

퍼지 균등화에 의한 새로운 퍼지 모델링 방법

곽근창*, 신동철, 송창규, 김주식, 유정웅
충북대학교 전기공학과 대학원

New Fuzzy Modeling Method by Fuzzy Equalization

K.C.Kwak, D.C.Shin, C.K.Song, J.S.Kim, J.W.Ryu
Dept. of Electrical Engineering, Chungbuk National University

Abstract - In this paper, we proposed a new fuzzy modeling method by Fuzzy Equalization(FE) based on probability theory. FE concerns a process of building membership function without learning using back-propagation of neural network. Therefore, we compare the proposed method with Adaptive Network-based Inference System based on hybrid learning. Finally, we will show better performance and its usefulness for a new fuzzy modeling to automobile mpg prediction.

1. 서 론

퍼지 모델링은 숙련가의 경험적 지식과 전문가 지식의 정성적인 언어 형태를 이용해서 복잡하고 불확실한 시스템에 대해서 쉽게 수행할 수 있다[1]. 그러나 인간의 경험에 의존한다는 것은 인간의 지식표현이 불완전하고 체계적이지 못하기 때문에 여러 가지 문제점을 발생시키고 있다. 또한 지식을 획득하기 위한 효과적인 방법이 없기 때문에 여러 연구자들은 수치적인 입출력 데이터로부터 자동적인 규칙생성을 연구해 왔다[2][3]. 이런 연구의 대부분은 학습능력, 적응력, 결합극복능력, 병렬처리능력을 가진 신경회로망을 도입하여 뉴로-퍼지 시스템을 구축해 왔다[4][5]. 대표적인 뉴로-퍼지 시스템으로 Jang[6]이 제안한 적응 네트워크 기반 퍼지 시스템(ANFIS)이 있다. ANFIS의 전체부 구조는 그리드 분할 형태이고 결론부 구조는 TSK퍼지 모델로 이루어진다. 전제부 파라미터는 신경회로망의 역전파 알고리즘으로 조정되며 결론부 파라미터는 최소자승법으로 추정된다. 이는 규칙의 수를 최소로 하며 복잡한 비선형 특성을 가진 시스템에 대해 뛰어난 능력을 보여주고 있다.

그러나, 입력공간을 균등한 분할형태로 유지하고 학습을 통해 소속함수의 모양을 조정하기 때문에 오랜 학습시간을 요구하고 있다.

따라서, 본 논문에서는 확률적인 분포에 근거한 퍼지 균등화 방법[7]을 이용해서 학습과정 없이 소속함수를 생성하고 최소자승법으로 결론부 파라미터를 추정하여 퍼지 시스템을 구축한다.

시뮬레이션으로 자동차 mpg 예측 문제[8]를 통하여 기존의 ANFIS와 퍼지 균등화를 통한 새로운 퍼지 시스템을 비교하여 간소성과 유용성을 설명한다.

2. 퍼지 균등화에 의한 퍼지 모델링

2.1 구조 식별

구조 식별은 입력변수의 선택, 입력공간 분할에 의한 퍼지 규칙과 소속함수 수, 전제부 및 결론부의 형태와 관련되어진다.

본 논문에서는 입력변수가 선택되어졌다고 가정하고 다음 식(1)과 같은 TSK퍼지 모델을 사용한다

R^i : If x_1 is A_1^i and x_2 is A_2^i, \dots, x_m is A_m^i

$$\text{then } y^i = a_0^i + a_1^i x_1 + \dots + a_m^i x_m \quad (1)$$

여기서, $\{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ 은 입력, $\{A_1^i, A_2^i, \dots, A_m^i\}$ 은 언어적인 변수, 그리고 $\{a_0^i, a_1^i, \dots, a_m^i\}$ 은 결론부 파라미터이다.

본 논문의 구조 식별은 그리드 분할형태가 아닌 확률적인 이론에 근거한 소속함수와 규칙을 생성한다.

퍼지 균등화에 대해서 간단히 설명하면 다음과 같다.

퍼지 균등화는 언어적이고 경험적 의미의 소속함수를 구축하는 과정에 관한 것으로 주어진 데이터는 각각의 확률밀도함수에 직접적으로 관계된다. 전체 집합 내의 임의의 퍼지 집합은 누적 확률로 정의되고 이 확률은 퍼지 집합의 지지도에 대한 적분으로 다음 식(2)과 같이 정의한다.

$$F(A) = \int_x A(x)P(x)dx \quad (2)$$

여기서, $P(x)$ 는 X 에 정의되는 확률밀도함수이며 X 에 대한 퍼지 집합은 $A = \{A_1, A_2, \dots, A_c\}$ 를 말한다. 퍼지 집합 A 에 대한 각각의 균등화 조건은 다음 식(3)과 같이 일정한 확률을 가짐을 의미한다.

$$P(A_1) = P(A_2) = \dots = P(A_c) = \frac{1}{c} \quad (3)$$

여기서, c 는 소속함수의 수이며 각각의 소속함수가 가지는 확률이 일정하므로 그림 1과 같이 확률밀도가 큰 영역에 퍼지 집합은 보다 세분화된다.

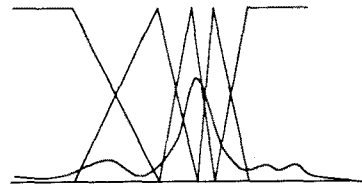


그림 1. 퍼지 균등화 이론

퍼지 균등화 알고리즘은 다음과 같다. [그림 2참조]

[단계1] A 에서 소속함수의 수를 c 로 설정한다.

[단계2] X 의 최저 가운데를 x_{min} 으로 설정한다.

[단계3] 다음 적분 식(4)이 만족하도록 a 값을 구한다.

$$\int_{x_{min}}^a A_1(x)P(x)dx = \frac{1}{2c} \quad (4)$$

[단계4] 소속함수의 감소부분에 퍼지 사전확률이 다음 식(5)과 같게 만들기 위해 A_1 지지 상한영역 b 를 결정한다.

$$\int_a^b A_1(x)P(x)dx = \frac{1}{2c} \quad (5)$$

[단계5] A_2 를 시작으로 A_3, A_4 로 가는 삼각 퍼지 집합의 증가 부분에 퍼지 사건의 확률을 계산한다.

$$\varepsilon = \int_a^b A_2(x)P(x)dx \quad (6)$$

[단계6] 조건을 만족하는 퍼지 집합의 지지 상한 영역을 결정하여 소속함수의 감소부분을 최적화하여 c 를 구한다.

$$\int_b^c A_2(x)P(x)dx = \frac{1}{c} - \varepsilon \quad (7)$$

[단계7] A에 대해 [단계5-6]을 반복한다.

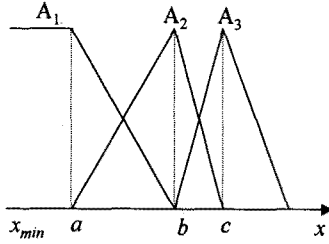


그림 2. 퍼지 균등화에 의한 소속함수 생성과정

2.2 파라미터 식별

파라미터 식별은 전제부 및 결론부 파라미터 조정과 관련되어진다. ANFIS에서는 역전파 알고리즘과 최소자승법의 하이브리드 학습방법을 이용하여 다른 시스템에 비해 빨리 수렴하지만, 전제부 및 결론부 파라미터를 조정하는데 오랜 학습시간을 요구해 오고 있다. 본 논문에서는 전제부 파라미터를 학습과정 없이 퍼지 균등화에 의해 소속함수의 모양을 형성하기 때문에 한 방향을 통해 오직 최소자승법을 이용해 결론부 파라미터를 추정한다. 최소자승법에 의한 결론부 파라미터 추정은 다음과 같다.

먼저, 전제부 파라미터와 P 개의 학습 데이터의 값이 주어지면 다음과 같은 결론부 파라미터에 의한 P 개의 선형방정식을 형성시킬 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \overline{w_1}^{(1)} & \overline{w_1}^{(1)}x_1^{(1)} & \dots & \overline{w_m}^{(1)} & \overline{w_m}^{(1)}x_m^{(1)} \\ \overline{w_1}^{(2)} & \overline{w_1}^{(2)}x_1^{(2)} & \dots & \overline{w_m}^{(2)} & \overline{w_m}^{(2)}x_m^{(2)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \overline{w_1}^{(p)} & \overline{w_1}^{(p)}x_1^{(p)} & \dots & \overline{w_m}^{(p)} & \overline{w_m}^{(p)}x_m^{(p)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ \beta_1 \\ q_1 \\ \vdots \\ r_m \\ \beta_m \\ q_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d^{(1)} \\ d^{(2)} \\ \vdots \\ d^{(p)} \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서 $[(x^{(k)}, y^{(k)}, d^{(k)})]$ 은 k 번째 학습 데이터이며, 식(8)를 행렬로 표현하면

$$AX=B \quad (9)$$

X 는 결론부 파라미터 요소를 가진 미지의 벡터이고 각각 A, X, B 의 차원은 $P \times M, M \times 1, P \times 1$ 이며 P 는 학습 데이터의 수, M 은 선형 파라미터의 수이다. P 는 M 보다 보통 더 크기 때문에 일반적으로 식(9)에 대한 정확한 해는 없다. 대신에 최소자승법을 이용하여 $\|AX-B\|^2$ 을 최소화하도록 의사역행렬을 이용하여 다음 식(10)과 같이 구한다.

$$X^* = (A^T A)^{-1} A^T B \quad (10)$$

3. 시뮬레이션 및 결과

본 논문에서 제안한 퍼지 시스템 구축 방법을 전형적인 비선형 회귀문제인 자동차 mpg 예측 문제에 적용하여 간소성과 유용성을 설명한다.

6개 입력인 실린더의 수, 배기량, 마력, 중량, 가속도, 모델 연도는 자동차에 대한 정보를 포함하고 있으며 예측되어지는 출력은 연료 효율인 mpg이다. 데이터는 "UCI Repository of Machine Learning Databases and Domain Theories"로부터 얻었다.

구조 식별의 입력 선택은 참고문헌[8]에서 얻어진 결과로 중량과 모델 연도를 선택하였다. 여기서 ANFIS와 제안된 퍼지 시스템과의 비교를 위하여 ANFIS 구조는 입력변수에 대해서 각각 4개의 소속함수를 균등 분할하여 50 epoch 동안 학습에 의해 전제부 및 결론부 파라미터가 조정된다. 제안된 퍼지 시스템은 퍼지 균등화에 의해 소속함수를 생성하고 학습과정 없이 최소자승법만을 이용하여 결론부 파라미터를 추정한다.

그림 3은 ANFIS에 대한 검증데이터와 학습데이터의 RMSE 오차를 보여주고 있으며, 제안한 퍼지 시스템과의 오차비교는 표 1과 같다. 표 1에서 알 수 있듯이 최적의 소속함수 모양을 오랜 시간동안 학습한 결과와 학습과정 없이 퍼지 균등화를 통해 얻어진 결과가 유사한 것을 알 수 있다. 그림 4와 그림 5는 자동차 중량 데이터의 히스토그램과 확률적인 분포에 근거한 퍼지 균등화를 이용한 소속함수를 보여주고 있다. 그림 6과 7은 모델연도 데이터의 히스토그램과 퍼지 균등화에 의한 소속함수를 보여주고 있다.

그림 8과 9는 퍼지 균등화를 통한 퍼지 시스템을 이용하여 검증데이터와 학습데이터 각각에 대한 자동차 mpg 예측한 결과이다. 그림에서 알 수 있듯이 학습 데이터뿐만 아니라 검증 데이터에 대해서도 적은 오차를 보이면서 예측되어지는 것을 볼 수 있다.

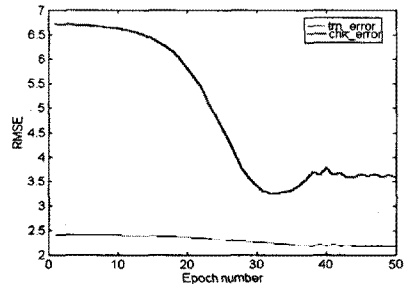


그림 3. 검증데이터와 학습데이터의 오차비교

표 1. ANFIS와 퍼지 균등화(FE)에 의한 시스템의 비교

	ANFIS	FE System
학습방법	BP+LSE	없음
규칙 수	16	16
파라미터 수	72	48
epoch	50	1
trn_RMSE	2.2392	2.3895
chk_RMSE	3.2518	3.0070

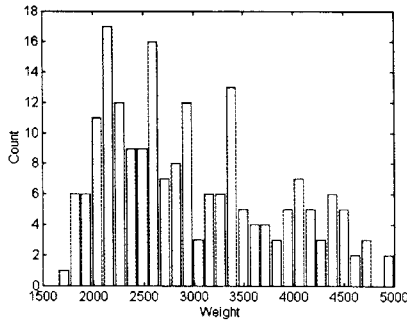


그림 4. 자동차 중량 데이터에 대한 히스토그램

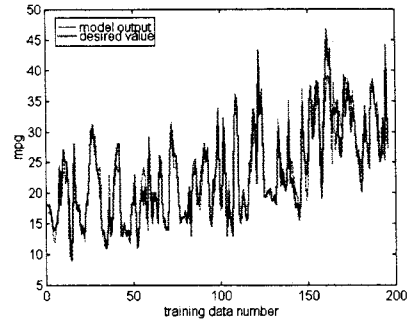


그림 8. 학습데이터에 대한 mpg의 출력 비교

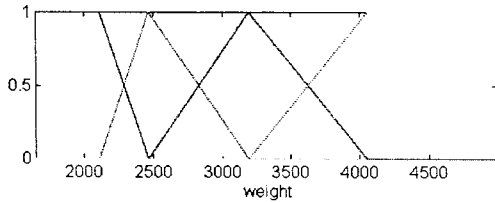


그림 5. 퍼지 균등화에 의한 소속함수(자동차 중량)

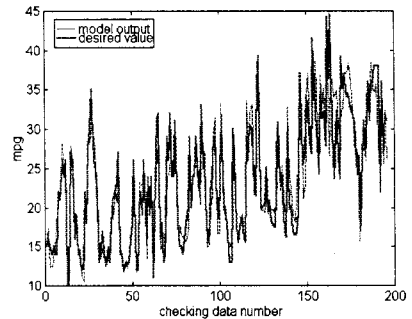


그림 9. 검증 데이터에 대한 mpg의 출력 비교

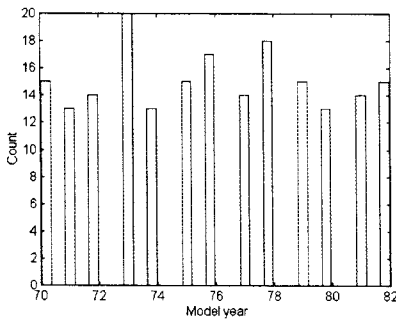


그림 6. 모델 연도 데이터에 대한 히스토그램

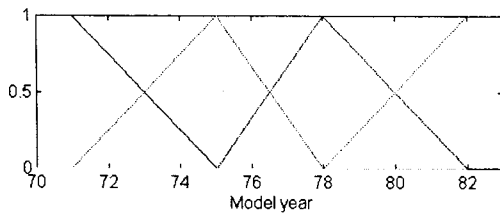


그림 7. 퍼지 균등화에 의한 소속함수(모델 연도)

4. 결 론

본 논문에서는 퍼지 균등화에 의한 새로운 퍼지 시스템을 구축하였다. 확률적인 분포에 근거한 퍼지 균등화를 이용하여 소속함수와 퍼지 규칙을 생성하고 파라미터 식별은 기존의 학습과정을 통한 최적의 파라미터를 추정하는 대신 학습과정 없이 퍼지 균등화에 의해 전체부 소속함수를 고정된 후 최소자승법으로 결론부 파라미터를 추정한다. 자동차 mpg 예측 문제에 적용한 결과 ANFIS에 비해 간소함과 유용함을 설명하였다.

(참 고 문 헌)

- [1] M. Sugeno, T. Yasukawa, "A Fuzzy - logic based Approach to Qualitative Modeling", *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 1, No. 1, pp. 7-31, 1993.
- [2] T. Takagi, M. Sugeno, "Fuzzy Identification of System Application to Modeling and Control", *IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics*, Vol. 15, pp. 116-132, 1985.
- [3] L. X. Wang, "A Course in Fuzzy Systems and Control", Prentice-Hall, 1997.
- [4] J. S. R. Jang, C. T. Sun, E. Mizutani, "Neuro-Fuzzy and Soft Computing", Prentice Hall, 1997.
- [5] C. T. Lin, C. S. G. Lee, "Neural Fuzzy Systems and Control", Prentice-Hall, 1996.
- [6] J. S. R. Jang, "ANFIS : Adaptive-Network based Fuzzy Inference System", *IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics*, Vol. 23, No. 3, pp. 665-685, 1993.
- [7] W. Pedrycz, "Fuzzy Equalization in the Construction of Fuzzy Sets", *submitted to Fuzzy Sets and Systems*.
- [8] J. S. R. Jang, "Input Selection for ANFIS Learning," in Proceedings of the IEEE International Conference on Fuzzy Systems, New Orleans, 1996.