

CDM을 이용한 소형 밀폐 공간 내의 소음제어

박장관\*      구춘근      이해수      정찬수  
 송실대학교      성남기능대학      경기공업대학      송실대학교

ANC in the small cavity using CDM

Jang-kwan, Park\*    Choon-keun, Koo    Hae-soo, Lee    Chan Soo, Chung  
 Soongsil UNI, Electrical Engineering, Automatic Control Lab.

**Abstract** - For active noise control system, one would choose one of two methods : Fixed control design and Adaptive filter design. Each one has its own advantages. But fixed controller design method prefer for active noise control in a small cavity system. In this paper, we design a controller for the small cavity system using CDM and compare controller using CDM with  $H_\infty$ . The order of the resulting controller is lower than that of the robust  $H_\infty$  design, which means CDM will be more prefer for implementation purpose designs.

림(1)과 같은 폐환구조를 가지고 있다. 그림(1)에서  $A_p(s)$  와  $B_p(s)$  는 플랜트 전달함수의 분모와 분자항 이고,  $A_c(s)$  와  $B_c(s)$  는 제어기의 전달함수의 분모와 분자항을 의미하며 2차 제어기의 전체 시스템 특성다 항식은 식(1), 식(2)와 같이 정의된다.

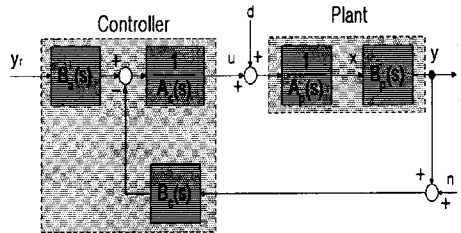


그림 1 CDM의 기본 블록 다이어그램  
 Fig. 1 Standard Block Diagram

1. 서 론

대부분의 선형 시불변 동적 시스템에 대한 제어이론은 궁극적으로 시스템이 가지는 특성다항식의 계수와 입, 출력의 상호관계로부터 나머지 계수를 적당히 선택하는 문제로 귀결될 수 있다. 또한 설계된 제어기는 전체 시스템의 안정도를 보장함과 동시에 외란과 시스템의 섭동에 대한 강인성을 지니고 있어야 한다. 이러한 문제들을 해결하기 위하여 많은 고전제어 및 현대 제어 이론이 제시되어 왔다.

제어기의 불확실 성분을 고려한  $H_\infty$  이론으로 제어기를 설계할 경우 앞에서 설명한 특성들을 만족하는 제어기를 설계할 수 있지만 제어기의 고차화 현상을 피할 수 없고 제어기를 실제적으로 구현할 때 전문적인 시스템에 관한 지식과 경험이 요구되며 신뢰성과 경제성이 떨어지는 단점이 발생하게 된다.

본 논문에서는 소형밀폐공간 내에서의 소음제어기를 CDM 설계기법[1,2]으로 설계하고 이를 이용하여  $H_\infty$  이론으로 설계한 제어기[3]의 성능과 비교함으로써 저차의 간단한 구조로도 제어기설계가 가능함을 보인다.

2. 본 론

2.1 CDM의 설계 기법

지금까지 선형시불변 시스템의 제어기를 설계하는 방법에 있어 보편적으로 Routh's 안정도 해석과 전체 시스템의 특성방정식을 적당히 선정하고 입력력관계에 의한 이득을 조정해 주면서 제어기의 파라미터를 결정하는 방법이 많이 연구되어 왔다.

CDM 설계기법은 이를 발전시켜 특성다항식의 계수로 구현되는 다이어그램을 Lipatov 안정도 충분조건[1]으로 해석하고 trade-off 방식으로 시스템의 안정도, 고속응답성을 보장하는 저차의 특성다항식을 가지는 제어기를 설계하는 방법을 말한다.

CDM에서 제안하는 시스템의 블록 다이어그램은 그

$$P(s) = A_c(s)A_p(s) + B_c(s)B_p(s) \quad (1)$$

$$A_c(s) = l_2s^2 + l_1s + l_0, \quad B_c(s) = k_2s^2 + k_1s + k_0 \quad (2)$$

특성다항식  $P(s)$ 는 다음 식(3)과 같이 주어진다.

$$P(s) = a_ns^n + \dots + a_1s + a_0 = \prod_{i=0}^n a_i s^i \quad (3)$$

안정도 지표  $\gamma_i$ , 등가 시정수  $\tau$ , 한계안정도  $\gamma_i^*$ 는 다음 식(4), (5), (6)과 같이 정의된다.

$$\gamma_i = a_i^2 / (a_{i+1}a_{i-1}), \quad i = 1 \sim n-1 \quad (4)$$

$$\tau = a_1 / a_0 \quad (5)$$

$$\gamma_i^* = 1/\gamma_{i+1} + 1/\gamma_{i-1}, \quad i = 1 \sim n-1 \quad (6)$$

또한 각 계수  $a_i$ 는  $\gamma_i$ 와  $\tau$ 로 표현된다.

$$a_{i+1}/a_i = (a_j/a_{j-1}) / (\gamma_i \gamma_{i-1} \dots \gamma_{j+1} \gamma_j), \quad i \geq j \quad (7)$$

$$a_i = a_0 \tau^i / (\gamma_{i-1} \gamma_{i-2}^2 \dots \gamma_2^{-2} \gamma_1^{-1}) \quad (8)$$

여기서 Routh-Hurwitz 안정도 조건에 의해 유도되는 3차, 4차 다항식의 안정도 조건은 식(9)과 같으며 Lipatov 안정도 충분조건에 의해 시스템이 식(10)을 만족하면 불안정하다. 5차 이상의 다항식을 가지는 고차 시스템은 다음 식(11)의 조건을 만족하면 안정도를 보장한다.

$$\gamma_i > \gamma_i^*, \quad i = 1 \sim n-1 \quad (9)$$

$$\sqrt{\gamma_{i+1}\gamma_i} < 1, i = 1 \sim n-1 \text{ for some } i \quad (10)$$

$$\gamma_i > 1.12\gamma_i^*, i = 1 \sim n-1 \text{ for all } i \quad (11)$$

위의 식(5), 식(11)의 조건에 의해 짧은 정정 시간을 가진 시간응답특성과 안정도를 보장하는  $\gamma_i$ 의 표준값이 식(12)과 같이 주어진다. 이 표준값은 4차 이상의 다항식인 경우 다음 식(13)의 부등식을 만족해야 한다.

$$\gamma_{n-1} = \dots = \gamma_3 = \gamma_2 = 2, \gamma_1 = 2.5 \quad (12)$$

$$\gamma_i > 1.5\gamma_i^*, n-1 \geq i \geq 4 \quad (13)$$

이와 같은 조건들은 모두 CDM 제어 기법에 있어 설계된 제어기의 계수를 결정하거나 안정도를 판정하는데 유용하게 이용된다.

## 2.2 제어기의 설계

CDM을 이용하여 제어기를 설계할 때 저차 플랜트의 제어기는 계수도를 이용하여 제어기를 쉽게 구할 수 있으나 고차 플랜트의 경우에는 그러하지 못하다. 그러므로 본 논문에서 설계하고자 하는 제어기는 계수들을 직접 구하는 대수적인 방법을 이용하여 제어기를 구현하였고 설계사양은 다음과 같다.

### ▷ 설계사양 ◁

1. 소음주파수대역(1[kHz]이하)에서 소음신호를 -20[dB]이상 줄인다.
2. 제어기의 차수는 2차로 한다.
3. 스텝응답 정정시간 :  $t_s \leq 0.05$  [sec]

설계 사양에 따라 제어기를 식(14)와 같은 2차 전달함수로 결정하였다.

$$C = \frac{k_2 s^2 + k_1 s + k_0}{l_2 s^2 + l_1 s + l_0} \quad (14)$$

제어기의 특성을 향상시키고 계수를 쉽게 구하기 위하여 계수  $l_0$ 을 0으로 설정하고  $a_3 - a_4 = 1$  이라는 조건 하에서  $k_0$ 를 구하여 제어기를 설계하는 m-PID 방법 [5]을 이용하였다.

$$k_0 = a_0/b_0 = \{(\tau^3/\gamma_2\gamma_1^2 - \tau^4/\gamma_3\gamma_2^2\gamma_1^3)b\}^{-1} \quad (15)$$

나머지 계수값인  $l_2, l_1, k_2, k_1$ 은 식(8)을 이용하여 얻은  $a_i$ 과 식(16)을 이용하여 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} a_4 \\ a_3 \\ a_2 \\ a_1 \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} l_2 \\ l_1 \\ k_2 \\ k_1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

식(16)에서 M matrix는 특성다항식의 차수항에 해당하는 플랜트의 계수값으로써 M matrix를 좌변으로 이항시켜 구할 수 있다.

본 논문에서 제어하고자 하는 플랜트의 구조는 그림(2)와 같은 모양의 소형밀폐 공간이다. Curve fitting 을 이용하여 구한 플랜트의 영점과, 극점, 이득은 식

(17)과 같다.

$$p = \begin{bmatrix} -160.57 \pm j636.52 \\ -56.272 \pm j329.08 \end{bmatrix}$$

$$z = \begin{bmatrix} -140.74 \pm j1130.6 \\ -108.73 \pm j149.26 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$k = 0.025530$$

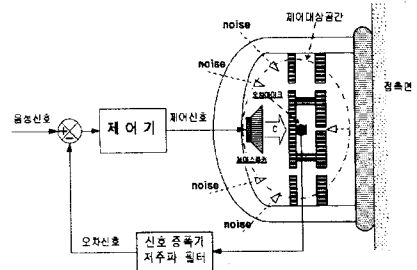


그림 2 소형밀폐공간의 구조

Fig 2. The structure of small cavity

식(16)과 식(17)을 이용하여 구한 계수  $l_i$ 와  $k_i$ 를 이용하여 설계한 제어기의 pole, zero, k 는

$$p = \begin{bmatrix} 0 \\ -162.89 \end{bmatrix}$$

$$z = \begin{bmatrix} -666.81 \\ -170.06 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$k = 24.17$$

이다. 제어기의 근이 s 평면상의 좌반면에 존재하므로 안정한 제어기이다.

## 2.3 모의실험

CDM으로 설계된 제어기와  $H_\infty$  이론으로 설계된 제어기를 이용한 각각의 모의 실험을 통하여 제어기의 성능을 비교하였고 모의 실험에 사용된 신호는 크레인에서 발생하는 소음을 측정하여 얻은 신호이다.

$H_\infty$  이론을 이용하여 구한 제어기는 6차 제어기이고 설계한 제어기의 pole, zero, k 는 다음과 같다.

$$p = \begin{bmatrix} -1754.4 \pm j3256.5 \\ -30.653 \pm j48.119 \\ -7.7826 \pm j12.086 \end{bmatrix}$$

$$z = \begin{bmatrix} 1.86940 \\ -241 \pm j164.09 \\ -18.258 \pm j55.373 \\ -16.464 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$k = 0.16404$$

그림(3)은 CDM으로 설계한 제어기의 동작유무에 따른 소음감쇠성능을 시간영역에서 모의한 결과이고 그림(4)은 시스템 제어기의 동작유무에 따른 소음감쇠성능을 보이기 위해 두 신호를 FFT하여 주파수영역에서 소음신호의 크기를 보인 것이다.

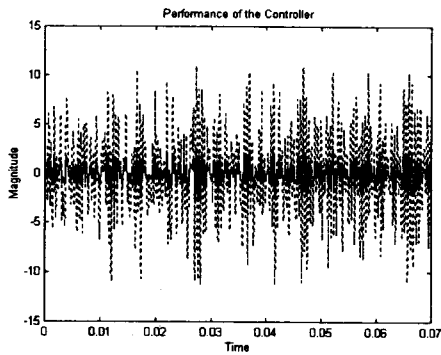


그림 3. CDM 기법으로 설계한 제어기의 성능  
Fig 3. Performance of controller designed by CDM

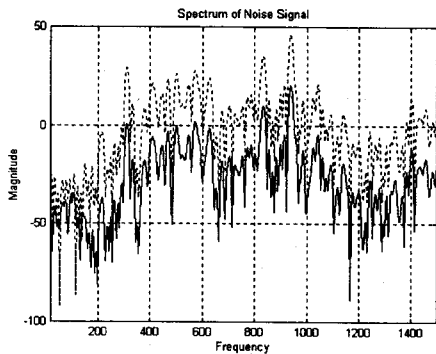


그림 4. 소음과 제어된 신호의 FFT  
Fig 4. FFT of Noise and Controlled signal

그림(5)은  $H_\infty$  이론을 이용하여 설계한 제어기의 동작 유무에 따른 소음감쇠 성능을 모의실험한 결과이고 그림(6)은 두 신호를 FFT한 소음신호의 크기를 보인 것이다.

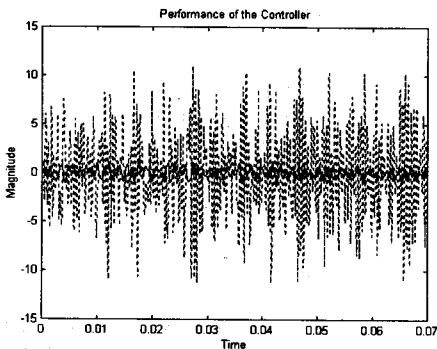


그림 5.  $H_\infty$  기법으로 설계한 제어기의 성능  
Fig 5. Performance of controller designed by  $H_\infty$

그림(4)에서 보이는 바와 같이 CDM을 이용한 제어기

의 성능은 저주파와 고주파 영역에서 20[dB] 이상의 이득을 보임을 알 수 있고 그림(6)에서 보이는 바와 같이  $H_\infty$  이론을 이용하여 구한 제어기는 저주파와 고주파 영역에서 30[dB] 이상의 성능을 보임을 알 수 있다.

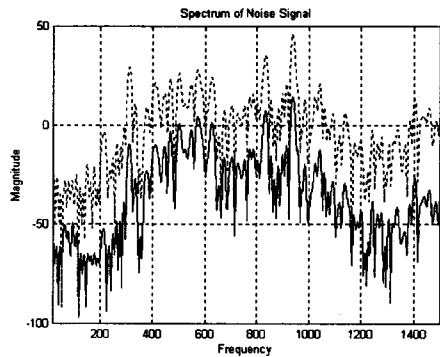


그림 6. 소음과 제어된 신호의 FFT  
Fig 6. FFT of Noise and Controlled signal

모의실험 결과를 보면 CDM 2차 제어기의 성능보다  $H_\infty$  이론으로 설계한 6차 제어기의 성능이 우수함을 알 수 있다. 그러나, 일반적으로 제어기의 차수가 높아질 경우 정확한 구현이 어려워질 뿐만 아니라 폐루프 시스템의 안정도를 깨뜨릴 수 있으므로 실제 구현시에는 CDM을 이용한 제어기가 더 효율적으로 사용될 수 있을 것이다.

### 3. 결 론

강인성을 고려하면서 소형 밀폐 공간내의 소음을 제어할 때 제어기의 차수가 증가하게 되므로 정확한 제어기의 구현이 어렵고 많은 경험과 기술을 요하게 된다. 그러므로 되도록 제어기의 차수를 낮추어야 하는 문제점이 있다. 본 논문에서는 CDM을 이용하여 저차 제어기를 설계하였고, 고차 제어기와 소음제어 성능을 비교함으로써 저차 제어기의 설계가 가능함을 보였다.

모의 실험 결과를 통하여 CDM 제어기법에 의해 설계되어진 저차의 제어기는 이전에 제시된 제어기와 비슷한 소음감쇠성능을 가지고 있으며, 일반적인 제어기 설계에 있어 파라메타의 설정문제를 좀더 간편하고 효율적으로 접근할 수 있게 하는 지표를 제공하며 동시에 안정성이 보장될 수 있음을 입증하였다.

### (참 고 문 헌)

- [1] A.V.Lipatov and N.I.Sokolov, "Some sufficient conditions for stability and instability of continuous linear stationary systems", translated from *Automatka i Telemekhanika*, No. 9, pp. 30-37, 1978
- [2] S.Manabe, "The Application of coefficient Diagram Method to ACC Benchmark Problem", *Proceeding of the 12th, ACC*, Vol. II, pp.135-138, 1997
- [3] 정태진, 정찬수, "통신용 헤드셋에서 능동소음제어기의 설계", *Proceeding of the 12th, KACC*, Vol. I, pp. 81-84, 1997
- [4] 김정환 "CDM을 사용한 선형시스템의 신뢰성 있는 제어기 설계", 졸업논문, 1998
- [5] 충북대학교 전자공학과, "Design of PID controller by CDM"