

유전 알고리즘을 이용한 슬라이딩 모드 제어기의 설계

서호준\*, 박장현\*, 박귀태\*  
\*고려대학교 전기·전자·전파공학부

Design of Sliding Mode Controller using Genetic Algorithm

Ho-Joon Seo\*, Jang-Hyun Park\*, Gwi-Tae Park\*  
\*School of Electrical Engineering, Korea Univ

**Abstract** - To reduce chattering in sliding mode control, a boundary layer around the sliding surface is used, and a continuous control is applied within the boundary. In this paper, a method of determining the sliding mode controller switching gains and the width of boundary layer is presented. Contrary to the trial and error selection of the switching gains and the width of boundary layer, the selection in the presented work is done using genetic algorithms. Simulation results show that the system performance has been improved.

1. 서 론

불확실성이 존재하는 시스템에 대한 슬라이딩 모드 제어기 설계시 불확실성이나 외란에 둔감한 특성을 갖기 위하여 발생하는 불연속 제어 입력은 전형적인 슬라이딩 모드 제어기의 스위칭 논리로 인하여 Chattering 현상을 수반하게 되며, 이는 실제 산업용 기기가 그러한 고주파 특성에 빠르게 반응하지 못하거나 모델화 안된 동특성을 여기시키는 문제를 수반하게 된다. 이러한 Chattering 현상을 감소시키는 연구들은 스위칭 평면 근방에 경계층(Boundary layer)을 도입하거나 제어기 이득을 가변시키는 방법, 또는 연속 슬라이딩 모드 제어(CSMC : continuous sliding mode control) 등 많은 연구 결과가 발표되었다. 본 논문에서는 슬라이딩 모드 제어시 발생하는 chattering 현상을 감소시키기 위하여 경계층을 도입하여 제어기 이득을 변화시키는 기법을 도입하였다. 그러나, 이러한 경계층의 폭 및 제어기 이득을 결정하기 위하여는 제어기 설계자의 경험 및 모의 실험 등 많은 시간과 노력을 통하여 이루어지므로 슬라이딩 평면의 경계층 폭 및 제어기 이득 설계를 위하여 유전 알고리즘을 도입하여 최적의 파라미터 값들을 결정하는 방법에 대한 설계 기법을 다룬다.

2. 유전 알고리즘

유전 알고리즘은 1970대 미국의 John Holland 교수에 의하여 정립된 이론으로 자연의 유전학(natural genetics)과 자연 선택(natural selection)의 원리에 근거한 통계적 최적화 방법이다. 해 공간이 작을 경우에는 완전 탐색 방법을 이용하여 최적 해를 찾을 수 있지만 해 공간이 클 경우에는 탐색영역이 방대해져 최적 해 탐색이 어려워진다. 한편 기존의 최적해 탐색이 국부 탐색(local search)을 하는데 반해 유전 알고리즘은 여러 해를 동시에 탐색하는 전역 탐색(global search)을 수행함으로써 전역적인 최적해(global optimal solution)를 찾을 확률이 기존의 최적화 탐색에 비해 큰 것이 특징이다. 특히 파라미터 영역의 연속성과 미분치의 존재와 같은 제약 조건이 없으며 다른 탐색 방법에서 필요로 하는 보조적인 정보가 필요없다는 장점을 가진다. 이러한 유전 알고리즘에 쓰이는 연산자는 난수 발생, 문자열 복제, 부분 문

자열 교환 등 단순한 형태이지만 그 단순성에도 불구하고 전역적인 최적 해를 찾는 데 있어서 뛰어난 탐색 기능을 발휘하는데 이러한 유전 알고리즘의 수렴 해석에 관한 연구는 스키마 이론에 기초하여 이루어진다.[1] 엄밀히 말해, 유전 알고리즘을 통해 최적 근처의 해를 찾았다 하더라도 탐색하지 않은 영역이 남아 있는 한 탐색이 끝났다고는 할 수 없다. 그러나 공학적인 문제에서는 최적 값에 근접한 값을 찾았다면 실용상 문제가 되지 않는다고 할 수 있으며, 이러한 응용에는 유전 알고리즘을 이용하여 최적 혹은 최적 근처의 해를 효율적으로 탐색할 수 있다. 유전 알고리즘을 적용할 수 있는 최적화 문제로는 수학적 해석이 가능한 간단한 함수의 최대, 최소를 구하는 문제로부터 수학적 해석이 어렵고 방대한 해공간을 탐색해야 하는 문제 등의 적용 분야가 다양하다.[2-4] 한편 유전 알고리즘의 성능은 실제 파라미터의 부호화 기법(coding technique), 복제(reproduction), 교배(crossover), 돌연변이(mutation) 등의 유전 연산자(genetic operator)와 평가 함수(evaluation function)의 설정 등에 크게 의존한다. 일반적인 이진 부호화 기법(binary coding technique)에 의하여 생물과 같은 복제, 교배, 돌연변이를 거쳐 다음 세대의 자손(offspring)을 만들어 내는 과정은 다음의 절차와 같다.

- Step 1 부호화 및 초기화(coding and initialization)  
생물의 유전 정보를 담고 있는 염색체(chromosome)와 같이 유전 알고리즘에서는 염색체에 해당하는 파라미터를 부호화한다. 일반적인 부호화 방법은 파라미터를 유한 길이의 이진 문자열로 부호화하며 랜덤하게 문자열을 생성하여 초기 해집단(initial population)을 구한다.
- Step 2 적합도 평가(fitness evaluation)  
각 문자열을 복호화(decoding)하여 목적 함수에 대한 적합도를 계산한다.
- Step 3 복제  
자연 선택의 개념을 기반으로 높은 적합도를 가진 문자열에 대하여 다음 세대로 복제될 확률을 높게 한다.
- Step 4 교배  
두 문자열을 임의 선정하여 문자열 안에 있는 유전 정보를 서로 교환하여 새로운 정보를 갖는 문자열을 만든다.
- Step 5 돌연변이  
문자열 안에 있는 유전자의 일부를 임의로 바꾸어 새로운 정보를 갖는 문자열을 만든다.
- Step 6 Step 2 ~ Step 5의 과정을 반복하여 최적의 해를 탐색한다.

3. 슬라이딩 모드 제어기

가변 구조 제어기의 설계 목적은 계통의 상태 벡터들의 초기치  $x(t_0)$ 에 관계없이 상태값들을 미리 정해진 성질을 갖도록 선정된 슬라이딩 평면으로 이동시켜 계통의 동작을 슬라이딩 평면상에 제한시킴으로써 슬라이딩 평면이 갖는 최대 장점인 외란에 대한 강인성 및 차수 감소 효과를 얻는데 있다. 이러한 성질을 갖는 가변 구조

제어기는 다음의 두 단계에 의하여 설계된다.

- 원하는 특성을 갖는 슬라이딩 평면의 설계
  - 계통의 상태 벡터들을 슬라이딩 평면상에 위치하도록 하는 제어 입력의 구성
- 위의 설계 과정에 따라 외란을 갖는 일반 선형 계통에 대한 가변 구조 제어기를 구성하기 위하여 식(1)과 같이 표현되는 선형 계통을 고려하자.

$$\dot{x}(t) = (A + \Delta A)x(t) + Bu(t) + f(t) \quad (1)$$

여기서  $x \in R^n$ ,  $u \in R^m$ ,  $A \in R^{n \times n}$ ,  $B \in R^{n \times m}$ 이고  $\Delta A$ 는 계통 파라미터의 불확실성을,  $f(t)$ 는 외란을 의미하며, 만일  $\Delta A$ 와  $f(t)$ 에 다음과 같은 식 (2)의 관계를 만족하는  $\Delta \tilde{A}$ 와  $\tilde{f}(t)$ 가 존재하면 상태 벡터와 외란은 정합 조건을 만족한다고 한다.

$$\Delta A = B\Delta \tilde{A}, f(t) = B\Delta \tilde{f} \quad (2)$$

정합 조건을 나타내는 식 (2)는 모든 상태 벡터의 불확실성과 외란은 제어 입력을 경유하여 계통에 영향을 미치게 됨을 의미한다. 식 (1)이 정합 조건을 만족하면 다음과 같이 간단히 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + BE \\ E &= \Delta \tilde{A}x + \Delta \tilde{f} \end{aligned} \quad (3)$$

상태 벡터의 불확실성과 외란이 존재하지 않을 경우 식 (3)의 계통은 다음과 같이 표현되며, 이를 공칭 계통이라 정의한다.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (4)$$

슬라이딩 평면의 설계는 식 (4)의 공칭 계통을 이용하며, 다음과 같이 설계한다. 먼저 슬라이딩 평면을 다음과 같이 정의하자.

$$\begin{aligned} s(x) &\triangleq Gx \\ s(x) &= [s_1(x) \ s_2(x) \ \dots \ s_m(x)]^T \\ G &= [G_1^T \ G_2^T \ \dots \ G_m^T]^T \end{aligned} \quad (5)$$

계통이 슬라이딩 모드 상태에 있다는 것은 상태 벡터  $x_0$ 가  $s(x)$  상에 위치하고,  $t > t_0$ 인 모든 시간에 대해서도  $x(t)$ 가  $s(x)$  위에 존재하는 것을 의미한다. 식 (4)의 계통이 식 (5)의 슬라이딩 평면상에서 슬라이딩 모드를 일으키기 위한 조건은 다음 식 (6)과 같다.

$$s(x) = 0, \dot{s}(x) = 0 \quad \forall t \geq t_0 \quad (6)$$

식 (4), (5), (6)으로부터  $\dot{s}(x)$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$\dot{s}(x) = G\dot{x} = G(Ax + Bu) = 0 \quad (7)$$

식 (7)에서 구해지는 제어 입력  $u$ 를 등가 제어(equivalent control) 입력  $u_{eq}$  라고 정의한다.

$$u_{eq} \triangleq -(GB)^{-1}GAx, \det(GB) \neq 0 \quad (8)$$

식 (8)로 표현되는 등가 제어 입력을 식 (4)의 공칭 계통에 인가하면 슬라이딩 평면에서의 계통의 동특성을 나타내는 슬라이딩 모드 방정식을 얻을 수 있으며 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{x} = [I_n - B(GB)^{-1}G]Ax, x(t_0) = x_0 \quad (9)$$

식 (9)에서  $K \triangleq (GB)^{-1}GA$ 로 정의하면 다음 식이 성

립한다.

$$\dot{x} = (A - BK)x \quad (10)$$

식 (10)으로 표현되는 슬라이딩 모드 상태 방정식의 계환 이득  $K$ 를  $A - BK$ 의 고유치가 음의 실수부를 갖도록 선정하면 슬라이딩 모드에서의 전체 페루프 계통은 안정함을 알 수 있다.

이상에서 언급한 방법에 의해 슬라이딩 평면이 선정되면, 다음으로 상태의 초기 위치에 관계없이 항상 슬라이딩 모드를 발생하도록 하는 제어 입력을 구성해야 한다. 이러한 제어 입력을 구성하는 방법으로는 여러 가지 방식이 제안되고 있으나 본 논문에서는 Lyapunov 함수를 이용한 방식을 기술하도록 한다. 식 (11)로 표시되는 슬라이딩 평면의 방정식을 이용하여 다음과 같은 Lyapunov 함수  $V(s)$ 를 정의하자.

$$V(s) \triangleq \frac{1}{2} s^T s \quad (11)$$

슬라이딩 모드 발생을 보장하기 위해서는, 위의 Lyapunov 함수의 일차 도함수 값이 음이 됨을 보여주면 된다.

$$\dot{V}(s) = s^T \dot{s} < 0 \quad (12)$$

이를 위하여 식 (13)과 같은 불연속 제어 입력  $\Delta u$ 를 정의하자.

$$\Delta u \triangleq -\frac{(GB)^T s}{\|(GB)^T s\|} \rho \quad (13)$$

윗 식에서  $\rho$ 는 식 (13)에서 나타난  $E$  와 다음의 관계를 만족시켜 주는 연속 함수이다.

$$\|E\| \leq \rho \quad (14)$$

식 (8)에서 구한 등가 제어 입력  $u_{eq}$  와 식 (13)으로 정의한 불연속 제어 입력  $\Delta u$ 를 식 (3)의 계통에 대입하면, 다음과 같은 페루프 방정식을 얻는다.

$$\dot{x} = Ax - B(GB)^{-1}GAx + B\Delta u + BE \quad (15)$$

식 (15)를 식 (12)에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}(s) &= s^T \dot{s} \\ &= s^T [GAx - \frac{GB(GB)^T s}{\|(GB)^T s\|} \rho + GBE] \\ &= \frac{-s^T (GB)(GB)^T s}{\|(GB)^T s\|} \rho + s^T GBE \\ &\leq -\frac{\|(GB)^T s\|^2}{\|(GB)^T s\|} \rho + \|s^T GBE\| \\ &= -\|(GB)^T s\| \rho + \|s^T GBE\| \\ &\leq -\|(GB)^T s\| \rho + \|s^T GB\| \|E\| \\ &< 0 \quad (\because \text{식 (14)}) \end{aligned} \quad (16)$$

식 (16)으로부터 시스템의 불확실성이나 외란에 관계없이 그 한계치만을 사용하여 구성한 불연속 제어 입력  $\Delta u$ 와 등가 제어 입력  $u_{eq}$ 에 의하여 초기치에 무관하게 계통의 상태들이 슬라이딩 평면에 도달하도록 보장해 준다.

#### 4. GA를 이용한 슬라이딩 모드 제어기의 설계

3장에서 언급한 바와 같이 시스템의 불확실성이나 외란에 관계없이 그 한계치만을 사용하여 구성된 불연속 제어 입력  $\Delta u$ 는 전형적인 슬라이딩 모드제어의 스위칭 논리로 인하여 제어 입력이 본질적으로 불연속이며 Chattering 현상을 수반하게 되며, 이는 실제 산업용 기기가 그러한 고주파 특성에 빠르게 반응하지 못하거나 모델화 안된 동특성을 여기시키는 문제를 수반하게 된다. 이러한 Chattering 현상을 감소시키는 연구들은 스위칭 평면 근방에 경계층(Boundary layer)을 도입하거나 제어기 이득을 가변시키는 방법, 또는 연속 슬라이딩 모드 제어(CSMC : continuous sliding mode control)등 많은 연구 결과가 발표되었다.

본 논문에서는 슬라이딩 모드 제어시 발생하는 chattering 현상을 감소시키기 위하여 경계층을 도입하여 제어기 이득을 변화시키는 기법을 도입하였다. 그러나, 이러한 경계층의 폭 및 제어기 이득을 결정하기 위하여는 제어기 설계자의 경험 및 모의 실험등 많은 시간과 노력을 통하여 이루어지므로 슬라이딩 평면의 경계층 폭 및 제어기 이득 설계를 위하여 유전 알고리즘을 도입하여 최적의 파라미터 값들을 결정하는 방법에 대한 설계 기법을 다룬다.

경계층 폭과 제어기 이득의 영향을 고려하여 최적의 경계층 폭과 제어 이득을 설계하기 위하여 적합도 함수의 형태를 다음과 같이 선정하였다.

$$\text{fitness function} = \int s^2 dt$$

알고리즘 수행 방식은 2장에서 언급한 형태를 취한다.

## 5. Simulation

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -h(t)x_2^2 \cos 3x_1 + u \end{aligned} \quad (17)$$

$$y = x_1$$

여기에서  $h(t) = |\sin(t)| + 1$  이며, 추종해야 할 출력은  $y_d = \sin(\pi t/2)$  이다.

먼저 출력 오차를 식 (18)과 같이 선정한다.

$$e \triangleq [e_1 \quad e_2]^T = [y - y_d \quad \dot{y} - \dot{y}_d] \quad (18)$$

슬라이딩 평면을 식 (19)와 같이 설계한다.

$$s = e_2 + 20 e_1 \quad (19)$$

제어입력은 식(20)과 같다.

$$u = -20e_2 - \rho x_2^2 \cos 3x_1 \cdot \text{sat}(s/h) \quad (20)$$

여기에서  $\rho$ 는 불확실성의 최대값이며  $h$ 는 경계층의 폭을 나타낸다.

## 6. 결론

불확실성이 존재하는 시스템에 대한 슬라이딩 모드 제어기 설계시 스위칭 입력의 이득값 결정은 시스템 응답 특성에 가장 큰 영향을 미치는 요인중의 하나이다. 이러한 스위칭 제어 입력의 이득값을 결정하기 위하여 유전 알고리즘을 이용한 제어기를 설계하고자 한다. 유전 알고리즘은 자연계에 존재하는 적자생존의 원리를 이용하여 적합도가 큰 문자열을 다음세대에 복제함으로써 진영해를 찾아가는 최적화 기법으로써 목적함수에 연속미분조건이 없으며 병렬연산 및 동시 최적화가 가능하다. 본 논문에서는 슬라이딩 모드 제어기의 chattering 현상을

감소시키기 위하여 유전 알고리즘을 이용한 슬라이딩 평면의 경계층 폭 및 제어기 이득 설계에 대한 설계 기법에 관한 연구를 수행하였다.

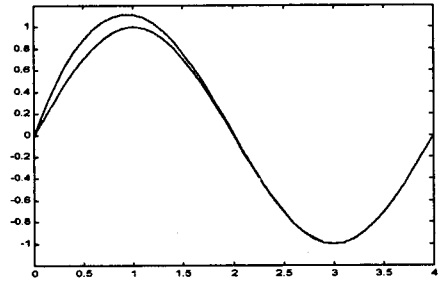


그림 1 출력  $y(t)$  와 기준 출력  $y_d(t)$

## [참고 문헌]

- [1] D.E. Goldberg, Genetic Algorithm in Search, Optimization and Machine Learning, Reading, MA: Addison-Wesley, 1989
- [2] K. Kristinsson and G. A. Dumont, "System identification and control using genetic algorithms." IEEE Trans. Sys., Man, Cybern., vol 22, pp. 1033-1046, Sep./Oct. 1966
- [3] H. Nomura, I. Hayashi, and N. Wakami, "A learning method fusing fuzzy reasoning and genetic algorithm." in Proc. of the IMACS/SICE Int. Symp., pp 155-160.1992
- [4] A. Homaifar and E. McCormick, "Simultaneous design of membership functions and rule sets for fuzzy controllers using genetic algorithms." IEEE Trans. Fuzzy Sys., vol 3, pp. 129-139, May 1995
- [5] F. J Chang and H. J Liao and Shyang Chang, "Position control of dc motor via variable structure systems control : A chattering alleviation approach." IEEE Transaction on Industrial Electronics. vol 37 , no 6. pp. 452-459, Dec
- [6] H.N.Al-Duwaish and Z.M.Al-Hamouz, "A Genetic approach to the selection of the variable structure controller feedback gains." IEEE international conference on control applications trieste, italy 1-4, pp 227-229, sep 1998
- [7] G. Bartolini and A. Ferrara and Elio Usai, " On boundary layer dimension reduction in sliding mode control of SISO uncertain nonlinear system." IEEE international conference on control applications trieste, italy 1-4, pp 242-247, sep 1998
- [8] Yuri B. Shtessel and James M. Buffington, "Continuous sliding mode control." American control confrence Philadelphia, Pennsylvania, pp 562-563, June 1998
- [9] Fengxi Zhout and D. Grant Fisher, " Continous sliding mode control." Int. J. Control vol. 55. no 2, pp 313-327, 1992
- [10] J.A.Burton and A.S.I Zinober, "Continous approximation of variable structure control." Int.J.System Sci. vol17. no 6, pp 875-885, 1986
- [11] Pushikin Kachroo and Masayoshi Tomizuka, " Chattering reduction and Error convergence in the sliding-mode control of a class of nonlinear systems." IEEE transaction on automatic control. vol 41. no 7. pp 1063-1068 july 1996