

그림 2-3에 나타나는 P 블록은 각 시간지연요소의 가중치와 플랜트를 포함한다.

2.3 μ -제어기 설계

본 논문에서는 μ -제어기법을 사용하여 제어기를 설계한다. μ 제어기법은 다중입력-다중출력(multi-input multi-output) 시스템에서의 성능 강인성과 함께 모델 오차 및 시스템 파라미터들의 교란 등 모델 불확실성(model uncertainties)에 대한 안정도 강인성을 만족하는 제어기 설계를 가능하게 해준다.

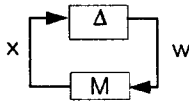


그림 2-3

위의 블록도에서 $\Delta \in C^{n \times n}$ 는 아래와 같이 정의되며

$$\Delta = \{ \text{diag}[\delta_1 I_{r_1}, \dots, \delta_s I_{r_s}, \Delta_1, \dots, \Delta_F] : \delta_i \in C, \Delta_j \in C^{m_j \times m_j} \} \text{이다.}$$

$$\sum_{i=1}^s r_i + \sum_{j=1}^F m_j = n \quad (1)$$

Δ_i 는 모델 불확실성(model uncertainty)에 대한 성능과 강인성 요구조건을 의미한다. 구조적 특이값(structured singular value) μ 는 식 (2)으로 정의된다.

$$\mu_\Delta(M) := \frac{1}{\min \{ \sigma(\Delta) : \Delta \in \Delta, \det(I - M\Delta) = 0 \}} \quad (2)$$

그림 2-3과 같은 페루프 시스템의 성능 강인성 μ -해석 문제에서 모든 주파수에 대해서 식(3)이 만족되면 성능 강인성 요구조건은 만족된다.

$$\mu(M) = \mu(F_I(P, K)) < 1 \quad (3)$$

그러나, $\mu(M)$ 을 최소화하는 직접적인 방법은 없으므로 이를 위해 H_∞ 기법을 이용한 식(4)을 사용한다.

$$\| \mu(F_I(P, K)) \|_\infty < 1 \quad (4)$$

즉, μ -제어 기법은 주어진 성능 강인성과 안정도 강인성 요구조건에 대하여 식(4)을 만족하도록 안정한 제어기 K를 설계하는 것이라 할 수 있다.

불확실성 블록 Δ 에 대응되며 안정한 역행렬을 갖 $\|DF_I(P, K)D^{-1}\|_\infty$ 는 최적화된 대각 행렬 D(s)를 찾아내어 μ 를 최소화하는 K를 구해낸다. 이 과정에서 D-K 반복법(D-K iteration)이라 불리는 2단계 과정을 반복한다.

Step 1 D(s)와 $D^{-1}(s)$ 를 $\sigma(DF_I(P, K)D^{-1})$ 가 주파수에 대해 대략적으로 최소화되는 대각행렬 D(s)를 가능하면 제어기의 상태에 영향을 받지 않도록 상수 요소를 가지도록 선택한다. 주파수에 대해 최적화된 D를 계산하는 소프트웨어를 사용하여 D를

상수나 저차 전달 함수로 대략화한다. K를 알지 못하는 최초의 반복에서는 간단히 $D=I$ 로 설정한다.

Step 2 시스템의 ∞ 놈(∞ norm) $\|DF_I(P, K)D^{-1}\|_\infty$

를 최소화하는 K(s)를 H_∞ 방법을 사용하여 계산한다. 이때 시스템 전달 행렬 P는 아래의 식(5)의 구조를 가지며 아래의 조건들을 만족하여야 한다.

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \quad (5)$$

- i) (A, B_2) 는 stabilizable하며 (C_2, A) 는 detectable하다
- ii) D_{12} 와 D_{21} 은 full rank이다.
- iii) $\begin{bmatrix} A - j\omega I & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix}$ 는 모든 ω 에 대해서 full rank이다.
- iv) $\begin{bmatrix} A - j\omega I & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix}$ 는 모든 ω 에 대해서 full rank

step1과 step2를 모든 주파수에 대해 식(4)이 만족되거나 μ 가 더 이상 줄어들지 않을 때까지 반복한다.

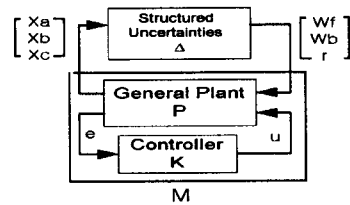


그림 2-5

이러한 μ 제어 기법에 의해 그림 2-2의 시스템을 그림 2-5와 같이 나타낼 수 있다. 여기서

$$M = P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21}$$

$$P_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ W_2PK_2 & 0 & 0 \\ -W_3PK_2 & -W_3 & W_3 \end{bmatrix},$$

$$P_{12} = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2PK_2 \\ -W_3PK_2 \end{bmatrix},$$

$$P_{21} = [-PK_2 \quad -1 \quad -1], \quad P_{22} = -PK_2$$

$\Delta = \text{diag}[\Delta_f, \Delta_b, \Delta_p]$ 는 모델 불확실성 블록이며, Δ_b 는 가상의 불확실성 블록을 나타낸다.

2.4 시뮬레이션 결과

플랜트 모델(Plant)과 시간지연요소를 근사화한 모델에 대한 가중치와 오차적분기의 gain은 아래와 같이 설정한다.

$$W_1(s) = \frac{T_{fs}}{1 + T_{fs}/3.465}, \quad W_2(s) = \frac{T_b s}{1 + T_b s/3.465},$$

$$W_3(s) = \frac{0.9}{s^2 + s + 0.9}, \text{ Plant} = \frac{10}{s+1}, k1 = k2 = k3 = 1$$

- Inc. and The MathWorks, Inc, 1991
 [3] R.Lane Dailey, *Lecture Notes for the Workshop on H_∞ and μ -Method for Robust Control*, 1991 IEEE Conference on Desion and Control
 [4] J.M.Maciejowski, *Multivariable Feedback Design*, 1989 Addison-Wesley
 [5] Faik Goktas, Jonthan M. Smith, Ruzena Bajcsy " μ -Synthesis For Distributed Control Systems with network-Induced Delay" 1996 IEEE Conference on Decision and Control

여기서 T_f 는 forward network delay, T_b 는 backward network delay를 나타낸다. 최대 시간 지연은 각각 10ms를 설정하였다.

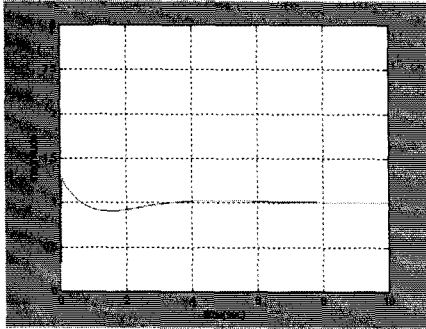


그림 2-6 계단 입력 추종

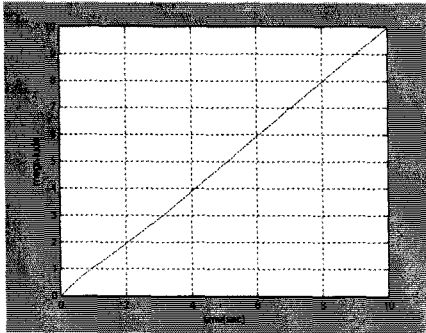


그림 2-7 램프 입력 추종

그림 2-6과 그림 2-7은 시간지연을 포함한 시스템에 계단입력과 램프입력을 추종하는 시뮬레이션을 보여준다.

3. 결 론

본 논문에서는 네트워크에서 나타나는 시간 지연에 따른 시스템의 안정성과 성능 저하를 보상하기 위하여 μ 제어 기법을 이용하여 램프 추종 제어를 설계하였다. 시간 지연 요소를 파데 근사법을 이용하여 근사화시킨 후 시간 지연 요소를 구조화된 불확실 요소로 모델링하고 오차적분기로 확장된 시스템을 μ 제어기법을 이용하여 제어를 설계하였다. 설계된 제어기로 시뮬레이션을 통하여 램프입력을 추종을 하는 것을 확인하였다.

[참 고 문 헌]

- [1] Z.Wang, P.Lundstrom, and S, Skogestad. "Representation of uncertain time delays in the h_∞ framework." international Journal of Control, 59(3), 1994.
 [2] Gary J.Balas, John C. Doyle, Keith Glover, Andy Packard, Roy Smith, *μ -Analysis And Synthesis Toolbox*, MUSYN