

최적 다변수 H<sub>∞</sub> 제어 시스템 설계 및 비선형 시뮬레이션

황현준\*, 김동완\*\*, 도대호\*, 최종현\*, 조원래\*  
 \*포항 1 대학 전기과, \*\*동명대학 전기과

Optimal Multivariable H<sub>∞</sub> Control System Design and Nonlinear Simulation

H. J. Hwang\*, D. W. Kim\*\*, D. H. Do\*, J. H. Choi\*, W. R. Cho\*  
 \*Dept. of Elec. Pohang College, \*\*Dept. of Elec. Dong-Myung College

**Abstract** - The aim of this paper is to suggest a design method of the optimal multivariable H<sub>∞</sub> control system using genetic algorithm(GA). This H<sub>∞</sub> control system is designed by applying GA to the optimal determination of weighting functions and design parameter  $\gamma$  that are given by Glover-Doyle algorithm which can design H<sub>∞</sub> controller in the state space. The effectiveness of this H<sub>∞</sub> control system is verified by nonlinear simulation.

1. 서 론

최근까지 H<sub>∞</sub> 제어를 설계하기 위한 적절한 가중치 함수와 설계 파라미터  $\gamma$ 의 선정은 최적의 가중치 함수와  $\gamma$ 를 선정하기 위한 다수의 방법[1-3]들이 발표되었음에도 불구하고 실제 적용상의 어려움 등으로 인하여 시행착오적인 방법에 크게 의존하고 있다. 실제로 최적의 가중치 함수와  $\gamma$ 를 선정하기 위한 대부분의 방법들은 특정한 조건하에서 복잡한 최적화의 과정을 요구하고 있으며 가중치 함수들과  $\gamma$  사이의 상호의존성에도 불구하고 어느 한쪽을 고정시키고 최적화를 행하므로 동시 최적화를 할 수 없는 결점이 있다.

1970년대 초반 J. Holland에 의해 제시된 유전 알고리즘(genetic algorithm : GA)[4]은 자연계에 존재하는 적자생존의 원리를 이용하여 적합도가 큰 문자열을 다음 세대에 복제함으로써 전역해를 찾아가는 최적화 기법중의 하나이다.

본 연구에서는 유전 알고리즘을 사용하여 가중치 함수와 설계 파라미터  $\gamma$ 를 동시에 최적화함으로써 동작점의 변화에 따른 시스템의 모델링 오차 및 상태 변수들의 결합에도 불구하고 강인한 안정성과 기준모델에 따른 최적의 명령추종성을 가지는 모델 추종형 보일러-터빈 H<sub>∞</sub> 제어 시스템을 설계한다. 이를 위한 첫 번째 방법은 강인한 안정성을 가지는 해집단내에서 유전 알고리즘을 사용하여 설계사양에 따른 기준모델의 출력을 최적으로 추종하도록 가중치 함수의 이득 및 설계 파라미터  $\gamma$ 를 동시에 최적화하는 것이며 두 번째 방법은 이득 및 설계 파라미터  $\gamma$ 와 함께 가중치 함수의 동특성을 최적화하는 것이다. 끝으로 비선형 시뮬레이션을 통하여 설계된 다변수 보일러-터빈 H<sub>∞</sub> 제어 시스템의 성능을 비교고찰하고 그 유용성을 확인한다.

2. 본 론

2.1 다변수 보일러-터빈 시스템

본 연구에서는 160MW급 화력발전소용 보일러-터빈 시스템에 대한 Bell과 Åström의 비선형모델[5]을 사용하여 다변수 보일러-터빈 H<sub>∞</sub> 제어를 설계한다. 비선형모델은 식(1)과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -0.0018u_2x_1^3 + 0.9u_1 - 0.15u_3 \\ \dot{x}_2 &= (0.073u_2 - 0.016)x_2^3 - 0.1x_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 &= (141u_3 - (1.1u_2 - 0.19)x_1)/85 \\ y_1 &= x_1, \quad y_2 = x_2 \\ y_3 &= 0.05(0.13073x_3 + 100a_o + q_o/9 - 67.975) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $x_1, x_2, x_3$ 는 각각 드럼 증기압[kg/cm<sup>2</sup>], 전기적 출력[MW], 드럼내의 유체밀도[kg/cm<sup>3</sup>]를,  $u_1, u_2, u_3$ 는 보일러 연료 조절기의 위치, 증기 조절밸브의 위치, 급수 조절기의 위치를 나타낸다. 또한 출력  $y_3$ 는 드럼수위(m)를 나타내며 증기의 질을 나타내는 계수  $a_{os}$ 와 증기의 증발률[kg/sec]  $q_o$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} a_{os} &= \frac{(1 - 0.001538x_3)(0.8x_1 - 25.6)}{x_3(1.0394 - 0.0012304x_1)} \\ q_o &= (0.854u_2 - 0.147)x_1 + 45.59u_1 - 2.514u_3 - 2.086 \end{aligned} \quad (2)$$

H<sub>∞</sub> 제어를 설계하기 위한 선형모델 및 모델링 오차는 참고문헌 [5]에 잘 나타나 있으므로 본 연구에서는 이를 생략한다.

2.2 GA를 이용한 최적 다변수 H<sub>∞</sub> 제어 시스템 설계

이득 파라미터( $g_{w1i}, g_{w2}$ )와 함께 가중치 함수의 형태를 결정하는 동특성 파라미터( $p_{w1i}, p_{w2i}, p_{w3}$ )를 다음 식들과 같이 변수로 주고  $\gamma$ 와 함께 동시에 최적화한다.

$$\begin{aligned} W_1(s) &= \begin{bmatrix} w_{11}(s) & 0 & 0 \\ 0 & w_{12}(s) & 0 \\ 0 & 0 & w_{13}(s) \end{bmatrix} \\ &= \frac{g_{w1} \times (s + p_{w1i})}{s^2 + (0.0001 + p_{w2})s + (0.0001 \times p_{w3})} \times I_3 \end{aligned} \quad (4)$$

$$W_2(s) = \frac{g_{w2} \times (s + p_{w2})}{s + 100 \times p_{w3}} \times I_3 \quad (5)$$

보일러-터빈 H<sub>∞</sub> 제어 시스템이 가중치 함수를 및 설계 파라미터  $\gamma$ 와 의 구속조건에도 불구하고 강인한 안정성을 보장하며 외란제거 및 설계사양에 따른 만족스러운 응답속도를 가지기 위해서는 주어진 탐색구간의에도 최적화에 따른 실질적인 제한조건들이 필요하다. 이를 위해 외란  $D_d(s)$ 와 모델링 오차  $E_m(s)$  및 투프전달함수  $L(s)$ 에 대해 식(6) 및 식(7)과 같은 제약조건들을 주어 최적화를 행한다.

$$D_d(j\omega) \leq \alpha L(j\omega), \quad \text{at } \omega \leq \omega_l \quad (6)$$

$$\bar{\alpha} L(j\omega) \leq E_m^{-1}(j\omega), \quad \text{at } \omega_h \leq \omega \quad (7)$$

여기서 상·하한치  $\omega_l$ 과  $\omega_h$ 는 보일러-터빈 H<sub>∞</sub> 제어 시스템의 응답속도( $\omega_c = 0.15$ [rad/sec])와 외란 및 모델링 오차의 유효주파수를 고려하여 식(8)과 같이 선정하였다.

$$\omega_l = 0.05 < \omega_c < 0.2 = \omega_h \quad (8)$$

본 연구에서는 보일러-터빈 H<sub>∞</sub> 제어 시스템이 설계사양에 따른 최적의 명령추종성을 가지도록 식(9)와 같이 적절한 기준모델을 선정 후 그림 1과 같이 유전 알고리즘을 사용하여 플랜트의 출력이 기준모델의 출력을 추종하도록 하였다. 기준모델은 최적의 명령추종성 및 설

계사양에 따른 시스템의 응답속도 등을 고려하여 대역폭  $\omega_b$ 가  $0.15(\text{rad/sec}) (\cong \omega_c = 0.15(\text{rad/sec}))$  정도이며 오버슈트가 없는 1차 모델로 선정하였다.

$$M_d(s) = \frac{0.15}{s + 0.15} \times I_3 \quad (9)$$

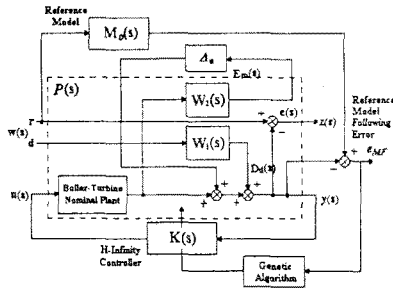


그림 1 GA를 이용한 모델 추종형 보일러-터빈  $H_\infty$  제어 시스템.

또한 시스템의 출력  $y_j(k(t))$ 와 기준모델의 출력  $y_{mj}(k(t))$ 와의 차이를 기준모델 추종오차  $e_{MFU}(k(t)) = |y_{mj}(k(t)) - y_j(k(t))|$ 로 하여 적합도  $fit$ 를 구하면 식(10) 및 식(11)과 같다. 단  $i, j = 1, 2, 3$ 은 각각 앞제 입력과  $j$ 번째 출력을 나타낸다. 여기서  $k(t+1) = k(t) + T_s$ ,  $k(1) = 0(\text{sec})$ 이며  $T_s = 3.5(\text{sec})$ 는 샘플링시간을 나타낸다.

$$err_{fit} = \frac{1}{9} \times \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^3 |e_{MFU}(k(t))|$$

$$= \frac{1}{9} \times \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^3 (y_{mj}(k(t)) - y_j(k(t))) \quad (10)$$

$$fit = \frac{1}{1 + err_{fit}} \quad (11)$$

### 2.3 비선형 시뮬레이션 및 비교고찰

본 장에서는 2.2절에서 제시한 방법(방법 2)에 따라 모델 추종형 최적 보일러-터빈  $H_\infty$  제어를 설계하고 비선형 시뮬레이션을 통해 그 성능을 비교고찰한다. 유전 알고리즘에서 사용된 파라미터들과 계산시간 및 적합도 그리고 선정된 가중치 함수의 이득, 동특성 파라미터 및 설계 파라미터  $\gamma$ 는 표 1과 같다. 단 표 1에서는 비교고찰을 위하여 시행착오법의 경우 및 설계 파라미터  $\gamma$ 와 함께 가중치 함수의 이득 파라미터만을 최적화한 경우(방법 1)에 대한 적합도를 함께 나타내었다.

표 1 유전 알고리즘에서 사용된 파라미터 및 적합도 그리고 선정된 이득 및 동특성 파라미터와  $\gamma$

	$g=11$	$g=12$	$g=13$	$g=7$	$\gamma$	$m^2/s^2$	$err_{fit}$
Trial-&-Error	0.0010	0.0011	0.0012	50.0000	1.5000	-	0.4347/ 0.6970
Method 1	0.0015	0.0012	0.0032	89.5276	1.2847	36.30.50	0.3024/ 0.7878
Method 2	0.0030	0.0078	0.0024	35.0000	1.0556	75.30.50	0.1330/ 0.8826
	$P_{w11}$	$P_{w12}$	$P_{w13}$	$P_{w21}$	$P_{w22}$	$P_{w23}$	$P_{w3}$
Trial-&-Error	5.0000	5.0000	5.0000	0.0500	0.0500	0.0500	10.0000
Method 1	5.0000	5.0000	5.0000	0.0500	0.0500	0.0500	10.0000
Method 2	7.0378	0.3736	4.6592	0.3688	0.1373	0.1026	5.4275

그림 2 ~ 그림 4는 설계된 보일러-터빈  $H_\infty$  제어 시스템의 3개의 출력( $y_1$ : 드럼 증기압( $\text{kg/cm}^2$ ),  $y_2$ : 전기적 출력( $\text{MW}$ ),  $y_3$ : 드럼수위( $\text{m}$ ))에 대한 각각의

계단응답을 나타낸 것이다. 본 연구에서는 식(1)의 보일러-터빈 시스템에 대한 비선형 방정식과 공칭 동작점  $y^0 (= [108 \ 66.65 \ 0]^T)$ 를 기준으로 다음의 3가지 경우에 대한 각각의 비선형 시뮬레이션을 행한다.

$$\text{Case I : } y_1(t) = 108 + 10u_i(t-10), y_2(t) = 66.5, y_3(t) = 0 \quad (12)$$

$$\text{Case II : } y_1(t) = 108, y_2(t) = 66.5 + 20u_i(t-10), y_3(t) = 0 \quad (13)$$

$$\text{Case III : } y_1(t) = 108, y_2(t) = 66.5, y_3(t) = 0 + 0.1u_i(t-10) \quad (14)$$

Case I ~ Case III에 대한 그림들로부터 적합도가 상대적으로 높은 방법 1( $fit = 0.7678$ ) 및 방법 2( $fit = 0.8826$ )의 경우가 그 과도응답특성이 시행착오법( $fit = 0.6970$ )에 비해 상당히 개선되었음을 알 수 있다. 이러한 사실은 시행착오법에 의한  $H_\infty$  제어기를 설계할 때 최적화 알고리즘인 유전 알고리즘 및 기준모델에 따른 모델 추종의 개념을 도입하지 않은 결과이다. 한편 적합도가 가장 높은 방법 2의 경우가 상대적으로 적합도가 낮은 방법 1의 경우에 비해서 그 과도응답특성이 개선되었음을 알 수 있다. 따라서 설계사양에 따른 좀 더 나은 출력특성을 얻기 위해서는 방법 2와 같이 가중치 함수의 동특성을 최적화하는 것이 필요하다. 또한 그림들로부터 설계된 모델 추종형  $H_\infty$  제어 시스템은 다변수 시스템에 따른 입력과 출력사이의 결합문제를 적절히 해결하고 있음을 알 수 있다.

### 3. 결론

본 연구에서는 유전 알고리즘을 사용하여 가중치 함수와 설계 파라미터  $\gamma$ 를 동시에 최적화하는 2가지 방법을 각각 제시하고 시스템의 모델링 오차에 대한 강한 안정성과 기준모델에 따른 최적의 명령추종성을 가지는 모델 추종형 보일러-터빈  $H_\infty$  제어 시스템을 설계하였다. 또한 비선형 시뮬레이션을 통하여 설계된 보일러-터빈  $H_\infty$  제어 시스템의 성능을 비교고찰하고 그 유용성을 확인하였다. 설계된 보일러-터빈  $H_\infty$  제어 시스템은 % 오버슈트와 상승시간 및 정정시간이 기준모델과 마찬가지로 설계사양을 만족한다. 반면에 가중치 함수의 이득만을 고려한 경우 시행착오법의 경우는 기준모델에 대한 추종오차가 제시된 방법의 경우보다 상대적으로 크다. 따라서 설계사양에 따른 좀 더 나은 출력특성을 얻기 위해서는 제시된 방법과 같이 이득과 함께 가중치 함수의 동특성을 최적화하는 것이 필요하다.

### [참고 문헌]

- [1] F. B. Yeh, T. S. Hwang, "Optimal Sensitivity Bound Estimation and Controller Design," *Int. J. Control*, vol. 47, no. 4, pp. 979-984, 1988.
- [2] C. D. Yang, H. S. Ju, S. W. Liu, "Experimental Design of  $H_\infty$  Weighting Functions for Flight Control Systems," *J. Guidance, Control and Dynamics*, vol. 17, no. 3, pp. 544-552, May-June, 1994.
- [3] A. Grace, A. J. Laub, J. N. Little, C. M. Thompson *Robust Control and Control System Toolbox for MATLAB*, Math-Works, 1992.
- [4] D. E. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, Addison-Wesley Publishing Company, 1989.
- [5] W. H. Kwon, S. W. Kim, P. G. Park, E. K. Kim, "Design of a Boiler-Turbine Control System Using a Modified LQG/LTR Method," *Trans. KIEE*, vol. 39, no. 2, pp. 199-209, 1990.

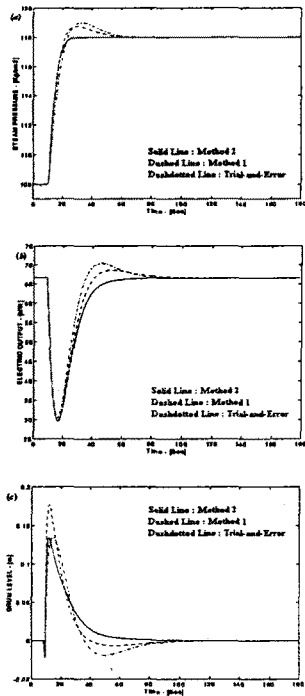


그림 2 보일러-터빈 시스템에 대한 시간응답  
(Case I) : (a) 드럼 증기압 ;  
(b) 전기적 출력 ; (c) 드럼수위.

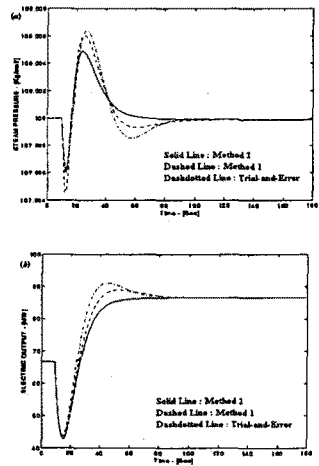


그림 3 보일러-터빈 시스템에 대한 시간응답  
(Case II) : (a) 드럼 증기압 ;  
(b) 전기적 출력 ; (c) 드럼수위.

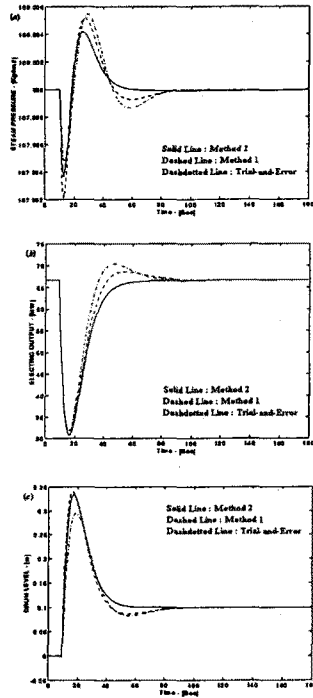


그림 4 보일러-터빈 시스템에 대한 시간응답  
(Case III) : (a) 드럼 증기압 ;  
(b) 전기적 출력 ; (c) 드럼수위.