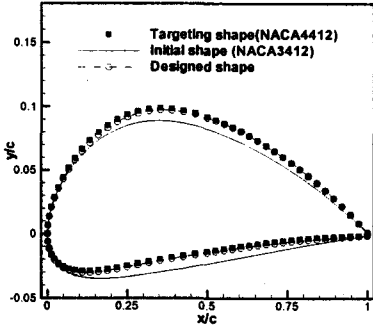
연산 기법을 적용한 Navier-Stokes 방정식 코드가 역설계에 사용되는 압력계수 값을 비교적 정확하게 구하고 있음을 알 수 있다.

### 3.2 익형의 역설계

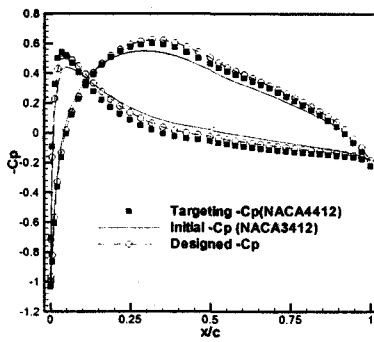
유동해석 검증에 사용된 NACA 4412의 압력분포를 목적압력 분포로 두고 NACA 3412에서 출발하여 위에서 설명한 MGM 역설계 방법으로 설계한 압력분포가 실제 NACA 4412의 압력분포로 근접해 가고, 최종 익형이 NACA 4412와 일치하는지를 조사해 보았다(Case No. 1). 표면 압력분포의 MGM 방법에 의한 반복계산 결과는 Fig. 5-(a)로 나타났고, 설계된 익형의 형상은 Fig. 5-(b)와 같이 나타났다. MGM 방법에 의해 설계된 익형은 목적 형상인 NACA 4412에 잘 근접하였음을 알 수 있다. Fig. 6은 역설계 과정에서 잔여량 R의 변화 경향을 나타낸 것이다.

다음으로 NACA 0008의 압력분포를 초기 압력분포로 설정하고, NACA 65-010의 압력분포를 목적하는 압력분포로 하여 익형의 역설계를 수행하였다

(Case No. 2). 표면 압력분포의 MGM 방법에 의한 반복계산 결과는 Fig. 7-(a)로 나타났고, 설계된 익형의 형상은 Fig. 7-(b)와 같이 나타내었는데, 역시 목적하는 압력분포와 익형에 잘 근접하였음을 알 수 있다.

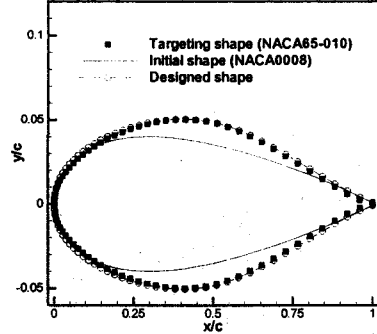


(a) Comparison of section geometry

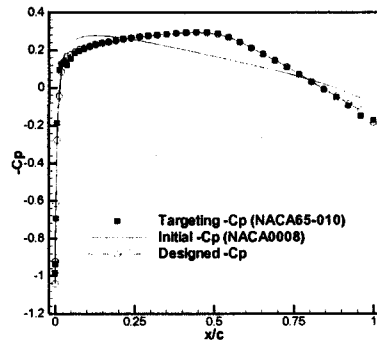


(b) Comparison of pressure distribution

**Fig. 5** The designed configuration and pressure distribution for case No.1

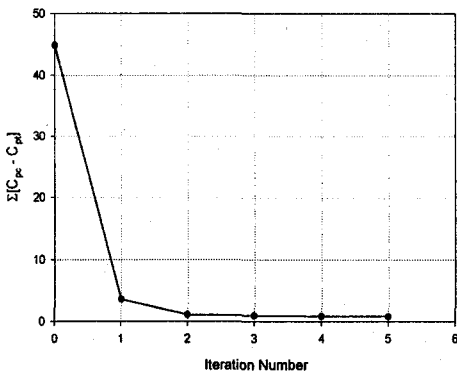


(a) Comparison of section geometry



(b) Comparison of pressure distribution

**Fig. 7** The designed configuration and pressure distribution for case No.2

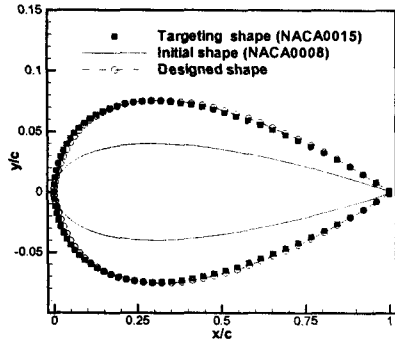


**Fig. 6** Convergence characteristic of Residual (Initial NACA 3412, Target NACA 4412)

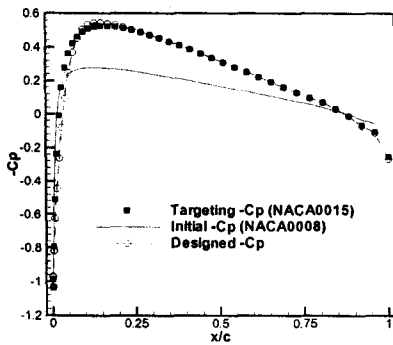
같은 방법으로 초기 압력분포를 NACA 0008로 하고 목적하는 압력분포를 NACA 0015(Case No.3)로 하여 역설계를 수행한 결과 목적 압력분포와 익형의 형상은 **Fig. 8**로 나타났다. **Fig. 8**을 보면 앞전 부근에서는 오차가 다른 곳에 비해 큰 것을 볼 수 있는데, 이러한 현상은 설계시에 앞전이 고정되어서 급격한 압력 변화를 형상 수정이 제대로 적용하지 못하였기 때문이다.

### 3.3 축류 블레이드의 역설계

위에서 개발된 역설계 코드를 기본으로 하여 축류 블레이드의 역설계를 수행하였다. AU형 블레이드를



(a) Comparison of section geometry

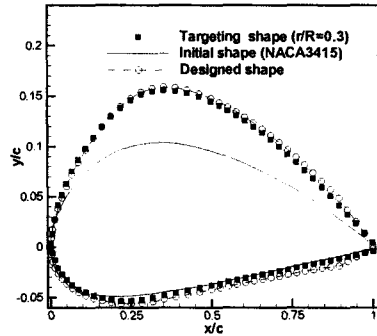


(b) Comparison of pressure distribution

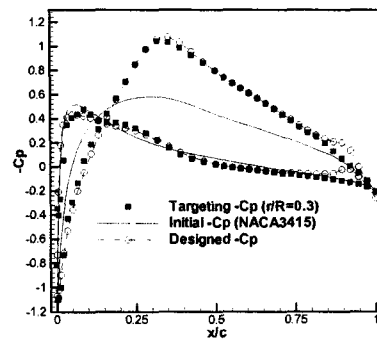
**Fig. 8** The designed configuration and pressure distribution for case No.3

목적 형상으로 각 단면에 대하여 역설계를 수행하였으며, 각 설계위치는 블레이드 반경에 대한 단면까지 거리의 비( $r/R$ )가 각각 0.3, 0.5, 0.7 그리고 0.9이다.

**Fig. 9, 10, 11, 12**는  $r/R = 0.3, 0.5, 0.7$  그리고 0.9 인 각 단면에 대해 표면 압력 분포에 따른 역설계 수행 결과와 형상 변화결과이다. 익형의 역설계에서와 같이 블레이드 선단부와 후연 모서리 부분에서 목적압력 분포와 설계된 압력분포의 차이가 일부 있었으나, 대체적으로 목적하는 형상에 잘 근접해 갔다. 일부 발생한 오차는  $r/R$ 이 증가할수록 선단부에서 날카로운 모서리를 가져 양질의 격자 생성이 어려워오차가 발생한 것으로 보인다. **Fig. 13**은 2차원 역설계에 의해 얻어진 각 단면을 적층하여 3차원 형상으로 구현한 것이다.



(a) Comparison of section geometry

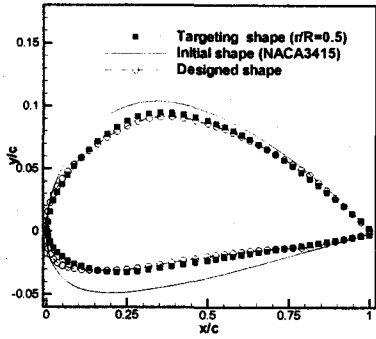


(b) Comparison of pressure distribution

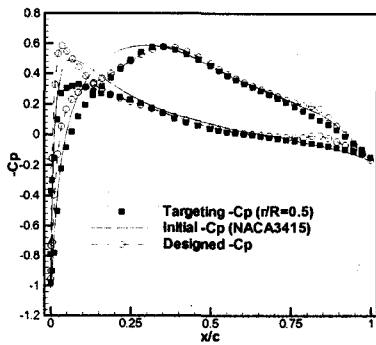
**Fig. 9** The designed configuration and pressure distribution for axial blade ( $r/R=0.3$ )

#### 4. 결론

본 연구에서는 Navier-Stokes 코드를 영역분할 기법을 이용하여 병렬화 하였고, 또한 개발된 유동해석 코드와 역설계 알고리즘인 MGM방법을 결합하여 병렬역설계 코드를 개발하였다. 먼저 개발된 역설계 코드의 강건성을 확인하기 위해 다양한 익형에 대해 역설계를 수행해 보았으며, 이를 바탕으로 축류 블레이드의 각 단면에 대하여 역설계를 수행하였다. 각각의 경우에 대해 프로세서 간의 데이터 교환은 원활하게 수행되었으며, 목적압력 분포에 근접해 가는 원하는 형상을 설계할 수 있었다.

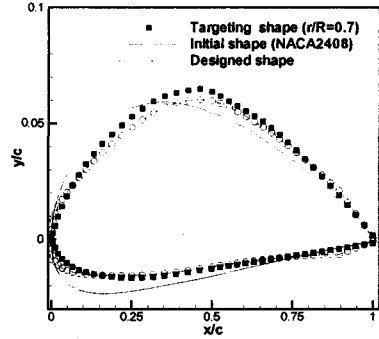


(a) Comparison of section geometry

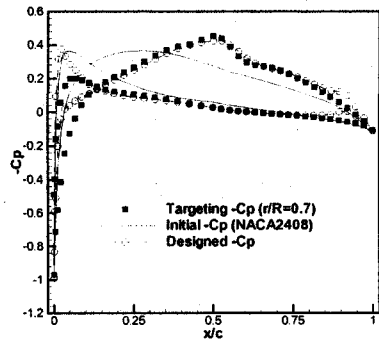


(b) Comparison of pressure distribution

Fig. 10 The designed configuration and pressure distribution for axial blade ( $r/R=0.5$ )

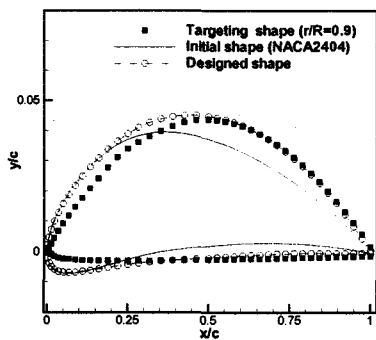


(a) Comparison of section geometry

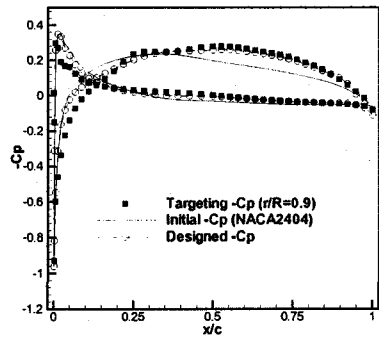


(b) Comparison of pressure distribution

Fig. 11 The designed configuration and pressure distribution for axial blade ( $r/R=0.7$ )



(a) Comparison of section geometry



(b) Comparison of pressure distribution

Fig. 12 The designed configuration and pressure distribution for axial blade ( $r/R=0.9$ )

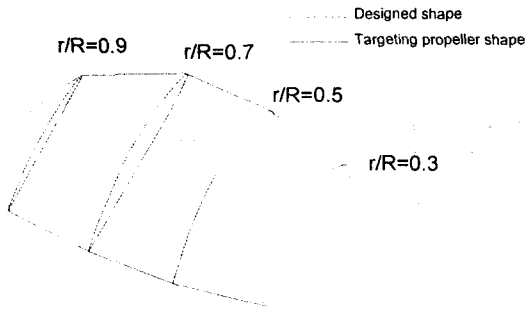


Fig. 13 Three-dimensional shape of the blade

### 참고 문헌

- [1] Garabedian, P. and McFadden, G., "Design of Supercritical Swept Wings," *AIAA Journal*, Vol. 20, No. 3, March 1982, pp. 289-291.
- [2] Malone, J. B., Vadyak, J., and Sankar, L. N., "Inverse Aerodynamic Design Method for Aircraft Component," *J. of Aircraft*, Vol. 24, No. 1, 1987, pp. 8-9.
- [3] Santos, L. C., and Sankar, L. N., "A Hybrid Inverse Optimization Method for the Aerodynamic Design of Lifting Surfaces", *AIAA Paper 94-1895-CP*
- [4] 김형진, 노오현, "역설계법을 이용한 천음속 익형설계", *한국항공우주학회 춘계학술발표회 논문집*, (1995), pp.343-347.
- [5] 이재우, 이기영, 변영환, "Inverse 기법을 이용한 아음속/천음속 익형 설계", *한국전산산유체공학회 춘계학술대회 논문집*, (1998), pp.61-66.
- [6] Park, W. G., and Sankar, L. N., "A Technique for the Prediction of Unsteady Incompressible Viscous Flows," *AIAA Paper 93-3006*, 1993
- [7] Park, W. G., Jung, Y. R. and Ha, S. D., "Numerical Viscous Flow Analysis Around a High-Speed Train with Crosswind Effects," *AIAA Journal*, Vol. 36, No. 3, March 1998, pp. 477-479
- [8] Viacelli, J. A., "A Method for Including Arbitrary External Boundaries in the MAC Incompressible Fluid Computing Technique," *Journal of Computational Physics*, Vol. 86, (1990), pp.147-167
- [9] <http://www.mcs.anl.gov/mpi/mpich>
- [10] Shimano, K., Arakwa, C., "Numerical Simulation of Incompressible Flow on Parallel Computer with the Domain Decomposition Technique," *Parallel Computational Fluid Dynamics-New Algorithms and Applications*, Elsevier Science B.V., North Holland, 1995.
- [11] M. Snir, S. Otto, etc., *MPI: The Complete Reference*. MIT Press, 1996
- [12] Liepmann, H. W. and Roshko, A., *Element of Gas Dynamics*, John Wiley and Sons, NY, 1957.