

적분기를 갖는 시간지연 시스템의 응답특성 개선

이석원, 양승현*, 이규용*

* 호서대학교 제어계측공학과(Tel: (0418)540-5482, Fax: (0418)540-5480, E-mail: swlee@dogsuri.hoseo.ac.kr)

Improved Response of Time-Delay System with Integrator

Suk-Won Lee, Seung-Hyun Yang*, Kyu-Yong Lee*

* Hoseo Univ. Dept. of Control Eng. (Tel: 0418-540-5482, Fax: 540-418-5480, E-mail: swlee@dogsuri.hoseo.ac.kr)

Abstract - Recently a new modified Smith predictor is proposed for a time-delay system with an integrator. It is shown that the approximate model yields the zero-steady state error and the disturbance compensator improved the transient response. But in case of mismatch between the plant's time-delay and model's time-delay, the overall response is not satisfactory. In this paper, it is proposed that the proper pole is added to the new modified Smith predictor to improve the overall response.

1. 서 론

입력과 출력 사이의 시간지연은 측정시간, 해석시간, 계산 및 전송시간 등으로 인하여 대부분의 물리적인 시스템에서 발생하는 일반적인 현상이다.

이러한 시간지연은 제어성능을 저하시킬 뿐만 아니라 안정성 또한 보장하기가 어렵다. 그렇기 때문에 시간지연시스템에 대해 많은 연구가 이루어지고 있다. 특히 Smith는 플랜트의 모델을 이용해 현재의 제어결과를 예측해, 폐루프 시스템의 특성방정식에 존재하는 시간지연요소를 제거함으로써, 시간지연요소가 없는 것처럼 제어를 설계 할 수 있는 구조를 제안하였다. 하지만 이 구조는 플랜트에 적분기가 존재하게 되면 정상상태오차(steady-state error)가 항상 발생하게 된다.[1,2] 이러한 점을 보완하기 위해 Watanabe[4]는 근사화된 모델식을 사용하여 적분모드를 갖는 플랜트에 대해서 정상상태오차를 제거하는 구조를 제안하였으나, 시간지연 값이 크면 불안정한 동작을 보이고 또한, 과도응답 속도가 느리다.

Astrom[1]과 Matausek[2]도 적분기가 존재하는 플랜트에 대해서 정상상태오차를 제거하는 구조를 제안하였으나, 결정해야 할 매개변수 값이 복잡하거나 불분명하다는 점을 가지고 있다. 이러한 점을 극복하고 과도응답 특성을 개선시키기 위해 Watanabe[6]는 기존의 제안된 제어기[4]에 외란보상기를 이용한 또 다른 변형된 Smith predictor를 제안하였다. 그러나 이 제어기 역시 마찬가지로 플랜트의 지연시간과 모델의 지연시간이 완전히 일치해야 한다는 단점을 가지고 있다.

본 논문에서는 Watanabe[6]의해 제안된 제어기의 외란 보상기의 특성을 고찰하여, 플랜트에 존재하는 시간지연과 모델이 가지는 시간지연 값이 일치하지 않을 경우에 발생하는 불안정한 응답특성을, 제안된 PI제어기에 적절한 극점을 추가시킴으로써 응답특성이 개선됨을

보인다.

2. 시간지연을 갖는 제어기기

2.1 Smith Predictor 제어

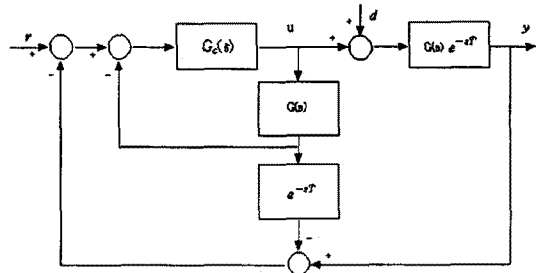


그림1. Smith Predictor 구조

그림1에서 $G(s)$ 는 플랜트, $G_c(s)$ 는 제어기, T 는 플랜트에 존재하는 시간지연 값이며, r 은 기준입력이며, d 는 스텝외란, y 는 출력이다. 기준입력 r 로부터 출력 y 사이 전달함수를 구해보면,

$$G_r(s) = \frac{G_c(s)G(s)}{1 + G_c(s)G(s)} \exp(-sT) \quad (1)$$

외란 d 로부터 출력 y 사이 전달함수를 구해보면,

$$G_d(s) = \frac{G(s)}{1 + G_c(s)G(s)} \exp(-sT) + \frac{G_c(s)G(s) \exp(-sT)}{1 + G_c(s)G(s)} [G(s) - G(s) \exp(-sT)] \quad (2)$$

(1)(2)식을 보면 특성방정식에서 시간지연 항이 제거되었음을 알 수 있다. 따라서 시간지연의 영향을 무시할 수 있게 되었다. 하지만, 플랜트에 적분모드가 존재하게 된다면 아래와 같이 항상 정상상태 오차가 발생함을 알 수 있다.

만약, 플랜트에 적분기가 존재한다면, 즉, $G(s) = \frac{K}{s}$ 인 경우 (2)식의 마지막항은 다음과 같다.

$$\lim_{s \rightarrow 0} \left[\frac{K}{s} - \frac{K}{s} \exp(-sT) \right] \neq 0 \quad (3)$$

그러므로, 외란에 대한 정상상태오차가 발생한다.

2.2 변형된 Smith Predictor 제어기

플랜트에 존재하는 적분기는 출력에 정상상태 오차를 가지게 하는데 이러한 점을 보완하기위해서 Watanabe는 다음과 같이 모델식에 근사화된 식을 사용하고[4],

외란에 대한 보상기가 존재하는 구조를 제안하였다.[6]

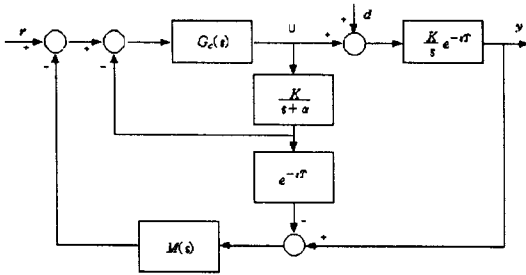


그림2. 변형된 Smith Predictor

그림2에서 α 는 정상상태 오차를 영으로 하기 위해 사용한 파라미터이고, $M(s)$ 는 제안된 외란 보상기이다. 기준입력에 대한 출력의 전달함수는 아래와 같다.

$$G_c(s) = \frac{G_c(s) \frac{K}{S} \exp(-sT)}{1 + G_c(s) \left[\frac{K}{s+a} + M(s) \left(\frac{K}{s} - \frac{K}{s+a} \right) \exp(-sT) \right]} \quad (4)$$

전달함수에서 분모항을 다시 정리하면, (5)식이 된다.

$$\left[1 + G_c(s) \frac{K}{s+a} \exp(-sT) \right]$$

$$\cdot \left[1 + \frac{M(s)G_c(s)}{1 + G_c(s) \frac{k}{s+a}} \left(\frac{K}{s} - \frac{k}{s+a} \right) \exp(-sT) \right] \quad (5)$$

윗 식의 첫 번째항이 안정하게 되도록 $G_c(s)$ 가 설계되어졌다고 가정하면, 두 번째항이 안정하게 된다면 시스템은 안정하게 된다.

부하외란에 대한 전달함수는 다음과 같다.

$$G_d(s) = \frac{\frac{K}{S} \exp(-sT)}{1 + G_c(s) \left[\frac{K}{s+a} + M(s) \left(\frac{K}{s} - \frac{K}{s+a} \right) \exp(-sT) \right]} + \frac{G_c(s) \frac{K}{S} \exp(-sT)}{1 + G_c(s) \left[\frac{K}{s+a} + M(s) \left(\frac{K}{s} - \frac{K}{s+a} \right) \exp(-sT) \right]} \cdot \left[\frac{K}{(s+a)} - M(s) \frac{K}{s+a} \exp(-sT) \right] \quad (6)$$

제어기에 적분기를 포함되고 있다면, 다음과 같게 된다.

$$\lim_{s \rightarrow 0} G_d(s) = \frac{K}{\alpha} [1 - M(0)] \quad (7)$$

즉, 정상상태 오차가 영이 되기 위한 필요충분조건은 $M(0) = 1$ 이 되어야한다. 또한, 외란에 대한 과도응답은 다음 식에 의존한다.

$$\frac{K}{(s+a)} - M(s) \frac{K}{s+a} \exp(-sT) = [1 - M(s) \exp(-Ts)] \frac{K}{s+a} \quad (8)$$

근사화 식에서 α 는 매우 작은 값이기 때문에 과도응답이 늦어지게 되는데, 빠르게 하기 위해서는 다음 식의 근에 의해,

$$[1 - M(-\alpha) \exp(Ts)] = 0 \quad (9)$$

$-\alpha$ 라는 극점이 제거 되어야한다.

외란 보상기(Disturbance Compensator) $M(s)$ 를 다음과 같이 가정하면,

$$M(s) = \frac{as+b}{s+\mu} \quad (10)$$

$M(0) = 1$ 라는 조건에 의해 $\mu = b$ 이어야하고, 또한 (9)식으로부터 다음식을 얻는다.

$$a = \frac{b + (a-\mu) \exp(-\alpha T)}{\alpha} \quad (11)$$

2.3 시간지연의 불일치

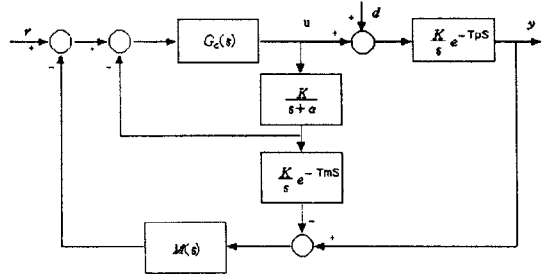


그림3. 플랜트와 모델의 지연시간이 불일치 경우

그림3에서 플랜트의 시간지연을 T_p , 모델의 시간지연을 T_m 이라하면, 기준입력에 대한 전달함수는 다음과 같다.

$$G_c(s) = \frac{G_c(s) \frac{K}{S} \exp(-TpS)}{1 + G_c(s) \left[\frac{K}{s+a} + M(s) \left(\frac{K}{s} \exp(-TpS) - \frac{K}{s+a} \exp(-TmS) \right) \right]} \quad (12)$$

분모항을 변형하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\left[1 + G_c(s) \frac{K}{s+a} \right] \cdot \left[1 + \frac{M(s)G_c(s)}{1 + G_c(s) \frac{k}{s+a}} \left(\frac{K}{s} \exp(-TpS) - \frac{k}{s+a} \exp(-TmS) \right) \right] \quad (13)$$

(13)식의 첫 번째항이 안정하게 되도록 $G_c(s)$ 가 설계되어 졌다고 가정하면, 두 번째항이 안정하게 된다면 시스템은 안정하게 된다. 하지만 두 번째 항은 플랜트와 모델의 시간지연 값의 불일치 정도에 따라 불안정하게 될수 있다.

부하 외란에 대한 전달함수는 (14)식과 같이 구해진다.

$$G_d(s) = \frac{\frac{K}{S} \exp(-TpS)}{1 + G_c(s) \left[\frac{K}{s+a} + M(s) \left(\frac{K}{s} \exp(-TpS) - \frac{K}{s+a} \exp(-TmS) \right) \right]} + \frac{G_c(s) \frac{K}{S} \exp(-TpS)}{1 + G_c(s) \left[\frac{K}{s+a} + M(s) \left(\frac{K}{s} \exp(-TpS) - \frac{K}{s+a} \exp(-TmS) \right) \right]} \cdot \left[\frac{K}{(s+a)} - M(s) \frac{K}{s+a} \exp(-TmS) \right] \quad (14)$$

부하외란에 대한 정상상태 오차는 다음과 같이 영이 되지않는다.

$$\lim_{s \rightarrow 0} G_d(s) \neq 0 \quad (15)$$

만일 제어기에 s_p 라는 극점을 추가시키면, (13)식의 두 번째 항의 불안정한 요소를 보상 할 수 있어,

$$1 + \frac{M(s)G_c(s) \frac{1}{(s-s_p)}}{1 + G_c(s) \frac{1}{(s-s_p)} \frac{k}{s+a}} \cdot \left(\frac{K}{s} \exp(-T_p S) - \frac{k}{s+a} \exp(-T_m S) \right) \quad (16)$$

시스템의 안정도를 증가시킬 수 있다. 이 경우 부하외란에 대한 전달함수는(17)식과 같이 되고,

$$G_d(s) = \frac{\frac{K}{s} \exp(-T_p S)}{1 + G_c(s) \frac{1}{(s-s_p)} \left[-\frac{K}{s+a} + M(s) \left(\frac{K}{s} \exp(-T_p S) - \frac{K}{s+a} \exp(-T_m S) \right) \right]} + \frac{G_c(s) \frac{1}{(s-s_p)} \frac{K}{s} \exp(-T_p S)}{1 + G_c(s) \frac{1}{(s-s_p)} \left[\frac{K}{s+a} + M(s) \left(\frac{K}{s} \exp(-T_p S) - \frac{K}{s+a} \exp(-T_m S) \right) \right]} \cdot \left[\frac{K}{(s+a)} - M(s) \frac{K}{s+a} \exp(-T_m S) \right] \quad (17)$$

안정도가 보상되면, 정상상태 오차는

$$\lim_{s \rightarrow 0} G_d(s) = 0 \quad (18)$$

영이 되어, 플랜트와 모델의 시간지연 값의 불일치에 대한 응답특성이 개선된다.

3. 시뮬레이션 결과

$G(s) = \frac{1}{s} \exp(-s)$, $\alpha = 0.1$, 기준입력은 단위스텝이며, 20초후에 -0.5크기의 스텝 입력의 부하외란이 발생한다. 또한, (10),(11)식으로부터 μ 와 b 는 1이고 $a = 2.1$ 이 된다. 또한, $G_c(s)$ 는 다음과 같이 설계되었다.

$$G_c(s) = \frac{5.95s + 4}{s} \quad (19)$$

그림4는 Watanabe가 제안한 제어기의 응답을 보여주고, 그림5는 $T_m = 1.5$ 초인 경우의 응답이다. 그림6은 극점을 추가하여 응답특성을 개선시킨 경우이다.

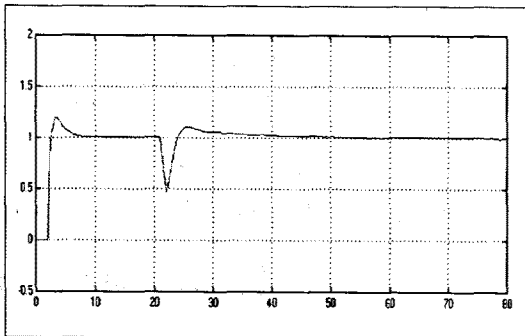


그림4. Watanabe가 제안한 제어기의 응답.

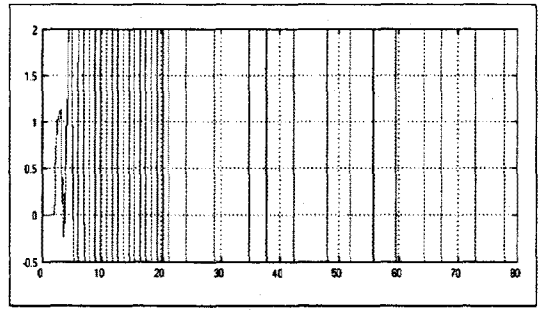


그림5. $T_p = 1$ 초, $T_m = 1.5$ 초인 경우

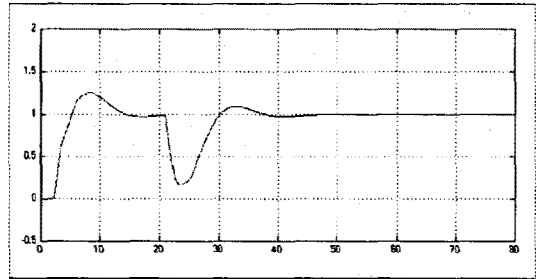


그림6. $T_p = 1$ 초, $T_m = 1.5$ 초 일때 $s_p = 9$ 의 극점을 추가시킨 경우

4. 결 론

시간지연이 존재하는 시스템에 적분기가 존재하게 되면 Smith가 제안한 구조는 항상 정상상태오차가 발생한다. 그래서 Watanabe는 적분기가 존재할 때 생기는 정상상태 오차를 제거하고 과도응답을 빠르게하는 변형된 Smith Predictor구조를 제안하였지만, 시간지연이 플랜트와 모델 사이에서 불일치 할 경우는 응답이 불안정하게 된다. 이럴 경우, 기존제어기에 극점을 추가시킴으로써 응답특성을 개선시켰다. 그러나, 만족할만한 특성을 갖도록 하는 극점의 범위 및 최적의 극점 값을 결정하는 것은 계속 연구되어야 한다.

{참 고 문 헌}

- [1] K. J. Astrom, C. C. Hang, and B. C. Lim, "A New Smith Predictor for Controlling a Process with an Integrator and Long Dead-Time", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 39, no. 2, pp. 343-345, 1994.
- [2] M. R. Matausek and A. D. Micic, "A Modified Smith Predictor for Controlling a Process with an Integrator and Long Dead-Time", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 41, no. 8, pp. 1199-1203, 1996.
- [3] O. J. Smith, "A Controller to Overcome Dead Time", *ISA J.*, vol. 6, no. 2, pp. 28-33, Feb. 1959.
- [4] Keiji Watanabe and Masami Ito, "A Process - Model Control for Linear Systems with Delay", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. ac-26, no. 6, pp. 1261-1269, Dec. 1981.
- [5] J. E. Marshall, "Time-Delay Systems," *ELLIS HORWOOD, 1992*
- [6] Keiji Watanabe Ito, "A Process - A New Modified Smith Predictor Control for Time-Delay System with ac Integrator", *ACC*, vol III-127 July 1997