

극배치 보상기를 가진 적응 퍼지 제어기의 설계

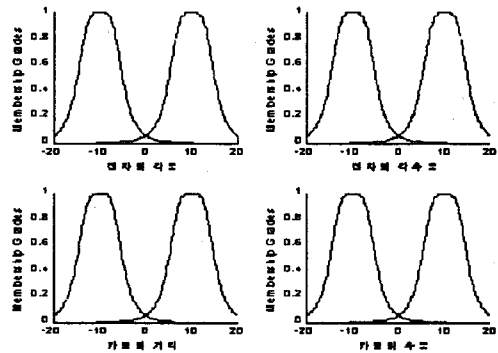
최 창호*, 홍 대승, 유 창완, 전 상영, 임 회영
광운대학교

Adaptive Fuzzy Controller Design Using Pole Assignment Compansator

Chang-Ho Choi*, Dae-Seung Hong, Chang-Wan Ryu, Sang-Yeong Jeon, Wha-Yeong Yim.
Dept. of Control and Instrumentation Eng. Kwangwoon Univ.

Abstract - Adaptive Fuzzy control system is v
ery powerful in nonlinear system. but That syst
em require exactly membership function and pa
rameter.If the membership function and parame
ter are not exact,the system will generate chatt
ering. Using the Pole assignment compensator c
an remove the chattering and steepest descent
method can reduce the convergence time. In thi
s paper,this algorithm applicate to the Inverted
pendulum.so gave proof of algorithm that is to
be vigorous.

본 논문에서는 독립 진자를 제어하기 위해 상태 변수를
진자의 각도, 진자의 각속도, 카트의 거리, 카트의 속도
등 4개로 정하였다. <그림 1.>는 초기의 소속함수 모양
이다.



<그림 1.> 소속 함수

1. 서 론

적응 퍼지 추론 시스템은 수학적 모델링이 난해한 비선
형 시스템을 제어하는 방식이다. 불확실성 요소를 언어
변수와 소속 함수로 구성된 IF-THEN 규칙에 따라 여
러 가지 추론 방법으로 적절한 출력을 추론하게 된다.소
속 함수나 파라미터가 정확하지 않으면 진동이 발생하거
나 발산을 하는 단점이 있는데, IF-THEN 규칙에 대해
조건부 소속함수 파라미터와 결과부 파라미터를 최급 강
하법을 사용하고, 진동이 발생하는 부분에 극배치 보상
기를 사용하여 최적화를 통해 보다 성능이 좋은 퍼지 제
어기를 설계할 수 있다.

2. 적응 퍼지 제어기

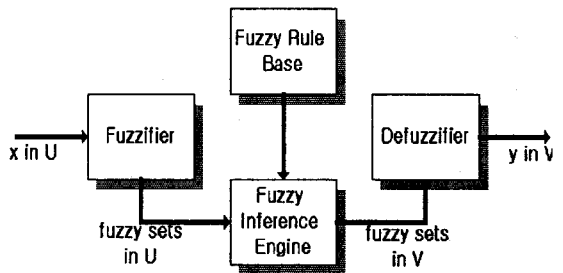
적응 퍼지 제어 시스템을 이용하여 제어기를 설계하는
과정과 제어기 내부 파라미터가 변화하는 학습 알고리
즘, 적은 규칙과 소속함수에 의해 발생한 진동을 없애기
위한 극배치 보상기 설계법, 실제 독립진자에 적용한 실
험결과는 다음과 같다.

2.1.1 퍼지 제어기의 소속함수

소속함수의 종류로는 삼각함수, 사다리꼴 함수, 가우스
함수, 종형 함수 등이 있으나 제어 대상이 비선형성이
강하므로 이를 보완할 수 있는 비선형 함수인 종형함수
로 정하였다. 종형함수는 파라미터(a, b, c)를 포함하며
이 파라미터값에 따라 다른 형태의 모양이 된다.

$$\mu(x) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x-c}{a} \right|^{2b}} \quad (1)$$

2 . 1 . 2 퍼지 추론 시스템의 구성

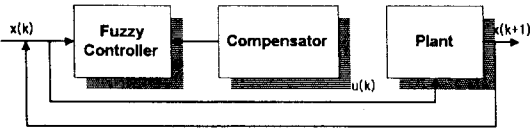


<그림 2> 퍼지 추론 시스템

퍼지 추론 시스템은 각 규칙의 출력을 입력 변수함의
선형적 조합으로하고 최종 출력은 각 규칙의 입력의 무
계 중심으로 하는 Sugeno 모델을 사용하였다.

2 . 1 . 3 제어 시스템의 구성

적응 퍼지 시스템을 이용하여 비선형 시스템을 제어하기
위한 시스템은 제어부와 플랜트부와 본 논문에서 제시한
적은 규칙과 부정확한 소속함수를 사용함으로써 발생한
진동을 보상하기 위한 극배치 보상기로 구성된다.



〈그림. 3〉 제어 시스템의 구성

2.1.3 IF-THEN 규칙의 설정

IF-THEN은 각 상태의 조합으로부터 16개를 얻을 수 있다. 규칙의 형태는 다음과 같다.

R1: IF x_1 is A_1 & x_2 is B_1 & x_3 is C_1 & x_4 is D_1 ,

THEN $f_1 = \alpha \bar{Y}^1 + (1 - \alpha)$ 보상값 $\ll Px_1 + Qx_2 + Rx_3 + Sx_4 \gg$

⋮

R16: IF x_1 is A_2 & x_2 is B_2 & x_3 is C_2 & x_4 is D_2 ,

THEN $f_{16} = \alpha \bar{Y}^{16} + (1 - \alpha)$ 보상값 $\ll Px_1 + Qx_2 + Rx_3 + Sx_4 \gg$

\bar{Y} >보상값 $(Px_1 + Qx_2 + Rx_3 + Sx_4)$ 이다.
(단, α 는 매우 큰 값이다.)

		진자의 각도와 각속도			
		PP	PN	NP	NN
카트의 위치와 속도	PP	PL	PM	NM	NL
	PN	PM	PS	NL	NM
	NP	NM	NL	PS	PM
	NN	NL	NM	PM	PL

표 1 Table look-up

IF-THEN 규칙을 통해서 알 수 있듯이 변경되어야 할 파라미터의 총 수는 조건부에서 소속함수 8개에 대해 3개의 파라미터(8×3)가 있으므로 24개, 결론부에서는 각 규칙 당 보상 파라미터 1개(P,Q,R,S는 극값으로 고정)의 퍼지 출력 파라미터(\bar{Y}^m)가 있으므로(1×16) 16개, 합하면 40의 파라미터를 수정해가면서 최적의 제어 입력을 만들기 위해 학습을 하게 된다. 퍼지 제어 규칙을 바탕으로 한 Table look-up은 표 1과 같다.

2.2.1 극배치를 이용한 보상기 설계

각 규칙에 대해 2가지 소속함수만을 사용함으로써 발생한 진동을 상쇄하기 위한 보상기 설계는 매우 중요하다. 독립 진자의 모델링 수식으로부터 리아프노프의 선형 이론을 통해 플랜트의 선형식을 구하여 극값(P,Q,R,S)를 구한다. 모델링 수식으로부터 $\sin \theta \approx \theta$, $\cos \theta \approx 1$.로 선형화된 수식은 아래와 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\dot{x}} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{m \cdot g}{M} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(m+M)g}{m \cdot l} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \theta \\ \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{M} \\ -\frac{1}{M \cdot l} \end{bmatrix} F \quad (2)$$

제어기의 입력력 관계로부터 극값을 구하는 과정은 다음과 같다.

x_1	진자의 속도	θ degree
x_2	진자의 각속도	$\dot{\theta}$ degree/sec
x_3	카트의 위치	m
x_4	카트의 속도	m/s
u	제어 입력	Newton
m	진자의 질량	0.1 kg
g	중력 가속도	9.81 m/s ²
M	수레의 질량	1 kg
l	진자 길이의 반	0.5 m

〈표 2.〉 상태 변수와 시스템 파라미터

$X(k+1) = AX(k) + BU(k)$ 로부터 제어 입력은 $U(k) = -KX(k)$ 이다. 단, $K = [K_1 \ K_2 \ \dots \ K_n]$
 $X(k+1) = (A - BK)X(k)$ 로부터 원하는 극값을 선택할 수 있다.

$$z = \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n \quad (3)$$

$$A_f = (A - BK) \quad (4)$$

페루프 시스템의 특성 다항식은 아래와 같이 표현된다
 $\alpha_{(z)} = |zI - A + BK| = (z - \lambda_1)(z - \lambda_2) \dots (z - \lambda_n)$
극값을 구하여 결론부 파라미터 P,Q,R,S에 대입한다. 단, 극점의 위치는 Z 평면에서 단위원(unit circle)내부에 존재하게 하여 시스템의 안정성을 얻을 수 있다.

2.2.2 파라미터 학습 알고리즘

원하는 입출력쌍을 사상하기 위해서 노드의 파라미터는 주어진 학습 데이터와 최급 강하법(steepest descent)에 따라 갱신된다.

α (여기서는 총괄적 파라미터)가 변화하면 최종 출력층의 변화를 가져오고 따라서 error measure가 커지거나 작아지게 된다. 이 error measure가 작아지도록 최급 강하법을 이용하여 오차를 역전파 시켜서 α 를 수정하게 된다. 파라미터의 수정은 각 소속 함수(중형)의 a,b,c에 대하여 수정되어진다.

$$\Delta \alpha = -\eta \frac{\partial E}{\partial \alpha} \quad (5)$$

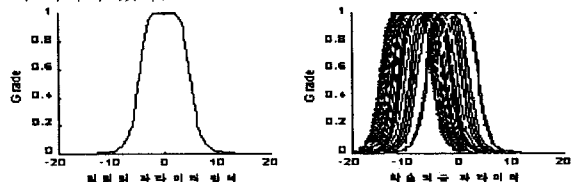
$$\alpha_{next} = \alpha_{now} + \Delta \alpha \quad (6)$$

Then-part에 대해서 Error Measure는 수식 (7)과 같이 정하였다.

$$E = \sum_{k=1}^m |\vec{x}(h^*k) - \vec{x}_d(h^*k)|^2 \quad (7)$$

(h : sampling time, \vec{x}_d : 목표치, m : 반복횟수)

초기 임의의 파라미터를 입력했을 때 갱신되어지고 최적의 파라미터로 학습되어 변화하는 과정은 〈그림. 4〉에 나타나 있다.

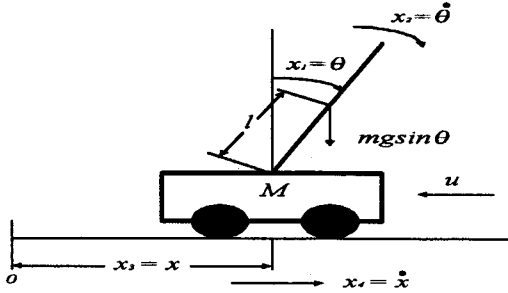


〈그림. 4〉 파라미터 변경

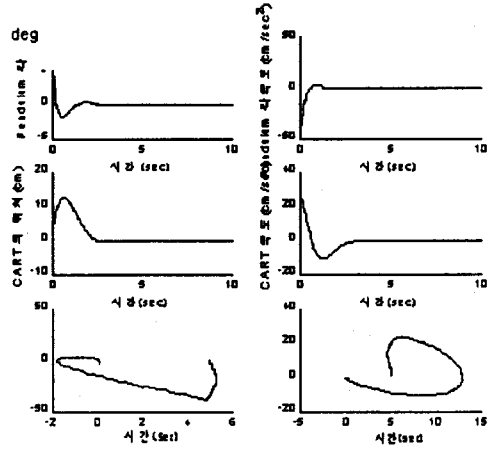
2.3 비선형 시스템의 제어

앞에서 제시한 알고리즘을 기반으로 실제 제어 대상에 실험한 결과는 다음과 같다.

2.3.1 플랜트



〈그림 5.〉 도립 진자 시스템



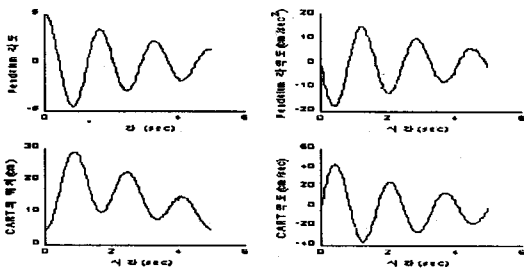
〈그림 8.〉 임의의 초기값에 대한 결과

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{g \sin x_1 + \cos x_1 \left(\frac{-u - m l x_2^2 \sin x_1}{M + m} \right)}{l \left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{M + m} \right)} \\ x_4 \\ \frac{u + m l (x_2^2 \sin x_1 - \dot{x}_2 \cos x_1)}{M + m} \end{bmatrix} \quad (8)$$

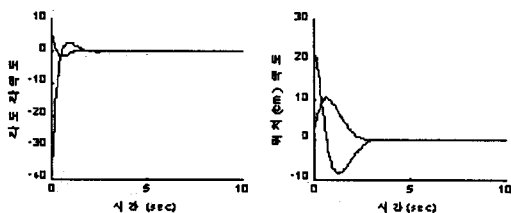
여기에서, 중력가속도 g는 9.81%, pole 질량 m은 0.1 kg, Cart 질량 M는 1kg, pole 길이의 절반 l은 0.5m이다. 그리고 샘플링 주기 h는 10ms이다. 제어의 목적은 가능한 한 빠른 시간 안에 pole의 각도 θ 와 거리 x 가 0으로 수렴하기 위한 제어 입력 u 를 찾는 것이다. 따라서, \dot{x}_d 의 값은 모두 0이 된다.

2.3.3 시뮬레이션 결과

보상기를 설계하기전에는 도립진자가 진동하는 모습은 〈그림. 6〉에 나타나있다.

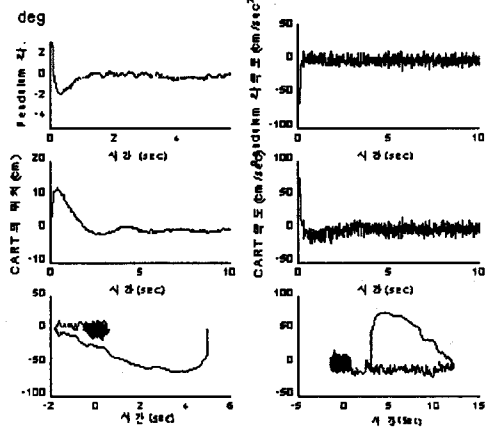


〈그림 6.〉 보상기 설계전 결과



〈그림. 7〉 보상기 설계후의 수렴 상태

Random함수를 이용하여 제어입력에 10%~20%왜란을 주었을때의 결과는 〈그림.9〉에 있다.



〈그림 9.〉 지속적인 왜란에 대한 결과

3. 결 론

퍼지 제어기는 소속 함수의 선정과 IF THEN 규칙의 개수 등이 시스템 성능에 중요한 작용하는데 적은 규칙을 사용하여 진동이 발생하는 단점이 있다. 본 논문에서는 진동이 발생하는 부분에 극배치 기법을 이용함으로써 오차를 보상하고 수렴시간을 최소화 하고 최급 강하법을 사용하여 조건부 파라미터를 갱신하여 외부 환경변화에의 적응력을 높여 본 논문에서 제시한 알고리즘의 강건성과 우수한 제어 특성을 입증하였다.

〔참 고 문 헌〕

- [1] J.-S.R. Jang, C.-T. Sun, E. Mizutani, "Neuro-Fuzzy and Soft Computing", Prentice-Hall 1997
- [2] Charles L. Phillips, H. Troy Nagle, "Digital Control System Analysis and Design", Prentice-Hall 1995 Third Edition
- [3] Lefteri H. Tsoukalas, Robert E. Uhrig, Lotfi A. Zadh, "Fuzzy and Neural Approaches in Engineering", TSOUKALAS U 1997.
- [4] Martin T. Hagan, Howard B. Demuth, Mark Beale, "Neural Network Design", PWS Publishing Company, 1995.