

새로운 최적제어기의 설계

박승규*, 안호균, kwak군평

창원대학교 전기공학과

Noble Design of Optimal Controller

Park Seung-Kyu*, An Ho-Gyun, Kwak Gyun-Pyung
Dept. of Electrical Engineering, Chang-Won Nat'l Univ.

Abstract - In this paper, noble optimal controller is proposed to overcome the relative optimality of the existing method. It use a virtual state which is less weighted then the actual states and input.

위계통에 대한 기존의 최적제어에 대해서 설명하기로 하며 간단한 설명을 위해서 대수적인 최적제어의 경우를 설명하기로 한다. 상태와 입력을 최소화하는 것이 제어의 목적인 경우에 평가함수는 다음과 같이 설정된다.

1. 서론

$$J = \int_{t_0}^{\infty} \frac{1}{2} (x^T Q x + r u^2) dt \quad (2)$$

최적제어 이론은 제어의 목적을 정량화해서 정량화된 양을 최소화하도록 하는 제어 방법이며 제어목적이 여러 가지인 경우에는 어느 것에 더 비중을 두어 최소화 해야할지를 하중요소의 크기를 조절함으로써 결정하게 된다[1]. 하중함수는 최소화 하고자 하는 양들의 중요성을 상대적으로 결정하게 됨으로써 제어목적들이 상대적으로 달성되게 된다. 최적제어의 개념은 최근의 H_{∞} 강인제어까지 그개념이 상당히 광범위하게 쓰여져 왔으며 제어가 아닌 다른 분야에서도 매우 중요한 개념 중의 하나이다[2]. 최적제어에 있어서의 한계성을 다른각도에서 살펴보면 제어가 동특성을 갖지 않음으로써 다양한 특성을 갖는데, 이를테면 더 좋은 성능을 갖도록 하는데 제한이 있다는 것을 지적할 수 있다. 제어가 파라미터가 상태변수의 수와 같다는 것으로 그이상의 제어가 파라미터의 자유도를 제한함으로써 성능향상을 가로막는 요인이 된다고 생각할 수 있다. 그리고 제어변수들 간의 상대적인 최적관계를 다루기 때문에 여러 가지를 최적화하는 경우 한가지에 치중해서 최적화시키는 경우보다는 그 성능이 제한될 수 밖에 없다. 이러한 최적제어의 한계성, 즉 최적개념의 상대성을 극복하기 위하여 본연구에서는 가상의 상태를 정의하고 최적의 비중치를 실제상태와 입력 모두에 둬으로써 제어성능을 향상시키고자 한다. 가상의 상태를 도입함으로써 동특성이 추가되며 이것은 제어가 파라미터 결정의 자유도를 증가시키게 된다. 결국제어기 파라미터의 자유도를 증가시키고 그파라미터들을 최적으로 결정하는데 있어서 가상의 상태와 실제상태간의 비중을 실제계통에 유리하도록 하여 기존의 실제상태들을 상대적으로 최적화하는 개념을 벗어남으로써 제어성능을 향상시키고자 하는 것이다. 실제제어 목적과 가상제어목적을 설정해 두고 가상의 제어목적을 상대적으로 소홀히 하면 실제제어목적이상대적으로 잘 달성될 것이라는 것이 본 연구의 기본개념이다.

여기서 Q 와 r 은 하중요소이다. 하중요소는 "상태들과 입력에 각각 어느정도의 비중을 두고 최소화할 것이냐"라는 의미를 가지고 있다. 위의 하중함수를 최소화시키는 최적제어입력은 다음과 같다.

$$u(x) = -\frac{1}{r} B^T S x(t) = -K x(t) \quad (3)$$

여기서 S 는 다음 대수 리카티 방정식의 해이다.

$$-SA - A^T S - Q + \frac{1}{r} S B^T B S = 0 \quad (4)$$

위의 최적제어입력을 구하는데 있어서 하중함수를 조절해서 상태를 최소화 한다는 쪽에 비중을 둔다면 입력을 최소화한다는 개념은 약해질 것이므로 동시에 상태와 입력 두가지 모두를 최소화한다는 개념에서 보면 한계를 가지고 있음이 분명하다. 이에 본연구에서는 이러한 기존의 상대적인 최적개념의 한계를 탈피하고자 한다.

2.2. 새로운 최적제어기의 제안

2장에서 지적되었던 기존 최적제어기의 한계를 극복하기 위해서 다음과 같은 새로운 가상의 상태를 도입한다. 가상의 상태는 실제적으로는 실제계통의 입력이 된다.

$$\dot{x}_v(t) = -\alpha x_v(t) + u_v(t) \quad (5)$$

여기서 $\alpha > 0$ 이고 $u = x_v$ 이다. 가상상태를 정의할 때의 고려할 사항은 다음과 같다. 기존계통의 고유치보다 절대값이 작도록 한다. 이것은 상대적으로 실제계통의 시간응답특성을 개선하기 위해서이다. 가상상태를 포함하는 차수가 증가된 시스템은 다음과 같이 구성된다.

2. 본론

2.1 문제설정

다음과 같은 계통을 고려하기로 한다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ \dot{x}_v(t) &= -\alpha x_v(t) + u_v(t) \end{aligned} \quad (6)$$

차수가 증가된 위의 계통에 대해서 최적제어기법을 적용시키는 방법은 기존의 방법과 같으며 하중함수의 선정에 있어서 기존의 상태와 입력에 대한 하중함수의 비를 새로운 계통에서 실제 상태와 가상상태에 곱해지는 하중함수의 비와 같게 하면 원래의 제어목적과 같아진다. 가상입력에 곱해지는 하중값은 상대적으로 작게 하는데 이는 가상입력으로 최적화시키는 데에는 전혀 상관없는 항목으로서 상대적으로 실제 상태와 입력에 더 비중을 두어 최적화 할 수 있다는 개념을 도입하기 위함이다. 위의 계통에 대한 평가함수는 다음과 같다.

$$J = \int_{t_0}^{\infty} \frac{1}{2} (\mathbf{x}_e^T \mathbf{R} \mathbf{x}_e + p u_v^2) dt \quad (7)$$

여기서 하중함수 $R = \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & r \end{bmatrix}$ 이며 p 는 r 보다 작은 양의 실수이다. 위의 평가함수를 최소화시키는 가상 최적제어입력은 다음과 같다.

$$u_v(x_e) = -\frac{1}{r} B^T S_e x_e(t) = -K_e x_e(t) \quad (9)$$

여기서 S_e 는 다음 대수 리카티 방정식의 해이다.

$$-S_e A - A^T S_e - R + \frac{1}{r} S_e B^T B S_e = 0 \quad (10)$$

u_v 는 가상의 입력이고 실제 계통에 인가되는 제어입력은 가상의 상태 x_v 이다. 이것을 블록선도로 나타내면 다음과 같다.

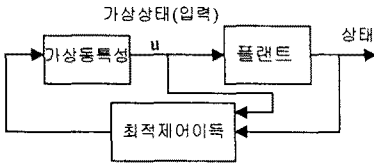


그림 1. 전체계통의 블록선도

2.3 수치예 및 시뮬레이션

아래와 같은 3차 계통을 고려하자.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

위의 시스템에 대한 기존의 평가함수는 아래와 같다고 하자.

$$J = \int_{t_0}^{\infty} \frac{1}{2} (\mathbf{x}^T \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix} \mathbf{x} + u^2) dt$$

제안된 최적제어기를 구성하기 위하여 가상 상태 x_v 를 다음과 같이 정의한다.

$$\dot{x}_v(t) = -x_v(t) + u_v(t)$$

식(7)에서 하중요소는 다음과 같이 결정한다.

$$R = \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad p=1$$

시뮬레이션 결과는 그림2-5에 나와 있다. 시뮬레이션 결과 기존의 최적제어기는 상태와 입력을 동시에 최소화 한다는 면에서 제안된 최적제어기에 비해서 그 성능이 떨어 짐을 알 수 있었다

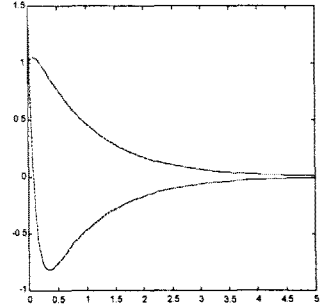


그림 1. 기존의 최적제어기를 사용한 경우의 상태

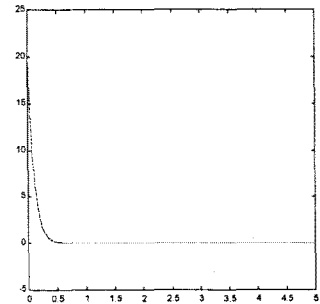


그림 2. 기존의 최적제어입력

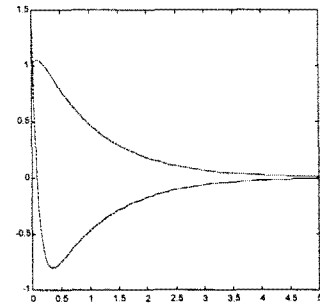


그림 3. 제안된 최적제어기를 사용한 경우의 상태

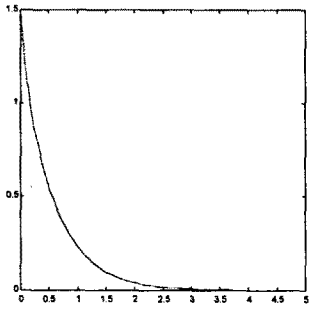


그림 4. 제안된 최적제어기의 입력(가상상태)

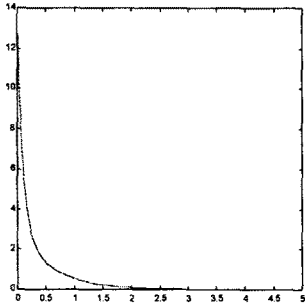


그림 5. 제안된 최적제어기에서의 가상 최적 입력

3. 결론

본 논문에서는 최적제어기의 새로운 설계방법이 제시되었다. 기존의 최적제어에서 제어변수들 간의 상대적인 최적관계를 다루기 때문에 여러 제어목적을 최적화할 때 한가지에 치중해서 최적화시키는 경우보다는 그 성능이 제한될 수 밖에 없었던 한계성을 극복하기 위하여 가상의 상태를 정의하고 최적의 비중치를 실제상태와 입력에 두드러지게 상태와 입력 모두를 기존의 최적제어 기법에 비해서 더욱 최소화할 수 있음을 보였다. 본논문에서 제안된 방법은 최적제어 개념이 사용되는 모든 분야에 적용될 수 있을 것으로 기대된다.

(참 고 문 헌)

- [1] D.E. Kirk, Optimal control theory, Prentice-Hall, 1970
- [2] K.Jhou, J.C.Doyle, K.Glover, Robust and Optimal Control, Prentice-Hall, 1995