

축류압축기 회전차유동에 대한 난류모델의 성능평가

이용갑* · 김광용**

Evaluation of Turbulence Models for A Compressor Rotor

Yong-Kab Lee*, Kwang-Yong Kim**

Key Words: Transonic compressor(천음속압축기), Turbulence Model(난류모델), Shock structure(충격파구조), 충격파-경계층 상호간섭(shock-boundary layer interaction)

ABSTRACT

Three-dimensional flow analysis is implemented to investigate the flow through transonic axial-flow compressor rotor(NASA R67), and to evaluate the performances of $k-\epsilon$ and Baldwin-Lomax turbulence models. A finite volume method is used for spatial discretization. And, the equations are solved implicitly in time with the use of approximate factorization. Upwind difference scheme is used for inviscid terms, but viscous terms are centrally differenced. The flux-difference-splitting of Roe is used to obtain fluxes at the cell faces. Numerical analysis is performed near peak efficiency and near stall. And, the results are compared with the experimental data for NASA R67 rotor. Blade-to-Blade Mach number distributions are compared to confirm the accuracy of the code. From the results, we conclude that $k-\epsilon$ model is better for the calculation of flow rate and efficiency than Baldwin-Lomax model. But, the predictions for Mach number and shock structure are almost same.

1. 서 론

터보 엔진에서 압축기는 목적하는 엔진 전체의 성능과 효율을 달성하기 위해 고려해야 할 중요한 요소이다. 고효율의 터보기계를 설계하기 위해서는 충격파의 발생위치, 유량, 전손실(overall loss) 등과 같은 성능과 관계된 여러 변수에 대한 정확한 예측이 필요하며, 이를 위해서는 팁간극(tip clearance)의 영향, 난류효과, 충격파와 경계층의 상호간섭, 충격손실 등을 고려할 수 있는 3차원 Navier-Stokes 방정식의 해를 구하는 것이 필요하다. 최근 발달하고 있는 전산유체역학적 해석기법들은 이러한 해석에 매우 유용한 수단이 된다.

터보기계의 내부유동을 해석하는 데 Navier-Stokes 해석방법을 적용한 연구로, Hahn⁽¹⁾은 천음속압축기의 유동해석을 통해 충격파와 경계층의 상호간섭에 의한 유동박리와 이로 인해 발생하는 유동박리구간 내에서의 강외향류(radially strong outward flow)를 해석하여 반경방향 전달의 80%가 이 강외향류로 인해 이루어짐을 밝혀내었다. Copenhaver 등⁽²⁾은 동의과 정의사이에 혼합면법을 적용한 점성유동해석을 통해 두 종류의 정의의 성능을 정확히 해석하고 성능을 평가하여 수치해석이 기존의 설계를 검증하고 향상시키는데 효율적인 수단임을 밝혔다. Chima^(3,4)는 3차원 점성해석을 통해 천음속 팬의 유동구조를 해석하였고, 천음속 압축기 동의의 팁간극에 대한 해석을 통해 팁에서의 충격파와 간극와류(clearance vortex) 그리고 외벽 경계층과의 상호간섭에 대한 연구를 수행하였다.

* 인하대 대학원 기계공학과

** 인하대학교 기계항공자동화공학부

이러한 유체기계의 해석에는 대부분의 경우 Baldwin-Lomax 난류모델(B-L모델)⁽⁵⁾이 사용되었다. B-L 모델은 2차원의 경우 적용이 용이하고 유체기계의 전체적 성능을 예측하는데 양호한 성능을 발휘하지만 3차원 유동에 적용하기 곤란하고 길이적도를 찾는데 어려움이 있으며, 복잡한 유동의 난류구조를 결정하는데 중요한 난류변천효과와 표면조도 등이 무시되어 박리와 후류 확산의 예측에는 적합하지 못한 측면이 있다.

현재 사용되는 난류모델 중 2-방정식 와점성계수(eddy viscosity) 모델은 B-L모델과 같은 대수적 모델보다 더 다양한 난류현상을 반영하며, 보다 적은 경험적 방법을 필요로 한다. 이러한 2-방정식 모델을 사용한 연구로는 Hah⁽¹⁾과 Jennions 등⁽⁶⁾이 $k-\epsilon$ 모델을 사용하여 천음속 압축기의 유동을 해석하였으며, Chima⁽⁷⁾는 $k-\omega$ 모델과 B-L모델을 이용한 압축기 동의의 준삼차원 해석에서 두 모델이 매우 근사한 결과를 보여 어느 모델이 결정적으로 우수하다는 결론을 내리지는 못하였다. 또 텁간극에 관한 연구⁽⁴⁾에서 충격과와 텁누설와류의 상호간섭에 의해 외벽의 경계층이 매우 두꺼워지며 이로 인해 대수적 난류모델이 텁부근에서는 부적합한 성능을 보이고, 텁근처 유동의 실험치와 계산치의 차이는 난류모델에 기인한 것이라고 보고하였다. 이와 같이 압축기의 유동해석에서 난류모델의 영향을 평가하는 것이 중요함에도 불구하고 보고된 각각의 연구는 격자구조나 수치해석방법 등의 계산조건이 동일하지 않아 난류모델의 영향에 대한 어떤 결론을 내리기에는 적합하지 않다. 그러므로 난류모델의 성능을 평가하기 위해서는 동일한 조건에서 수행된 수치해석결과가 요구된다.

본 연구에서는 천음속 압축기에 사용되는 동의 주위의 유동장을 기준의 난류모델 중 Baldwin-Lomax 모델과 $k-\epsilon$ 모델을 이용하여 수치해석하고 결과를 실험치와 비교하였다.

2. 유동해석

2.1 지배방정식

본 연구에서 지배방정식으로 사용된 삼차원, 압축성 유동에 대한 일반좌표계에서의 Navier-Stokes 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{G}}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{H}}{\partial \zeta} = \frac{\partial \hat{F}_v}{\partial \xi} + \frac{\hat{G}_v}{\partial \eta} + \frac{\hat{H}_v}{\partial \zeta} + \hat{S} \quad (1)$$

여기서 \hat{Q} 는 보존변수벡터, $\hat{F}, \hat{G}, \hat{H}$ 는 비점성플럭스, $\hat{F}_v, \hat{G}_v, \hat{H}_v$ 점성플럭스, \hat{S} 는 Coriolis힘과 원심력을 포함하는 체적력을 나타내며 다음과 같다.

$$\hat{Q} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\hat{F} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho U u + \xi_x p \\ \rho U v + \xi_y p \\ \rho U w + \xi_z p \\ \rho U (e + p) - \xi_x p \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\hat{F}_v = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_x \tau_{xx} + \xi_y \tau_{xy} + \xi_z \tau_{xz} \\ \xi_x \tau_{yx} + \xi_y \tau_{yy} + \xi_z \tau_{yz} \\ \xi_x \tau_{zx} + \xi_y \tau_{zy} + \xi_z \tau_{zz} \\ \xi_x b_x + \xi_y b_y + \xi_z b_z \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\hat{S} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho(\Omega^2 y + 2\Omega w) \\ \rho(\Omega^2 z - 2\Omega v) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

\hat{G}, \hat{H} 는 식 (3)에서 U 를 각각 V 와 W 로 ξ 를 각각 η 와 ζ 로, \hat{G}_v, \hat{H}_v 는 식 (4)에서 ξ 를 각각 η 와 ζ 로 치환한 것과 같다.

윗 식에서 ρ 는 밀도, u, v, w 는 직교좌표계의 상대속도성분, J 는 Jacobian변환을 나타내며 U, V, W 는 변환좌표계 ξ, η, ζ 에 대한 반변속도(contravariant velocity)이다. 단위체적당의 전체에너지 e 와 점성전단응력텐서(tensor) $\tau_{xx}, \tau_{yy}, \tau_{zz}$, 열유속 \dot{q}_{xi} 는 다음과 같다.

$$e = \frac{p}{\gamma-1} + \frac{1}{2} \rho(u^2 + v^2 + w^2 - \Omega^2 r^2) \quad (6)$$

$$\dot{q}_{xi} = u_i \tau_{xx} - \dot{q}_{xi} \quad (7)$$

$$\tau_{xx} = \mu \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \left(\frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \right] - \rho \overline{u_i u_j} \quad (8)$$

$$\dot{q}_{xi} = -k \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (9)$$

식 (8)에서 레이놀즈 응력항 $-\rho \overline{u_i u_j}$ 는 다음과 같아 정의 된다.

$$-\rho \overline{u_i u_j} = \mu_T \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \left(\frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \right] - \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho k \quad (10)$$

여기서 μ_T 는 Baldwin-Lomax 난류모델⁽⁵⁾과 Speziale-Abid-Anderson $k-\epsilon$ 모델⁽⁸⁾로 계산된다.

지배방정식은 유한체적법으로 공간이산화하였으며 정상상태의 해를 얻기 위한 시간전진법으로는 내재적 AF(approximate factorization)법을 이용하였다. 비첨성 항의 계산에는 풍상차분법(upwind difference scheme)을 사용하였고 점성항의 계산에는 중앙차분법을 사용하였다. 또, 격자면에서의 수치유량 계산에는 유량차분 법을 사용하였으며, 충격과 전후에 전변환의 감소를 보장하기 위해서 유량제한자를 사용하였다.

2.2 경계조건

유동해석을 위한 입구조건으로 실험에서 얻어진 전온도, 전압력과 입구의 절대 마하수를 사용하였다. 수렴성 향상과 수치해석의 안정성 증진을 위해 특성치를 이용한 경계조건을 사용하였는데, 음의 특성치에 해당하는 Riemann 불변량, R^- 를 내부로부터 외삽하며, 양의 특성치에 해당하는 Riemann 불변량, R^+ 는 경계조건으로 준다. R^+ 와 R^- 는 다음과 같다.

$$R^+ = v_{n_\infty} + \frac{2a_\infty}{\gamma-1} \quad (11)$$

$$R^- = v_{n_\infty} - \frac{2a_e}{\gamma-1}$$

여기서, ∞ 는 입구경계조건의 값이고, e 는 유동장내부로부터 외삽된 값이며 v_n 은 입구경계면에 수직한 속도성분이고 a 는 음속이다. 식 (11)로 부터 경계면에서의 유동속도크기를 결정하며, 이를 입구경계조건의 전온도, 전압력 값들과 연계하여 입구경계면에서의 밀도와 정압을 결정한다. 허브와 외벽에서의 경계층의 속도분포는 난류유동의 1/7th power law를 사용하였다.

출구경계면에서는 반경방향 평형조건이 사용되었다. 허브에서의 압력비를 주면 국부 정압은 다음의 축대칭 반경방향 평형방정식을 적분하여 얻어진다.

Table 1 Basic Specifications of NASA Rotor 67

NASA Rotor 67			
Number of Rotor Blades	22	Inlet Tip Relative Mach Number	1.38
Rotational Speed(rpm)	16043	Rotor Aspect Ratio	1.56
Mass Flow (kg/s)	Near Peak	34.54	Rotor Solidity
	Design Speed	33.25	
Near Stall	32.31	Tip Diameter(cm)	Inlet 51.4
	1.63		Exit 48.5
Rotor Tip Speed(m/s)	429	Hub/Tip Radius Ratio	Inlet 0.375
	0.061		Exit 0.478

$$\frac{dp}{dr} = \rho \frac{v_\theta^2}{r} \quad (12)$$

여기서 v_θ 는 원주방향속도이고 r 은 반지름이다. 다른 변수는 내부의 값이 외삽되어 사용된다. 벽면에서는 no-slip 조건이 적용되었다. 주기경계면에서의 경계값은 서로 상대되는 주기경계면으로부터 얻어지게된다.

3. 결과 및 검토

본 연구에서는 NASA R67⁽⁹⁾ 동의(rotor)에 대해 수치해석을 수행하였다. R67은 2단 압축기의 첫 번째 동이며 사양은 Table 1과 같다. Fig. 1은 본 연구에서 사용된 표면격자계이다. 날개주위의 C형 격자계에는 $185 \times 41 \times 69$ 개의 격자가 사용되었고, 텁 간극의 O형 격자계에는 $145 \times 7 \times 7$ 개의 격자가 사용되었다.

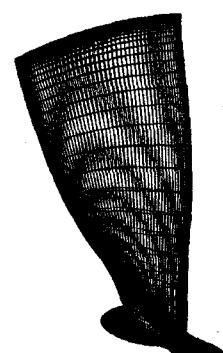


Fig. 1 Grids for NASA rotor 67

Table 2 Calculated mass flow rates and efficiencies

	Turbulence model	Calculated mass flow rate(kg/s) (difference from measurement ⁽⁹⁾)	η
Near Peak	$k-\epsilon$	34.38 (-0.46%)	0.927
	B-L	33.95 (-1.71%)	0.896
Near Stall	$k-\epsilon$	32.13 (-0.52%)	0.910
	B-L	31.80 (-1.48%)	0.886

R67 동익은 Strazisar 등⁽⁹⁾에 의해 최고효율조건과 실속조건에 대한 실험이 수행되었으며, 이 실험결과를 본 연구의 수치해석결과와 비교하였다. 수치해석한 유량과 효율을 실험결과와 비교한 결과를 Table 2에 나

타내었다. R67의 최대효율조건에서의 유량과 효율은 각각 34.54 kg/s와 0.93이고 실속조건에서는 각각 32.31 kg/s와 0.9이다. Table 2에서 $k-\epsilon$ 모델을 사용한 경우가 B-L 모델을 사용한 경우 보다 유량과 효율의 예측이 실험치에 더 근접하고 있다.

Fig. 2와 3은 최고효율조건과 실속조건일 때 외벽으로부터 각각 10%, 30%, 70% 스펜 지점에서의 상대마하수 분포이다. 각 스펜위치에서의 결과를 살펴보면, 먼저 10% 스펜일 때 최고효율조건에서 선단부에는 굽은 충격파(bow shock)가 발생하고 경사충격파(oblique shock)가 익렬의 안쪽으로 발생한다. 충격파의 구조는 Arnore⁽¹⁰⁾의 계산결과에서도 나타나는 lambda(λ) 구조를 보인다. 실속조건에서는 유로내의 충격파가 동익

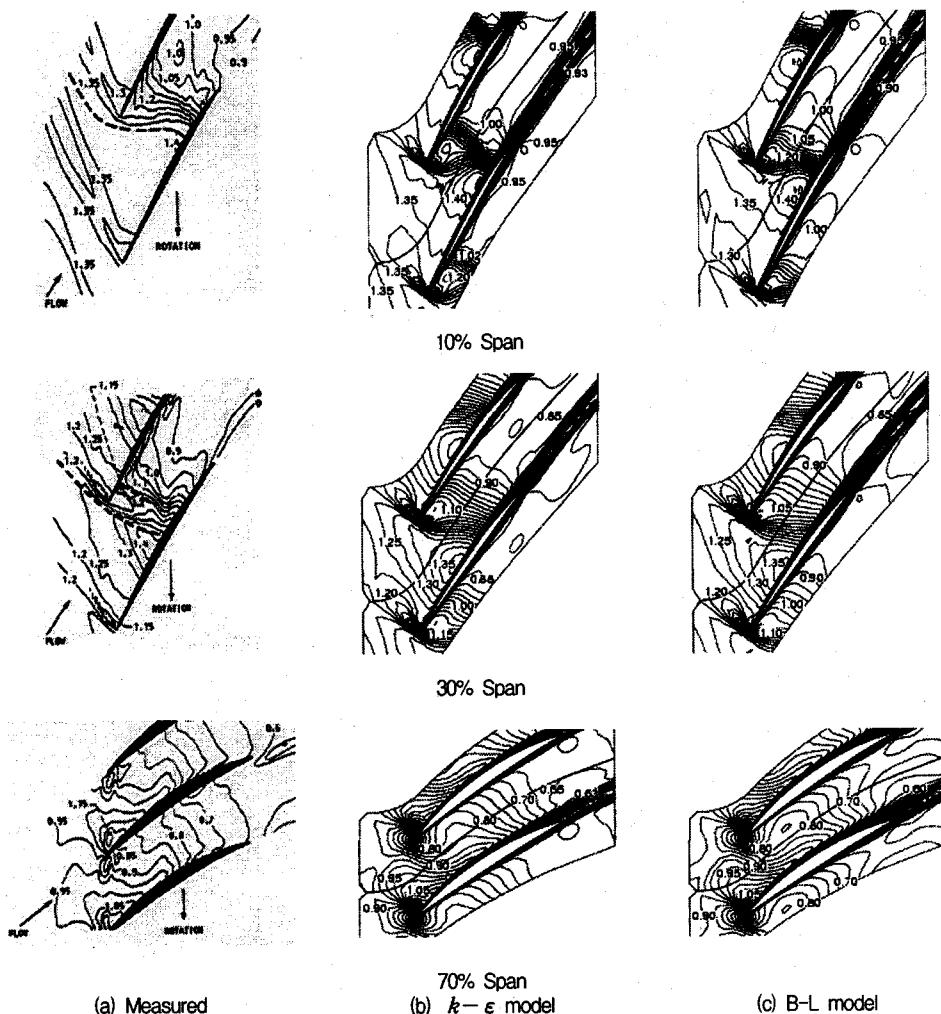


Fig. 2 Relative Mach number contours near peak efficiency

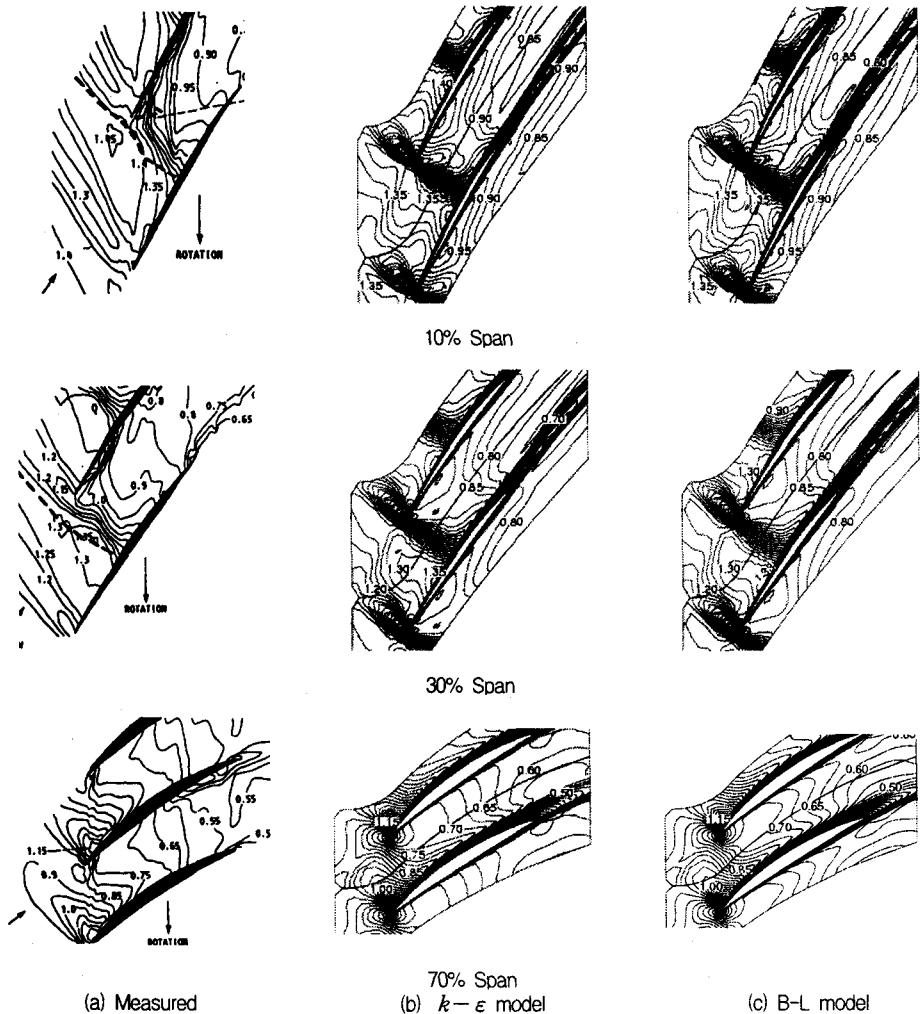


Fig. 3 Relative Mach number contours near stall

의 선단부 앞에 위치하기 때문에 압력면은 더 이상 충격파의 영향을 받지 않는다. 실속조건에서 충격파 발생 이전의 상대마하수가 실험치와 비교하여 약간 작게 예측되었지만 충격파의 구조와 발생 위치는 실험과 잘 일치한다.

30% 스펜에서는 최대효율조건과 실속조건에서 충격파가 10% 스펜에서의 결과에 비해 상류쪽에서 발생하였다. 최대효율조건에서는 텁의 선단부에서 수직충격파가 형성되고 유로에 약한 2차 충격파가 형성됨을 나타내고 있다. 실속조건에서는 동의의 상류에 분리된 충격파(detached shock)가 관찰된다.

70% 스펜 부근의 상대 마하수분포는 두 운행조건에

서의 유동장이 매우 비슷하다. 두 조건에서 흡입면의 앞 부분에 모두 초음속 기포가 발생하는데 실속조건에서는 약간 작게 예측되었다. 유로의 중간부근에서 파동형태의 마하수 분포가 발견되며 이는 허브 근처의 2차 유동에 의한 결과이다⁽³⁾. Fig. 2와 3에서 실험에 의한 마하수 분포에서는 잘 나타나지 않지만 충격파와 흡입면이 만나는 지점 하류에서 경계층 두께가 급격히 증가함을 계산결과에서 볼 수 있다. 이는 충격파와 경계층의 상호간섭에 의한 현상으로 인한 것이다⁽¹⁾.

이상과 같이 각 스펜 지점에서 계산결과는 실험치와 정성적으로 잘 일치하며 $k-\epsilon$ 모델과 B-L 모델이 서로 큰 차이를 보이지 않았다. 그러나, 텁에 가까운

10%와 30% 스펜에서 선단부 상류로 전파되는 충격파가 잘 표현되지 않았는데 이는 C형격자의 입구부분의 격자가 텁으로 갈수록 성기기 때문인 것으로 사료된다.

압축기 내부의 유동에서 수치해석으로 충격파의 위치를 정확히 예측하기 위해서는 유량, 효율 및 압력상승 등이 정확히 계산되어야 한다. 그러므로 충격파의 위치비교는 수치해석의 정확성을 검증하는 좋은 수단이 된다. Fig. 4는 최고효율조건과 실속조건에서 계산된 동의사이의 상대마하수 분포를 10%, 30%와 70% 스펜의 선단부에서 실험결과와 비교한 것이다.

최고효율조건에서는 동의열내에서의 상대마하수 변화는 실험치와 잘 일치하며, 충격파의 위치를 정확히 예측하고 있다. $k-\epsilon$ 모델이 10% 스펜위치에서 충격파의 강도를 더 정확히 예측하고 있다. 실속조건에서 10% 스펜의 경우 충격파의 위치와 강도를 정성적으로 비교적 잘 예측하고 있다. 그러나, 30%와 70% 스펜의 경우 충격파의 위치를 다소 상류쪽으로 예측하고 있다.

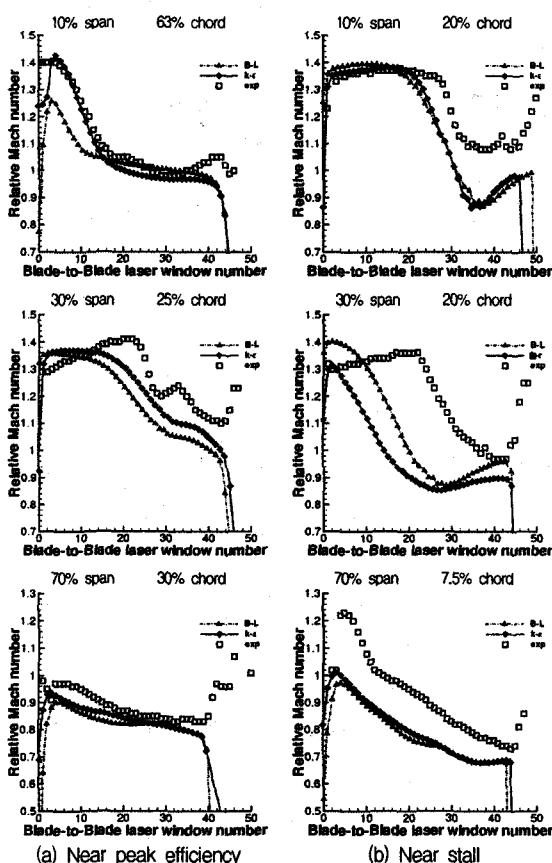


Fig. 4 Pitchwise relative Mach number distributions

Fig. 5와 Fig. 6은 최고효율조건과 실속조건에서 $k-\epsilon$ 모델을 사용해 계산한 동의표면에서의 정압분포이다. 앞에서 논의한 Fig. 2와 Fig. 3의 마하수 분포도에서와 같이 $k-\epsilon$ 모델과 B-L 모델이 서로 큰 차이를 보이지 않았다. 마하수 분포도에서 10% 와 30% 스펜에서 발생한 경사충격파는 압력면에서 동의열 방향으로 진행하여 흡입면에 이른다. 이러한 충격파의 구조는 Fig. 5와 Fig. 6에 잘 나타나 있다. 최대효율조건에서는 압력면의 선단부에 충격파가 관찰되나 실속조건에서는 충격파의 위치가 상류로 이동하여 텁부분을 제외하고는 관찰되지 않는다. 압력면과는 반대로 흡입면에서는 충격파가 동의의 대부분의 영역에 걸쳐 발생하며 충격파의 강도는 텁에서 허브로 갈수록 약해진다. 실속조건에서 충격파의 위치는 압력면의 경우와 같이 상류로 이동하며 이는 Fig. 6에 잘 나타나 있다.

Fig. 7은 최고효율조건과 실속조건에서 $k-\epsilon$ 모델을 사용해 계산한 흡입면에서의 유동을 가시화 한 것이다. Weber 등⁽¹¹⁾과 Hah 등⁽¹⁾에 의하면 대부분의 유동박리와 반경외방향유동은 동의의 흡입면에서 관찰된다. 동의의 흡입면 윗부분의 영역에서는 유로내의 충격파가 매우 강하며 충격파와 경계층의 상호간섭에 의해 유체는 축방향의 운동량을 잃게 되고 원심작용을 받아 반경외방향으로 급격한 방향전환이 일어난다. 중앙부분에서는 충격파의 강도가 약해지며 역압력구배에

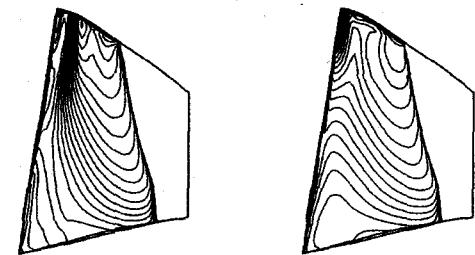


Fig. 5 Pressure contours close to the blade pressure side

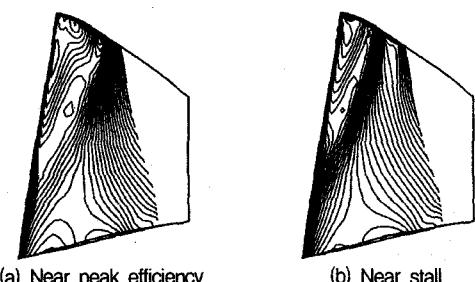


Fig. 6 Pressure contours close to the blade suction side

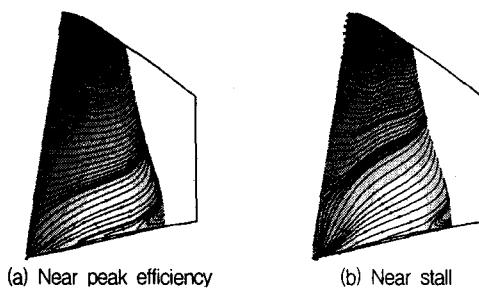


Fig. 7 Particle traces close to the blade suction side

의해 유동부양(flow lift-off)이 발생한다. 또한 동의의 밑부분 유동은 선단부의 vortex rollup의 영향을 강하게 받으며 동의의 선단부를 따라 반경방향으로 올라가는 현상을 볼 수 있다. 허브의 흡입면 말단부에서 박리기포가 관찰되며 이 구역에서도 반경방향으로 유체의 수송이 이루어 진다. Table 2에서와 같이 실속조건에서의 유량은 최고효율조건에 비해 감소하는데 유량감소는 입사각의 증가를 의미하며 Fig. 7 (b)와 같이 vortex rollup의 영향이 더 강해진다.

본 연구에서 마하수 분포는 $k-\epsilon$ 모델과 B-L 모델이 서로 큰 차이를 보이지 않았다. 다른 연구에서 대수모델과 2-방정식모델을 사용한 결과를 보면 Arnore⁽¹⁰⁾는 B-L 모델을 사용하여 R-67 동의를 해석한 결과가 Jennions 등⁽⁶⁾이 $k-\epsilon$ 모델을 이용한 해석과 마하수 분포가 매우 비슷한 결과를 보임을 언급하였고, Chima⁽⁷⁾는 천음속압축기에 대해 $k-\omega$ 모델과 B-L 모델을 같은 조건에서 시험한 결과 두 모델의 결과가 매우 비슷하였고, 두 모델 모두 후류확산을 정확하게 예측하지 못하는 결과를 얻었다. 권오준⁽¹²⁾은 비정렬격자계와 $k-\epsilon$ 모델을 이용한 R67 동의의 해석 결과를 Chima⁽³⁾가 B-L모델을 사용한 경우와 비교한 연구에서 두 연구에서 사용된 격자계나 수치기법 등의 차이를 고려할 때 두 모델이 매우 유사한 결과를 보임을 보고하였다.

2-방정식 모델은 Boussinesq의 와점성계수(eddy viscosity) 가정에서 출발하며 와점성계수 μ_t 는 등방성이다. 그러나 이러한 가정은 축류압축기와 같은 3차원 내부유동장, 특히 텁 부근과 같은 복잡한 유동장에서는 성립하지 않는다. 본 연구와 앞의 연구들에서 B-L 모델과 같은 대수모델과 와점성계수 모델의 성능이 큰 차이를 보이지 않은 것은 2-방정식모델의 복잡한 삼차

원 유동해석에 대한 한계를 드러낸 것이며, μ_t 에 비등방성을 부여한 대수용력모델(algebraic stress model)을 사용하면 성능 향상을 기대할 수 있을 것이다.

4. 결 론

본 연구에서는 3차원 압축성 Navier-Stokes 방정식을 이용해 천음속압축기의 동의를 수치해석하여 내부 유동장의 물리적 현상을 고찰하고, Baldwin-Lomax 난류모델과 $k-\epsilon$ 난류모델의 성능을 평가하였다.

최고효율조건에서는 충격파의 발생위치와 마하수 분포 등이 실험치와 근접하게 예측되었다. 실속조건에서 계산된 충격파의 모양과 구조는 실험치와 정성적으로 일치하였으나 발생위치는 정확하게 예측되지 못하였다. 동의의 흡입면에서의 유동은 충격파와 경계층의 상호작용과 역압력구배에 의해 강한 반경외향류가 형성된다. Baldwin-Lomax 난류모델과 $k-\epsilon$ 난류모델의 계산결과는 $k-\epsilon$ 모델이 유량과 효율을 더 정확히 예측하였으나, 마하수분포 및 충격파 구조의 예측에서는 두 모델이 큰 차이를 보이지 않았다. 그러므로 천음속 압축기와 같은 복잡한 3차원 유동을 더욱 정확히 해석하기 위해서는 난류의 효과를 정확히 반영할 수 있도록 비등방성을 고려한 대수용력모델이나 레이놀즈용력모델 등의 적용이 필요할 것으로 사료된다.

참고 문헌

- (1) Hah, C., Reid, L., 1992, "A Viscous Flow Study of Shock-Boundary Layer Interaction, Radial Transport, and Wake Development in a Transonic Compressor," Journal of Turbomachinery, pp. 538~547.
- (2) Copenhagen, W. W., Hah, C., Puterbaugh, S. L., 1993, "Three Dimensional Flow Phenomena in a Transonic, High-Throughflow, Axial-Flow Compressor Stage," Journal of Turbomachinery, pp. 240~248.
- (3) Chima, R. V., 1991, "Viscous Three-Dimensional Calculation of Transonic Fan Performance," NASA-TR-103800.
- (4) Chima, R. V., 1998, "Calculation of Tip Clearance Effects in a Transonic Compressor Rotor,"

- Journal of Turbomachinery, pp. 131~140.
- (5) Baldwin, B. S., Lomax, H., 1978, "Thin-Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows," AIAA paper pp. 78~257.
 - (6) Jennions, I. K., 1993, "Three-Dimensional Navier-Stokes Computations of Transonic Fan Flow Using an Explicit Flow Solver and an Implicit $k-\epsilon$ Solver," Journal of Turbomachinery, pp. 261~272.
 - (7) Chima, R. V., 1995, "A $k-\omega$ Turbulence Model for Quasi-Three Dimensional Turbomachinery Flows," 33rd Aerospace Science Meeting & Exhibit, AIAA-96-8248
 - (8) Abid, R., 1993, "Evaluation of Two-Equation Turbulence Models for Predicting Transitional Flows", International Journal of Engineering Science, Vol. 31, pp. 831~840,
 - (9) Strazisar, A. J., Wood, J. R., Hathaway, M. D., Suder, K. L., 1989, "Laser Anemometer Measurements in a Transonic Axial Flow Fan Rotor," NASA TP-2879.
 - (10) Arnore, A., 1994, "Viscous Analysis of Three Dimensional Rotor Flow Using a Multigrid Method," Journal of Turbomachinery, pp. 435~445.
 - (11) Weber, K. K., Delaney, R. A., 1991, "Viscous Analysis of Three-Dimensional Turbomachinery Flows of Body conforming Grids Using an Implicit Solver," ASME Paper No. 91-GT-205.
 - (12) 권오준, 1998, "비정렬 격자를 이용한 3차원 천음 속 펜 점성유동해석," 한국항공우주학회지, 제26권, 제4호, pp. 1~13