

신경회로망을 이용한 입력-출력 피드백 선형화 제어기 설계

조 규 상
 동양대학교 컴퓨터 공학부

Design of Input-Output Feedback Linearization Controller using Neural Network

GyuSang Cho
 School of Computer Eng., DongYang Univ.

Abstract - In this paper, the design of a feedback linearization controller using multilayer neural network is proposed. The proposed feedback linearization control scheme is designed by finding Lie derivatives from an identified neural networks. Lie derivatives are expressed as a combination of weights and neuron outputs. The proposed method is applied to an antenna arm problem and the simulation results show performance comparisons between the ordinary feedback linearization and the proposed method.

1. 서 론

다층 신경회로망이 두개 이상의 은닉층으로 구성이 되어 있는 경우에 임의의 함수를 매핑할 수 있는 능력이 있으므로(1), 비선형성이 있는 플랜트의 동적 특성을 신경회로망의 일반화 특성과 근사화 능력을 기반으로 학습할 수 있다.

피드백 선형화 시스템에 신경회로망을 적용한 몇가지 연구가 있었다. Chen(2)등은 이산시간 단일 입력력 피드백 선형화 시스템을 제어하기 위한 자기동조 제어 시스템에 역전과 방식으로 학습시킨 신경회로망을 도입하여 비선형 시스템의 추종 문제에 좋은 결과를 보였다. Levin과 Narendra(3)등은 피드백 선형화에 신경회로망을 이용하는 방법을 제안하였다. 이 연구에서는 시스템의 모든 상태변수가 가제어성과 가관측성을 가정한 상태에서, 비선형 함수, 상태변환, 선형화 입력을 위해 각기 다른 학습방법을 사용하는 3개의 신경회로망으로 구성된 시스템 구조를 사용하여 평형점 근방에서의 비선형 시스템의 안정화 문제를 다루었다. Jin(4)등은 정준형으로 표현되는 시스템에 dead-zone 함수를 사용하는 학습 방법을 적용한 제어 방법을 제안하여 시뮬레이션 결과를 통해 제안한 방법의 효용성을 입증하였다.

피드백 선형화 기법은 정확한 상쇄에 기초를 두고 있기 때문에 시스템 모델을 정확히 알아야 한다. 불확실성이 존재하는 모델인 경우에는 상쇄가 정확하게 이루어지지 않는 단점이 있다. 이런 단점에 대한 극복을 위해서 Sastry(5)등은 파라미터의 불확실성이 존재하는 피드백 선형화 시스템의 특수한 모델에 적응제어 기법을 도입하여 문제를 해결하였다. 피드백 선형화 이론을 실제의 시스템에 적용한 예가 있는데, 특히 항공기, 헬리콥터와 같이 제어하기 어려운 시스템에 피드백 선형화 기법을 이용한 제어기를 사용하여 성공적인 결과를 얻었다(6).

피드백 선형화 기법으로 제어기를 설계하려면 시스템의 동적 특성을 정확히 알고 있어야 한다. 시스템이 미지인 경우에 피드백 선형화 기법을 적용하기 어렵다. 신경회로망은 미지의 비선형 함수를 매핑할 수 있는 능력이 있다. 본 논문에서는 신경회로망의 이런 능력을 이용하여 제어기 설계를 하고자 한다. 미지의 시스템에 적용할 수 있는 신경회로망을 이용한 피드백 선형화 제어기

법을 제안한다. 상태공간으로 표현되는 시스템을 학습한 신경회로망의 내부적인 정보를 제어기 설계에 이용한다. 이 제어기를 안테나 암 제어 문제 결과를 시뮬레이션에서 제시하여 효용성을 입증하기로 한다.

2. 입력-출력 피드백 선형화 제어기 설계

2.1 입력-출력 피드백 선형화

다음과 같이 표현되는 단일-입력 단일-출력(SISO) 비선형 시스템에 대하여 고려하자.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, $f(x)$, $g(x)$ 는 R^n 에서 정의되는 벡터필드이다. $u \in R$ 는 입력이고, $h(x)$ 는 스칼라 함수이다. 상태 x 는 측정 가능하다고 가정한다. y 를 시간으로 미분하면 다음을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{y} &= \frac{\partial h}{\partial x} \dot{x} = \frac{\partial h}{\partial x} f(x) + \frac{\partial h}{\partial x} g(x)u \\ &= L_f h(x) + L_g h(x)u \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 $L_f h(x)$ 와 $L_g h(x)$ 는 f 와 g 에 대한 리도함수(Lie derivative)이다. $L_f h(x)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$L_f h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} f(x) \quad (3)$$

만일 $L_g h(x)$ 가 $x \in R^n$ 에 대하여 0에서 멀리 있는 경우라면 다음 제어측이 성립된다.

$$u = \frac{1}{L_g h(x)} (-L_f h(x) + v) \quad (4)$$

식(4)를 식(2)에 대입하면 다음을 구할 수 있다.

$$\dot{y} = v \quad (5)$$

만일 $L_g h(x) \equiv 0$ 이면, 계속 미분하여 다음을 구한다.

$$y^{(i)} = L_f^{(i)} h(x) + L_g L_f^{(i-1)} h(x)u \quad i=1, 2, \dots \quad (6)$$

$i=0, 1, \dots, \gamma-2$ 인 경우, $L_g L_f^{(i)} h(x) \equiv 0$ 이고 $L_g L_f^{(\gamma-1)} h(x) \neq 0$ 인 경우 γ 가 존재하면, 다음 제어측이 성립된다.

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{L_g L_f^{(\gamma-1)} h(x)} (-L_f^\gamma h(x) + v) \\ y^{(\gamma)} &= v \end{aligned} \quad (7)$$

2.2 다층 신경회로망을 이용한 제어기 설계

다층 신경회로망의 입력층을 i , 은닉층을 h , 출력층을 o 로 나타내기로 한다. 출력층에서 K 번째 뉴런의 출력은 다음과 같이 표현된다.

$$o_K^o = \Gamma_K^o \left(\sum_{i=1}^M W_{iK}^o a_i^h + W_0^o \right) \quad (8)$$

여기서, W_{iK}^o 는 은닉층의 i 번째 뉴런과 출력층의 K 번째 뉴런 사이에 연결된 웨이트를 의미한다. W_0^o 는 바이어스

웨이트값을 나타내고, N_h 는 은닉층에 구성된 전체 뉴런의 수를 의미한다. 식(1)의 비선형 시스템을 학습한 신경회로망을 NN_h 라고 할 때, 이것은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$NN_h = \hat{h}(x) \cong h(x) \quad (9)$$

$\hat{h}(x)$ 는 $h(x)$ 의 추정치를 의미한다. 신경회로망으로 학습한 $\hat{h}(x)$ 를 신경회로망의 뉴런과 웨이트들로 표현하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{h}(x) = \Gamma_K^o \left(\sum_{j=1}^{N_i} W_{Kj}^o o_j^h + W_K^o \right) \quad l=1,2,\dots,J,\dots,N_h \quad (10)$$

여기서, o_j^h 중 J 번째 요소는 다음과 같이 표현된다.

$$o_j^h = \Gamma_j^h \left(\sum_{i=1}^{N_i} W_{ji}^h o_i^l + W_j^h \right) \quad l=1,2,\dots,I,\dots,N_i \quad (11)$$

$L_h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} f(x)$ 이므로 $h(x)$ 를 학습한 신경회로망에 미분을 취하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial \hat{h}}{\partial x} = \frac{\partial NN_h}{\partial x} = \frac{\partial o^o}{\partial x} \quad (12)$$

여기서, $\frac{\partial \hat{h}}{\partial x}$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\frac{\partial \hat{h}}{\partial x} = \left[\frac{\partial \hat{h}}{\partial x_1} \quad \frac{\partial \hat{h}}{\partial x_2} \quad \dots \quad \frac{\partial \hat{h}}{\partial x_n} \right] \quad (13)$$

식(13)을 구하기 위해서는 신경회로망의 입력층에 인가한 x 에 대하여 출력층의 뉴런의 출력 o 를 미분한다. 이런 미분관계는 식(13)에서 처럼 시스템의 상태의 수만큼 존재한다. n 개의 미분식들은 같은 형식이므로, 이 중에서 출력층의 K 번째 뉴런과 입력층의 I 번째 뉴런에 해당하는 미분을 구하기로 한다.

은닉층의 J 번째 뉴런과 출력층의 K 번째 뉴런사이에서의 관계는 다음과 같은 식이 성립된다.

$$\frac{\partial o_K^o}{\partial o_j^h} = \frac{\partial o_K^o}{\partial u_K^o} \cdot \frac{\partial u_K^o}{\partial o_j^h} \quad (14)$$

식(14)의 우변 첫째항과 둘째항은 각각 다음과 같다.

$$\frac{\partial o_K^o}{\partial u_K^o} = \dot{\Gamma}_K^o(u_K^o) \quad (15)$$

$$\frac{\partial u_K^o}{\partial o_j^h} = \frac{\partial}{\partial o_j^h} \left(\sum_{i=1}^{N_i} W_{Ki}^o o_i^h + W_K^o \right) = W_{Kj}^o \quad (16)$$

여기서, $l=1,2,\dots,J,\dots,N_h$ 이다. 식(15)와 식(16)을 식(14)에 대입하면 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial o_K^o}{\partial o_j^h} = \dot{\Gamma}_K^o(u_K^o) \cdot W_{Kj}^o \quad (17)$$

은닉층의 J 번째 뉴런과 입력층의 I 번째 노드사이에는 다음과 같은 관계가 성립된다.

$$\frac{\partial o_j^h}{\partial x_i^l} = \frac{\partial o_j^h}{\partial u_j^h} \cdot \frac{\partial u_j^h}{\partial x_i^l} \quad (18)$$

식(18)의 우변 첫째항과 둘째항은 각각 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial o_j^h}{\partial u_j^h} = \dot{\Gamma}_j^h(u_j^h) \quad (19)$$

$$\frac{\partial u_j^h}{\partial x_i^l} = \frac{\partial}{\partial x_i^l} \left(\sum_{i=1}^{N_i} W_{ji}^h o_i^l + W_j^h \right) = W_{ji}^h \quad (20)$$

식(19)와 식(20)을 식(18)에 대입하면 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial o_j^h}{\partial x_i^l} = \dot{\Gamma}_j^h(u_j^h) \cdot W_{ji}^h \quad (21)$$

출력층의 K 번째 뉴런과 입력층의 I 번째 노드에는 다음 관계가 성립된다.

$$\frac{\partial o_K^o}{\partial x_i^l} = \sum_{j=1}^{N_i} \frac{\partial o_K^o}{\partial o_j^h} \cdot \frac{\partial o_j^h}{\partial x_i^l} \quad (22)$$

식(17)과 식(21)을 식(22)에 대입하면 다음과 같이 된다.

다.

$$\frac{\partial o_K^o}{\partial x_i^l} = \sum_{j=1}^{N_i} (\dot{\Gamma}_K^o(u_K^o) \cdot W_{Kj}^o) (\dot{\Gamma}_j^h(u_j^h) \cdot W_{ji}^h) \quad (23)$$

그러므로, 입력층에 대한 출력층의 미분은 일반식으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} &= \frac{\partial o^o}{\partial x^i} \\ &= \sum_{j=1}^{N_i} (\dot{\Gamma}_K^o(u^o) \cdot W_{Kj}^o) (\dot{\Gamma}_j^h(u_j^h) \cdot W_{ji}^h) \\ &= NN_h' \end{aligned} \quad (24)$$

출력층에 선형 뉴런을 사용하고, 은닉층에는 \tanh 를 사용하는 경우에는 식(24)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial \hat{h}}{\partial x} = \sum_{j=1}^{N_i} W_{Kj}^o (1+o_j^h)(1-o_j^h) W_{ji}^h \quad (25)$$

$L_h(x)$ 를 신경회로망에서 구한 것으로 나타내면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} L_h \hat{h}(x) &= \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} \hat{f} \\ &\cong NN_h' NN_f \end{aligned} \quad (26)$$

2차 리 도함수는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} L_j^2 h(x) &= \frac{\partial}{\partial x} (L_h h) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \hat{h}}{\partial x} \hat{f} \right) \\ &= \left(\frac{\partial^2 \hat{h}}{\partial x^2} \hat{f} + \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} \frac{\partial \hat{f}}{\partial x} \right) \hat{f} \end{aligned} \quad (27)$$

식(27)의 우측 첫째항에서의 $\frac{\partial^2 \hat{h}}{\partial x^2}$ 는 식(24)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{\partial^2 \hat{h}}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \hat{h}}{\partial x} \right) \quad (28)$$

식(28)에서 x_i 와 x_j 에 대한 편미분을 취하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial \hat{h}}{\partial x_i} \right) &= \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\sum_{j=1}^{N_i} (\dot{\Gamma}_K^o(u_K^o) \cdot W_{Kj}^o) (\dot{\Gamma}_j^h(u_j^h) \cdot W_{ji}^h) \right) \\ &= \sum_{j=1}^{N_i} (\dot{\Gamma}_K^o(u_K^o) \cdot W_{Kj}^o) (\dot{\Gamma}_j^h(u_j^h) \cdot W_{ji}^h) W_{ji}^h \\ &= NN_h'' \end{aligned} \quad (29)$$

이제, 식(27)은 식(29), 식(24)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$L_j^2 \hat{h}(x) = (NN_h'' \hat{f} + NN_h' NN_f) NN_f \quad (30)$$

2.3 시뮬레이션

안정화 문제를 적용하고자 하는 안테나 암 시스템[7]은 2차 미분 방정식으로 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{d^2 \rho}{dt^2} + 2 \frac{d\rho}{dt} - 10 \sin \rho = u \quad (31)$$

여기서 ρ 는 안테나 암의 각도이며, u 는 안테나에 부착된 DC모터에 인가되는 전류의 양이다. 상태공간 표현식으로 이 시스템을 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= 10 \sin x_1 - 2x_2 + u \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (32)$$

위의 식에서 출력 y 를 입력 u 가 나올 때까지 미분하면

$$\dot{y} = L_j^2 h + L_g L_h = 10 \sin x_1 - 2x_2 + u \quad (33)$$

가 된다. 그러므로 상대차수는 2이다. 제어 입력을 새로운 입력 v 를 포함한 식으로 나타내면,

$$u = v - 10 \sin x_1 + 2x_2 \quad (34)$$

가 된다. 그래서, 원래의 시스템은 다음과 같은 선형 시스템으로 변환이 된다.

$$\dot{y} = \nu \quad (35)$$

선형화된 페루프 시스템의 고유값 λ_1 과 λ_2 를 각각 -3으로 정하여, 새로운 제어 입력을 설정하면 다음과 같이 된다

$$\nu = -9x_1 - 6x_2 + 9x_d \quad (36)$$

식(34)를 식(36)에 대입하면 다음과 같은 피드백 선형화 제어측을 얻을 수 있다.

$$\nu = -9x_1 - 6x_2 + 9x_d - 10 \sin x_1 + 2x_2 \quad (37)$$

미지의 플랜트의 출력을 학습한 신경회로망 NN_f 와 NN_j 로부터 식(30)을 이용하여 제어측을 결정한다. 안테나 암 시스템의 출력을 학습하는 신경회로망 NN_h 는 (입력, 은닉, 출력층) = (3, 15, 1)개로 구성되어 있다. f 를 학습하는 신경회로망 NN_f 는 (입력, 은닉, 출력층) = (2, 10, 2)개의 노드로 구성되어 있다. 각 신경회로망의 학습비는 0.005이다. g 의 계수는 1로 설정한다. 학습초기 조건은 $[x_1, x_2] = [\pm 1.52, 0]$, $[x_1, x_2] = [\pm 1.0, 0]$, $[x_1, x_2] = [\pm 0.5, 0]$, $[x_1, x_2] = [\pm 0.3, 0]$, $[x_1, x_2] = [\pm 0.1, 0]$ 등으로 초기상태를 순환적으로 학습하며, 전체학습횟수는 100,000회이다.

그림 1은 초기치가 $[x_1, x_2] = [-1.52, 0]$ 상태에서 목표값을 0도로 설정한 후에 이를 추종하는 안테나 암의 응답곡선이다. FL은 식(37)로 설정된 제어측이 적용된 기존의 피드백 선형화 방법의 응답 곡선이고, NNFL은 본 논문에서 제안한 신경회로망을 이용한 방법이다. 신경회로망 피드백 선형화 제어기의 값이 기존의 피드백 선형화 방식으로 설계된 제어기에 의한 응답을 추종하고 있다. 그림 2는 그림 1의 시뮬레이션과 같은 조건하에서 학습한 후에 초기치를 $[x_1, x_2] = [+1.52, 0]$ 로 정하였을 때, 응답곡선을 나타낸 것이고, 목표치는 0도이다. 그림 3은 목표치를 +10도와 -10도를 교호적으로 추종하는 문제이다. 초기치는 $[x_1, x_2] = [+0.1, 0]$ 이다.

3. 결 론

피드백 선형화 기법을 이용하여 제어기를 설계할 때는 시스템의 모델을 정확히 알고 있어야 한다. 시스템에 비선형성 또는 불확실성이 존재하는 경우는 상쇄가 정확하게 이루어지지 않기 때문에 성능 좋은 제어기 설계가 용이하지 않다. 본 논문에서는 신경회로망의 주요한 특징인 미지의 비선형 함수를 매핑할 수 있는 능력을 이용하여 시스템을 식별하고, 신경회로망의 웨이트와 뉴런의 출력으로 표현되는 정보를 이용하여 피드백 선형화 제어기를 설계하였다. 이 방법을 안테나 암의 제어 문제에 적용하여 시뮬레이션을 수행하였다. 시스템에 대한 정보를 모두 알고 제어기를 설계하는 기존의 피드백 선형화 기법의 성능과 본 논문의 방식을 적용한 결과 동등한 성능을 발휘하였다. 플랜트에 대한 정보가 없거나 부정확한 경우에 대해서 피드백 선형화 제어기를 설계할 수 없는 단점을 본 논문에서 제안한 신경회로망을 이용한 피드백 선형화 제어기 설계방식으로 극복하였다.

(참 고 문 헌)

- [1] K. Hornik, M. Stinchcombe and H. White, "Multilayer Feedforward Networks are Universal Approximators", Neural Networks, Vol. 2, pp. 359-366, 1989
- [2] F.C. Chen and C.C. Liu, "Adaptively Controlling Nonlinear Continuous Time System using Neural Networks", ACC, pp. 46-50, 1992.
- [3] A.U. Levin, K.S. Narendra, "Control of Nonlinear Dynamical Systems using Neural Networks:

Controllability and Stabilization", IEEE Trans. on Neural Networks, Vol. 4, No. 2, Mar. 1993.

[4] L. Jin, P.N. Nikiforuk, and M.M. Gupta, "Direct Adaptive Output Tracking Control using Multilayered Neural Networks", IEE Proc.-D, Vol. 40, No. 6, pp. 393-398, Nov. 1993.

[5] S. Sastry and A. Isidori, "Adaptive Control of Linearizable Systems", IEEE Trans. on Automatic Control, pp. 1123-1131, 1989.

[6] Ching-Fang Lin, Advanced Control Systems Design, Prentice-Hall, 1994.

[7] M.Hagan, Neural Network Toolbox User's Guide, pp. 8.4-8.12, MathWorks Inc., 1993.

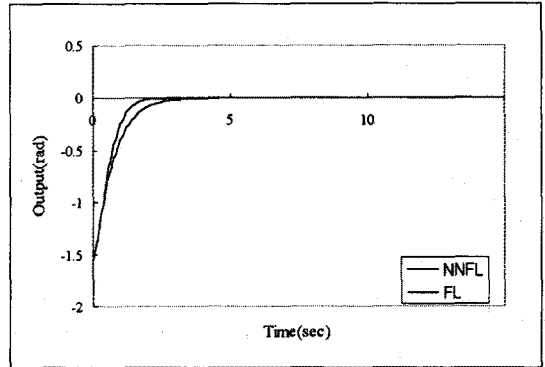


그림 1 기준신호 0도, 초기치(-1.52,0)

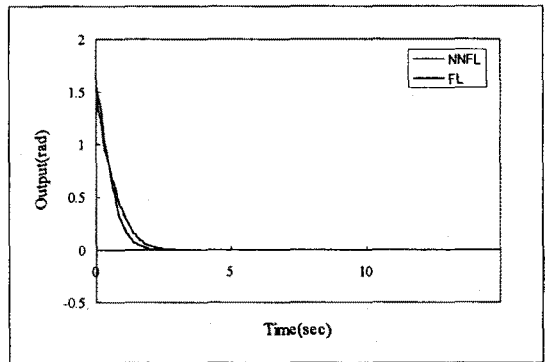


그림 2 기준신호 0도, 초기치(+1.52,0)

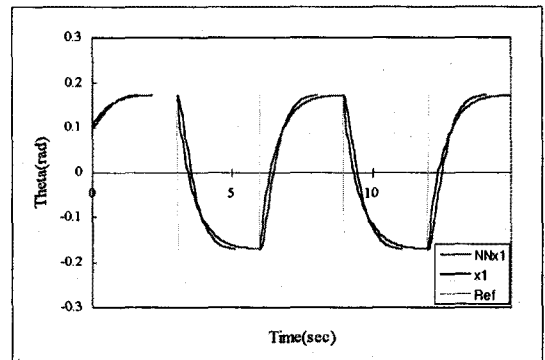


그림 3 기준신호 +10,-10도, 초기치(+0.1,0)