

히스테리시스를 고려한 전기기기의 전압원 유한요소 해석

*이 석희 김 홍규 정 현교 **홍 선기
 *서울대학교 전기공학부, **호서대학교 전기전자제어공학부

Voltage Source Finite Element Analysis of Electrical Machines Considering Hysteresis Characteristics

*Seok-Hee Lee, Hong-Kyu Kim, Hyun-Kyo Jung and **Sun-Ki Hong
 *School of Electrical Eng., Seoul Ntnl Univ., **School of Electrical Eng., Hoseo Univ.

Abstract - In this paper, voltage source FEA considering magnetic hysteresis characteristics is presented. Magnetization dependent model is used as a hysteresis model. The unknowns in finite element equation are the magnetic vector potential and current. Core model is analyzed and current waveform is compared with the experimental one. It is found that current can be accurately predicted with the voltage variation.

Index Terms - finite element analysis, magnetization-dependent model, voltage source

1. 서 론

대부분의 자성재료는 히스테리시스 특성을 갖고 있다. 전기기기의 특성을 정밀하게 해석하기 위해서는 히스테리시스를 고려해야 한다. 일반적으로 전기기기는 전압원에 의해 동작하며 전류값은 주어지지 않는다.

본 논문에서는 자성재료를 포함하는 전기기기를 해석하기 위하여, 히스테리시스를 고려한 전압원 유한요소 해석을 제안한다. 회로방정식과 암페어의 법칙을 결합하여 전압으로부터 전류를 계산해 낼 수 있다. 히스테리시스 현상을 고려하기 위하여 자화의존 프라이어자흐 모델 [1]이 사용되고, 이는 유한요소 해석 [2]과 회로 방정식과 결합된다. 이 방법을 간단한 코어 모델에 적용하여, 코일의 전류파형을 실험 결과와 비교한다. 이를 통해 전압의 변화에 따른 전류를 정밀하게 예측할 수 있음을 보인다.

2. 본론

2.1. 전압원 유한요소 해석

기존의 유한요소 해석에서 전류밀도를 입력으로 한다. 그러나 대부분의 전기기기는 전압으로 구동되고 전류값은 알 수 없다. 따라서 정밀한 해석을 위해서는 전압원 유한요소 해석이 필요하다. 전압원 유한요소 해석의 정

식화는 식(1), (2)에서 유도된다. 식(3)은 식(2)의 이산화된 형태이다.

$$\nabla \times \frac{1}{\mu} (\nabla \times \vec{A}) = \vec{j} \quad (1)$$

$$V = Ri + N \frac{d\phi}{dt} \quad (2)$$

V: 입력전압, R: 권선저항, I: 전류, N: 권선전수, ϕ : 쇄교자속

$$V = Ri + \frac{N}{\Delta t} (\phi - \phi') \quad (3)$$

Δt : 시간스텝의 간격, ϕ' : 전 시간스텝에서의 쇄교자속

식 (2)에서 현 시간스텝의 쇄교자속은 식(4)와 같이 권선영역에서의 벡터포텐셜로부터 얻을 수 있다.

$$\phi = \frac{d}{S} \sum_e \left(\frac{A_1^e + A_2^e + A_3^e}{3} \Delta^e \right) \quad (4)$$

d: 축방향 길이, Δ^e : 삼각형 요소의 면적, S: 코일부의 면적, A_i^e : 벡터 포텐셜

식 (1),(2)로부터 식 (5)의 요소 행렬식과, 식 (6) 시스템 행렬식이 얻어진다.

$$\begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_I \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & s_I \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & s_I \\ s_I & s_I & s_I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1^e \\ A_2^e \\ A_3^e \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{x1} \\ m_{x2} \\ m_{x3} \\ 0 \end{bmatrix} M_x - \begin{bmatrix} m_{y1} \\ m_{y2} \\ m_{y3} \\ 0 \end{bmatrix} M_y \quad (5)$$

$$s_{ij} = \frac{b_i b_j + c_i c_j}{4\mu \Delta^e}, \quad m_{xi} = \frac{1}{2\mu} c_i, \quad m_{yi} = 2\mu b_i$$

$$M_x, M_y: \text{자화}, \quad b_1 = y_2 - y_3, \quad b_2 = y_3 - y_1$$

$$b_3 = y_1 - y_2, \quad c_1 = x_3 - x_2, \quad c_2 = x_1 - x_3$$

$$c_3 = x_2 - x_1, \quad \mu: \text{투자율}, \quad s_I = \frac{xI \cdot N \Delta^e d}{3\Delta t \cdot S}$$

$$I = -\frac{\Delta t}{d} I$$

$$\begin{bmatrix} [S] & [S_1] \\ [S_1]^T & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [A] \\ [I] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [m_1] \\ [I] \end{bmatrix} M_x - \begin{bmatrix} [m_2] \\ [I] \end{bmatrix} M_y + \begin{bmatrix} [0] \\ V \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$R' = -\frac{d}{dt} R, \quad V' = V + \frac{N}{dt} \phi'$$

[S]: s_{ij} 를 조합하여 만들어지는 행렬

[S₁]: s_1 를 조합하여 만들어지는 행렬

2.2. 히스테리시스 특성을 고려한 유한요소 해석

히스테리시스 영역에서 각 요소의 자기 이력이 다르므로 히스테리시스 모델은 각 요소에 적용되어야 한다. 히스테리시스 모델과 유한요소 해석을 결합할 때, 유한요소 해석의 정식화는 식 (7)로부터 유도된다.

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \mu_0 \vec{H} + \vec{M} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \mu_{sp} \vec{H} + \vec{M} \\ &= \mu_0 (1 + \mu_{sp}) \vec{H} + \vec{M} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 μ_{sp} 는 가투자율로서 적당한 값을 취할 수 있고, \vec{M} 는 자화값 \vec{M} 과 μ_{sp} 로부터 직접적으로 얻어진다. 전압원 유한요소 해석에서의 자화값과 투자율은 각각 \vec{M} , $\mu_0(1 + \mu_{sp})$ 가 된다.

전압원 유한요소 해석을 통해 자속밀도가 계산되면 자화 의존 프라이자흐 모델을 사용해서 자화 \vec{M} 과 자계의 세기 \vec{H} 를 얻을 수 있다.

그림 1은 전체 계산 과정을 나타내고 있다.

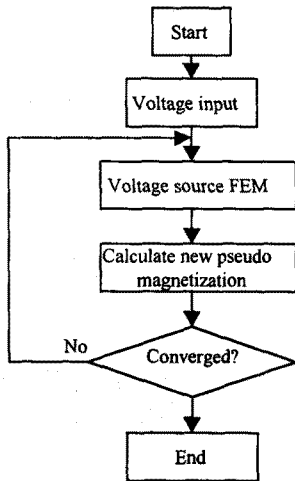


그림 1. 히스테리시스를 고려한 유한요소 해석의 흐름도

2.3. 시뮬레이션과 결과

본 논문에서 해석한 모델은 그림 2에 나타나 있는 연철 자성재료로 된 링형 코어이다. 링 주위에 감겨져 있는 코일에 정현파의 전압이 인가된다. 해석된 결과를 실

험 결과와 비교하여 그 타당성을 보인다. 해석을 통해 코일에서의 전류파형 및, 각 요소에서의 자속밀도와 자계의 세기가 얻어진다.

그림 3은 정현적 전압에 대한 전류파형을 나타내고 있다. 과도상태의 전류값은 정상상태에 비해 더 큰 값을 갖는다. 이 해석 결과는 실험과 잘 일치한다. 따라서 제안된 방법을 통해 전압의 변화에 따른 전류값을 정밀하게 예측할 수 있음을 알 수 있다.

링 영역에서, 각 요소의 위치에 따라 자기적인 상태가 다르므로 각각의 요소는 서로 다른 자기이력을 갖는다. 그림 4에는 정상상태에서의 B-H 루프를 보여주고 있다. 그림 4(a), (b)는 각각 바깥쪽과 안쪽 요소의 B-H 루프를 나타내고 있다. 안쪽 요소의 자료가 바깥쪽 요소의 자료보다 짧기 때문에 안쪽 요소의 자계의 세기가 바깥쪽 요소에 비해 더 크다. 그림 4는 이를 잘 나타내고 있다.

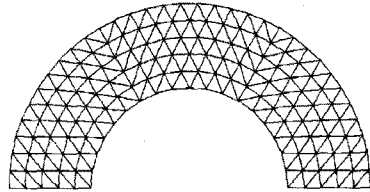
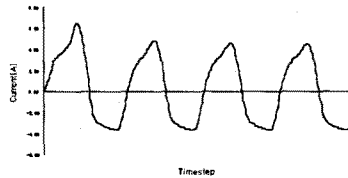
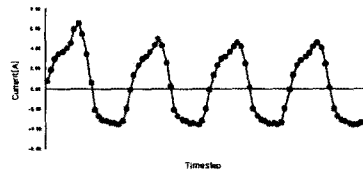


그림 2. 해석 모델

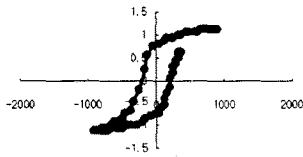


(a) 해석 결과

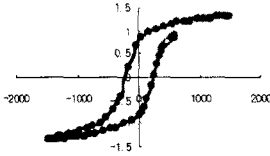


(b) 실험 결과

그림 3. 과도상태의 전류파형



(a) 바깥쪽 요소



(b) 안쪽 요소

그림 4. 정상상태에서의 히스테리시스 루프

3. 결 론

본 논문에서는 히스테리시스를 고려한 유한요소 해석이 제안되었다. 히스테리시스 특성의 해석을 위해 자화의존 프라이자흐 모델이 사용되었고, 전압원 유한요소 해석과 결합되었다. 해석 결과와 실험 결과의 비교를 통해 이 방법이 인덕터나 변압기 등의 돌입전류를 해석할 수 있음을 알 수 있다. 더 나아가, 이 방법은 일반적인 전기기기의 해석에도 적용될 수 있다.

(참 고 문 헌)

- [1] F.Vajda and E.Della Torre, Relationship between the Moving and the Product Preisach Models, *IEEE Trans. on Magn.*, Vol.27, No.5, pp.3823-3826, September, 1991.
- [2] Sun-Ki Hong, Hong-Kyu Kim, Jang-Sung Chun and Hyun-Kyo Jung, "Finite Element Analysis in Electromagnetic System Considering Vector Hysteresis Characteristics," *IEEE Trans. on Magn.*, Vol. 33, No.2, pp.1604-1607, March, 1997.
- [3] Singiresu S. Rao, "Engineering Optimization Theory and Practice", *John Wiley & Sons, Inc.*, 1996
- [4] Kohshi Okumura and Akira Kishima, Digital Simulation of Hysteretic Characteristics and its Applications, *IEEE Japan Transactions part B*, Vol. 103, No.7, pp.451-458