

외란 있는 시스템에 대한 속도 제어기 설계.

* 이 용 곁* , 박 호 철** , 원 용 규*** , 정 찬 수*
 *숭실대학교 전기공학과 **한전기공 ***서울 정수 기능대학

Speed Controller Design for Disturbance system.

* Yong-Geal Lee*, Ho-Cheol Park**, Yong-Kyu Won***, Chan-Soo Chung*
 *Dept. of Electrical Eng. SoongSil Univ **K.P.S. ***Seol-JungSoo Polytechnic College

Abstract - In this paper, speed controller design for disturbance system is explained robust control for disturbance. This paper usig CDM. It has highest sensitivity in plant variation and disturbance. After that computer simulation were executed to confirm ability of compared with PID controller.

1. 서 론

시스템의 상수나 부하의 변화에 따라서 페루프 시스템의 상승시간, 정착 시간 등이 함께 변화하게되어 부하의 변동에 관계없이 일정한 특성을 갖는 시스템이 필요한 경우 강인 제어 설계기법이 필요하게되었다. 강인 제어는 크게 주파수 해석을 이용한 방법과 상태 방정식을 이용한 방법으로 나눌 수 있는데 수학적으로는 완벽하지만 기존의 강인 제어기법만을 이용해서 이 문제를 해결하려 할 경우 설계된 제어기의 차수가 커져서 신뢰성 있는 제어기의 구현이 어렵게되고 실제로 산업 현장에서 적용하여 사용하기에는 어느 정도의 부담이 생기게 된다. 따라서 본 논문에서는 최근 활발하게 연구되고 있는 CDM(coefficient Diagram Method)기법을 사용하여 강인한 제어기를 설계하고자 한다.[3],[8] CDM은 시간응답, 안정성 및 강인성을 동시에 고려하면서 페루프 시스템의 특성방정식을 쉽게 알 수 있도록 하며, 대수적인 방정식으로 표현되기 때문에 간단하게 매개 변수들 사이의 관계를 알 수 있다.[6] 여러 가지 현대 제어 설계기법들이 쉽고 간단하게 제어기를 설계하기 어렵는데 반하여 CDM의 가장 큰 특징은 전문가가 아닌 비전문가도 쉽게 이해 할 수 있고 만족할 만한 간단한 제어기를 설계 할 수가 있다는 것이다. 따라서 본 논문에서는 CDM기법을 이용하여 설계조건에 만족하는 저차의 제어기와 또한 강인성을 고려한 제어기를 서로 잘 결합시켜서 하나의 제어기를 설계하고 이것을 플랜트에 적용하여서 그것의 능력을 알아보고자 하며, 산업현장에서 가장 일반적으로 널리 사용되고 있는 PID를 같은 조건하에서 비교하여 그 효용성을 알아보고 한다.

2. 본 론

2.1 CDM(Coefficient Diagram Method)

CDM은 Lipatov의 안정조건과 Chen이 제안한 방법 [1]을 사용하여 최상의 페루프 시스템이 되도록 하는

제어기를 비교적 간단하게 설계하는 방법이다. 특히 Manabe 표준형에 의한 방법은 스텝응답이 오버슈트가 없고, 차수에 무관하게 거의 동일한 응답특성을 나타내는 장점이 있다. CDM으로 설계하는 방법은 다음과 같이 할 수 있다.

첫째, 설계명세들이 CDM의 설계명세로 변형하는 것이다.

둘째, 극 배치 과정으로 γ_i 와 τ 만으로 원하는 페루프 특성다항식의 계수를 계산한다. 이때 제어기의 차수가 적당하게 선택되면 Diophantine 식의 해가 유일하게 주어지므로 제어기 파라미터를 쉽게 구할 수 있다.

셋째, 페루프 안정도는 설계파라미터가 안정도 충분조건에 맞도록 함으로써 보장된다.

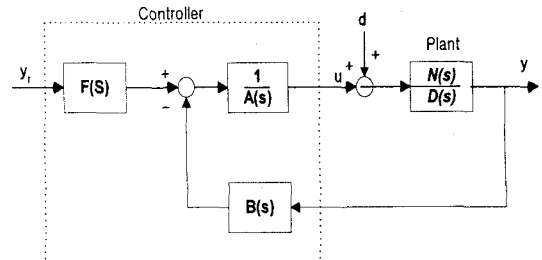


그림 1. Standard block diagram for CDM

그림 1은 일반적인 CDM의 블록 선도이다. 페루프 시스템의 특성방정식을 다음과 같이 가정한다.

$$\begin{aligned}
 \Delta(s) &= A(s)D(s) + B(s)N(s) \\
 &= a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

안정도지수 γ_i , 등가시정수 τ ,와 안정도 한계지수 γ_i^* 를 다음과 같이 정의하면

$$\gamma_i = \frac{a_i^2}{a_{i+1} a_{i-1}}, \quad i = 1 \sim n-1,
 \tag{2}$$

$$\tau = \frac{a_1}{a_0},
 \tag{3}$$

$$\gamma_i^* = \frac{1}{\gamma_{i+1}} + \frac{1}{\gamma_{i-1}}, \quad i = 1 \sim n-1, \quad \gamma_0 = \gamma_\infty = 0 \tag{4}$$

안정도 지수의 표준형(Manabe form)은 다음과 같다.

$\gamma_1=2.5, \gamma_2=\gamma_3=\dots=\gamma_{n-1}=2$ (5)
표준형 중 $\gamma_1=2.5, \gamma_2=\gamma_3=2$ 값은 시스템의 안정을 위해서 권고 사항이고, 나머지 항에 대해서는 $\gamma_i > 1.5 \gamma_i^*$, $4 \leq i \leq n-1$ 로 가능하다.

안정도 조건(2): 식(1)은 다음의 조건을 만족한다면 안정하다. 즉 모든 i 에 대하여

$$a_i > 1.1237 \left[\frac{a_{i-1}}{a_{i+1}} a_{i+2} + \frac{a_{i+1}}{a_{i-1}} a_{i-2} \right] \quad (6)$$

$$\gamma_i > 1.237 \gamma_i^*, \quad i=1 \sim n-1.$$

2.2 강인도 계수

전달 함수로 표현된 시스템 각각의 파라미터 변화에 대한 강인성을 보장하기 위해서 다음과 같은 구간 다항식을 가정한다.(7)

$$\Delta(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0$$

$$a_i \in [a_i^{\min}, a_i^{\max}] \quad (7)$$

구간 다항식이 모든 파라미터 공간에서 Hurwitz을 만족하기 위한 충분 조건을 구하기 위해서 다음과 같은 강인도 계수 $\gamma_i^*(i=1, 2, \dots, n)$ 를 정의한다.

$$\gamma_i^* = \min \left[\frac{(a_i^{\min})^2}{a_{i+1}^{\min} a_{i-1}^{\max}}, \frac{(a_i^{\min})^2}{a_{i+1}^{\max} a_{i-1}^{\min}} \right] \quad (8)$$

$$(i=1, 2, \dots, n-1)$$

강인도 계수 $\gamma_i^*(i=1, 2, \dots, n)$ 가 다음 조건을 만족하면

$$\sqrt{\gamma_{i-1}^* \gamma_i^*} > 1.4656 \quad (9)$$

특성 다항식은 Hurwitz 안정도를 만족한다. 그러나 실제의 제어기 설계에 이용하기에는 복잡하기 때문에 여기서는 범위가 줄어들지만 사용하기 편리한 다음의 정의를 사용한다.

즉 강인도 계수 $\gamma_i^*(i=1, 2, \dots, n)$ 가 다음조건을 만족하면 특성 다항식은 Hurwitz 안정도를 만족한다.

$$\gamma_i^* > 1.4656 \quad (10)$$

2.3 적용예

실제로 적용할 플랜트는 DC-모터로 정하였고 다음과 같이 모델링 할 수 있다..

$$J\dot{\theta} + b\theta = K_i \quad (11)$$

$$L \frac{di}{dt} + Ri = V - K_e \theta \quad (12)$$

$$T = K_t i \quad e = K_e \theta \quad (13)$$

여기서 입력력 변수와 상태변수, 전기적·기계적 파라미터는 다음과 같다.

V : 입력전압, b : 마찰계수=0.1Nm/s
 $K = K_e = K_t$: 기전력 상수=0.001Nm/amp
 R : 전기저항 = [1, 0.5]ohm
 L : 전기자 인덕턴스 = [1.5, 0.5] H
 T : torque e : 역기전력 θ : 회전각
 J : 모터관성=[0.04, 0.01] kg m²/s²

따라서 이러한 DC모터에 대하여 본 논문에서 해결하고자 하는 문제는 어떠한 외란으로 시스템의 파라미터 값이 변하고 이로 인해서 속도가 변하게되는데 이때 원래 원하는 속도를 추종하는 외란에 강인한 제어기를 설계하는 것이 목적이다. 시스템의 상태 방정식은 다음과 같다.

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$

$$\text{여기서 } x = \begin{bmatrix} \omega \\ i \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} -\frac{b}{J} & \frac{K}{J} \\ -\frac{K}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} \quad C = [1 \ 0] \quad (14)$$

플랜트에 대한 전달함수는 다음과 같다.

$$G_p(s) = \frac{K}{Js^2 + (JR + Lb)s + K^2} \quad (15)$$

CDM기법으로 설계한 제어기는 그림1에서

$$A(s) = l_2 s^2 + l_1 s + l_0$$

$$B(s) = k_2 s^2 + k_1 s + k_0$$

$$G_c(s) = \frac{k_2 s^2 + k_1 s + k_0}{l_2 s^2 + l_1 s + l_0} \quad \text{이고} \quad (16)$$

전체 시스템에 대한 전달함수는 $G_0(s)$ 는

$$\frac{[a_{n_{\min}}, a_{n_{\max}}]}{[a_{n_{\min}}, a_{n_{\max}}]s^4 + [b_{n_{\min}}, b_{n_{\max}}]s^3 + [c_{n_{\min}}, c_{n_{\max}}]s^2 + [d_{n_{\min}}, d_{n_{\max}}]s + [e_{n_{\min}}, e_{n_{\max}}]}$$

(17)

각각의 계수의 min 과 max값을 구한 후 강인도 계수 $\gamma_i^*(i=1, 2, \dots, n)$ 값이 식(10)을 만족하면 강인한 제어기를 구할 수 있다.

2.4 시뮬레이션.

제안된 CDM기법 제어기의 타당성을 입증하기 위해 모의 실험을 하였다. 원하는 속도는 250(rpm)으로 하고 외란이 들어갈 때 시스템의 변화에 얼마나 강인한가를 알아보았다. 또한 가장 일반적으로 널리 사용되어지는 PID와 성능을 비교하여서 강인한 CDM기법 제어기의 우수성을 알아본다. 여기에서 일정속도로 회전하고 있는 상태에서 부하가 걸렸을 때 토크가 변하는데 이때 부하의 증감을 외란으로 생각하였다

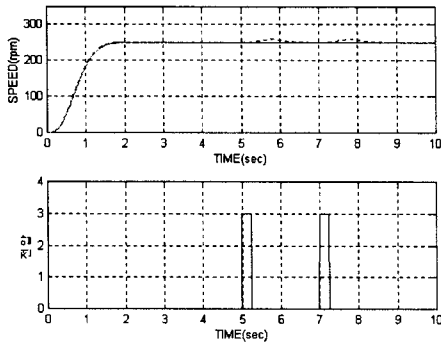


그림 2. CDM으로 설계한 제어기의 속도 응답

실선은 외란이 없을 경우이고, 점선은 외란이 5초에서 생길 때이다.

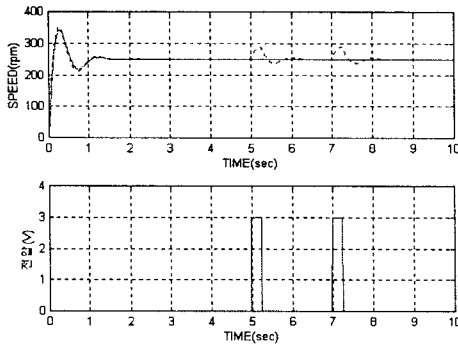


그림 3. PID의 속도 응답

위 그림에서 외란이 없을 때는 실선이고, 5초에 외란이 생긴 것은 점선으로 표현하였다.

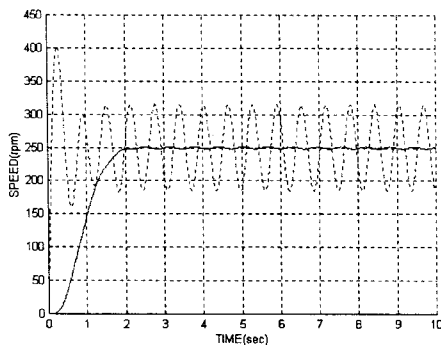


그림 4. PID와 CDM설계 제어기의 외란에 대한 강인성 비교

위의 그림은 PID와 CDM방법으로 설계한 두 개에 외란으로 sin 값을 주어 두 성능을 비교하였다. CDM기법 제어기와 PID의 강인성을 각각 외란이 있을 경우와 없을 경우 속도제어로 비교하였다. 이때 외란에 대한 강인성은 CDM기법 제어기가 뛰어난 것을 볼 수 있다.

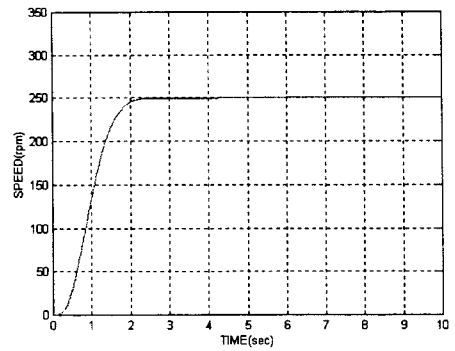


그림 5. $R=0.5 \Omega$, $L=1H$, $J=0.01 \text{ kg m}^2 / \text{s}^2$ CDM제어기

그림2의 실선은 $R=1 \Omega$, $L=1.5H$, $J=0.04 \text{ kg m}^2 / \text{s}^2$ 인 max경우이고, 그림5는 파라미터가 min 경우이다. 두 그림 모두다 강인성을 보이고 있다 그러나 비교해 보면 max일 경우 min 일 경우 보다 수렴 속도가 빠름을 볼 수 있다.

3. 결 론

본 논문에서는 CDM를 이용한 강인한 제어기 설계를 알아보았다. 일반적으로 강인한 제어기 설계기법은 외란 등 파라미터의 변화에 강인한 특성을 가지고 있으나 차수의 증가로 인한 실제의 적용에는 한계가 있다. 본 논문에서는 구간 다항식으로 표현된 대상 플랜트에 대해 강인성을 가지는 제어기를 차수를 줄이고 좀더 쉽게 적용할 수 있는 CDM기법으로 설계하는 방법을 제시하였다.

(참 고 문 헌)

- [1] Chen, C. T, "Introduction to the linear algebraic method for control system design", IEEE Contr Syst Mag, Vol 7, pp 36-42, 1987.
- [2] Lipatov, A. V and N. I. Sokolov, "Some sufficient conditions for stability and instability of continuous", linear stationary systems, translated from Automatika Telemekhanika, 9, 30-37, 1978; Automat, Remote Control, 39, 1285-1291, 1979.
- [3] S. Manabe, "Lecture note on an Algebraic Approach to control system design : Coefficient Diagram Method", 충북대학교, 1997, 12.
- [4] 김정환, 정태진, 정찬수, "CDM방법을 사용한 선형시스템의 신뢰성있는 소음제어기 설계", 대한전기학회 하계학술대회의, B권, pp 654-656, 1998
- [5] 김영철, 주성준, 강환일,외 2인 "계수도법: 개설", KACC, I, pp 772-775, 1998
- [6] 이은호, 김영철, "비교분석 방법을 이용한 계수도법 제어기의 강인성 해석", KACC, I, pp 776-779, 1998
- [7] 주성준, 박영배, "리파토프 정리를 이용한 강인한 제어기 설계", KACC, I, pp 784-787, 1998
- [8] S. Manabe, Y. C. Kim and H. I. Kang "Lecture note on A New Polynomial Approach for Controller Design : Coefficient Diagram Method", 충북대학교, 1999