

퍼지 PID제어기를 이용한 도립진자 제어

신 자호*, 홍 대승, 유 창완, 고 재호, 임 화영
 광운대학교 제어계측공학과

Control of a Inverted Pendulum Using Fuzzy-PID Controller

Shin Ja-Ho*, Hong Dae-Seung, Ryu Chang-Wan, Ko Jae -Ho, Yim Wha-Yeong
 Dep. of Control & Instrumentation Eng. KwangWoon Univ.

Abstract - This paper describes the development of a fuzzy gain scheduling scheme of PID controller for Inverted Pendulum system. Fuzzy rules and reasoning are utilized on-line to determine the controller parameters based on the error signal and its difference. Simulation results demonstrate that better control performance can be achieved in comparison with PID controller using pole placement to control of a Inverted pendulum.

1. 서 론

PID제어기는 간단한 시스템과 선형 시스템에서 매우 효과적으로 널리 쓰이고 있지만 비선형 시스템, 고차 시스템 그리고 수학적 모델 선정하기 어려운 시스템에는 효과적으로 제어하기 힘든 단점이 있다. 또한 PID제어기의 파라미터인 비례이득(Kp), 적분이득(Ki) 그리고 미분이득(Kd)을 최적화하기 어렵고 부하의 변동에 의한 파라미터 변화의 어려움이 있다. 시스템에 최적화된 파라미터를 설정하기 위해서 지금까지 많은 제어기법 연구가 활발히 진행되어 왔으나 비선형성이 강한 Plant에는 만족할 만한 성과를 거두지 못하고 있는 실정이다.

본 논문에서는 PID제어기의 파라미터 선정에 따라 나타나는 오버슈트(overshoot)와 정정시간(settling time)을 개선하기 위해서 기설정된 파라미터에 소속함수와 규칙으로 이루어진 퍼지시스템을 이용하여 가중치를 부여하였다. 그리고 위에서 제안한 방법으로 제어기를 설계하고, 단일입력 다중출력(SIMO)을 갖는 비선형성이 강한 직선형 도립진자에 적용해서 PID제어기만으로 적용한 직선형 도립진자에서 발생하는 과도한 오버슈트와 느린 정정시간을 개선하는 성능을 검증하였다.

2. 본 론

PID제어기는 시스템의 과도상태응답과 정상상태응답을 개선하기 위해 최적의 파라미터를 설정하여야 한다. 파라미터 설정 방법에는 모델을 기반으로 하는 모델기반 조정법과 모델이 주어지지 않은 무모델 조정법이 있다. 일반적으로는 지글러-니콜스 조정법(Ziegler-Nichols, 1942)을 사용하고 있다.

본 논문에서는 직선형 도립진자 모델을 선형화하여 모델기반 PID계수조정법인 극배치(Pole placement)를 이용하여 PID계수를 설정하고서, 기설정된 PID제어기의 응답곡선으로 퍼지시스템의 IF-THEN 규칙을 결정하고 퍼지추론엔진으로부터 최적화된 PID제어기 계수를 결정했다.

2.1 PID제어 시스템

직선형 도립진자는 단일입력 다중출력(SIMO)을 갖는 시스템이다. SIMO시스템을 제어하기 위한 PID제어기는 그림1과 같은 단일입력 단일출력(SISO)시스템 제어를 확장한 구조이다.

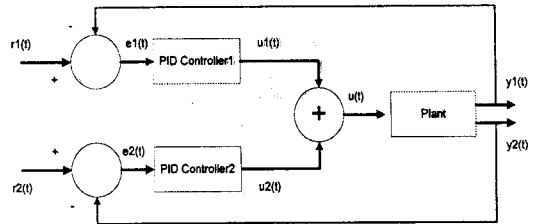


그림 1 SIMO시스템 PID제어기

PID제어기의 일반적인 식은 다음과 같다.

$$G_C(S) = K_P + K_I/S + K_D S \tag{1}$$

위 식에서 K_P , K_I , K_D 는 비례·적분·미분이득이고 PID제어기의 이산시간 표현은 식(2)과 같다.

$$u(t) = K_P e(t) + K_I T_s \sum_{j=1}^t e(j) + K_D / T_s \Delta e(t) \tag{2}$$

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad \Delta e(t) = e(t) - e(t-1)$$

위 식에서 제어신호 $u(t)$ 는 기준값 $r(t)$ 와 플랜트의 출력 $y(t)$ 사이의 에러 $e(t)$ 의 값이고, T_s 는 제어기의 Sampling Period 이다.

여기서 K_p , K_i , K_d 는 경험지식을 바탕으로한 Ziegler-Nichols 동조법칙이나 또는 극점의 위치와 시스템 성능과의 관계를 고려해서 적절히 지정한 폐로함수의 극점들의 위치에 폐로극점이 놓이도록 하는 극배치법을 이용하여 설정할 수 있다.

본 논문에서는 PID제어기의 파라미터값을 결정하기 위해 안정된 극점의 위치를 설정해 주는 극배치법을 이용하였다.

2.2 퍼지 시스템

퍼지 시스템은 그림2와 같은 구조로 퍼지규칙(IF-THEN Rule)을 기반으로 하는 퍼지추론과 소속함수로 구성된 퍼지화와 비퍼지화의 구조를 가지고 있다.

본 논문에서는 Singleton 퍼지화, Product 추론엔진 그리

고 무게중심 비퍼지화를 사용하여 퍼지시스템을 구성하였다.

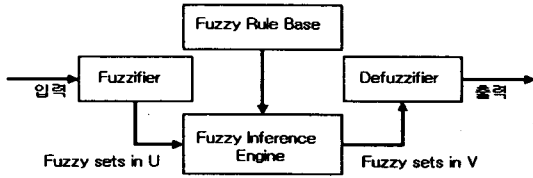


그림 2 퍼지 시스템

2.3 직선형 도립진자의 시스템

PID제어기와 퍼지PID제어기의 성능을 비교 평가하기 위해서 다음과 같은 직선형 도립진자에 대해서 시뮬레이션을 실행하였다.

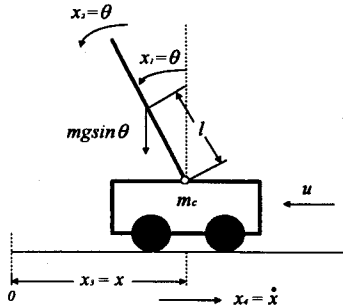


그림 3 도립진자 시스템

다음은 각도와 각속도를 고려한 직선형 도립진자 시스템의 상태방정식이다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= \frac{g \sin x_1 + \cos x_1 \left(\frac{-u - m l x_2^2 \sin x_1}{m_c + m} \right)}{\left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{m_c + m} \right)}, \\ \dot{x}_3 &= x_4, \\ \dot{x}_4 &= \frac{u + m l (x_2^2 \sin x_1 - \dot{x}_2 \cos x_1)}{m_c + m} \end{aligned}$$

x_1 : θ [degree] x_2 : $\dot{\theta}$ [degree/sec] x_3 : x [cm]
 x_4 : \dot{x} [cm/sec] m : 0.1 [kg] g : 9.81 [m/sec]
 m_c : 1 [kg] l : 0.3 [m]

2.4 자기동조 퍼지PID제어기 설계

본 논문에서는 SIMO시스템인 직선형 도립진자를 제어하기 위해 2개의 PID제어기를 설계 후 극배치법을 이용하여 비례(Kp)·적분(Ki)·미분(Kd)이득을 설정하였다. 설정된 파라미터에는 6개의 퍼지시스템으로부터 얻은 적응 파라미터를 부여시킨다. 자기동조 퍼지PID제어기는 그림 4와 같다.

2.4.1 PID제어기

그림 4에서 각각 2개의 PID제어기는 직선형 도립진자의 각도와 위치에 대한 기준값의 차이 곧 에러로부터 제어신호를 얻는다.

PID Controller1에서 출력 신호 $u_1(t)$ 는 식(3)과 같다.

$$u_1(t) = (K_{P_1} + \Delta K_{P_1}) e_1(t) + (K_{D_1} + \Delta K_{D_1}) \Delta e_1(t) + (K_{I_1} + \Delta K_{I_1}) \sum_{j=0}^n e_1(j) \quad (3)$$

PID Controller2에서 출력 신호 $u_2(t)$ 는 식(4)와 같다.

$$u_2(t) = (K_{P_2} + \Delta K_{P_2}) e_2(t) + (K_{D_2} + \Delta K_{D_2}) \Delta e_2(t) + (K_{I_2} + \Delta K_{I_2}) \sum_{j=0}^n e_2(j) \quad (4)$$

따라서 Plant에 가해지는 출력신호 $u(t)$ 는 다음과 같다.

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t) \quad (5)$$

위 식에서, $e_1(t) = r_1(t) - y(t)$ (6)

$$e_2(t) = r_2(t) - x(t) \quad (7)$$

($r_1(t), r_2(t)$: 기준 입력신호, $y(t), x(t)$: 실제 출력)

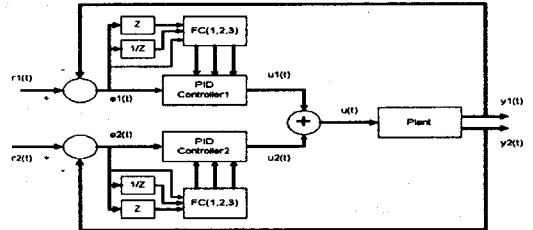


그림 4 자기동조 퍼지PID제어기

2.4.2 퍼지제어기

그림 4에서 설계한 6개의 퍼지제어기는 2개의 기설정된 PID제어기에서의 파라미터에 퍼지시스템을 이용하여 가중치를 부여하기 위한 것으로 오버슈트(Overshoot)와 정착시간(settling time)을 개선하기 위해 설계하였다. 입력에 대한 소속함수는 PID제어기 파라미터 비례(Kp)·적분(Ki)·미분(Kd)이득의 에러와 에러의 변화율에 각각 3개씩 소속함수를 설정하였다. 퍼지 규칙은 PID제어기로 구성된 직선형 도립진자의 응답곡선 그림5를 통하여 setpoint를 기준으로 a, b, c, d, e의 위치에서의 각 상태에 따른 퍼지 규칙을 설정하였다.

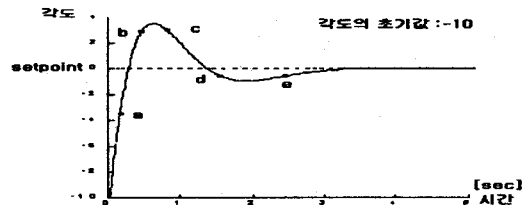


그림 5 도립진자 응답곡선

파라미터 비례(Kp)·미분(Kd)·적분(Ki)이득은 다음 형태의 퍼지 규칙으로부터 얻는다.

IF $e(t)$ is A_i and $\Delta e(t)$ is B_i ; (8)

THEN K_p is C_i , K_d is D_i , K_i is E_i

여기서 A_i, B_i 는 입력 $e(t)$ 와 $\Delta e(t)$ 의 입력에 대응되는 퍼지집합이고 그림6과 같다.

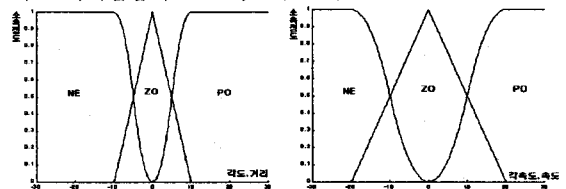


그림 6 조건부 소속함수

(NE : Negative, ZO : Zero, PO : Positive)

그림5의 a점에서의 상태는 Setpoint 위치로 접근하고 있으므로 작은 제어신호가 필요하다. 작은 제어신호를 위해선 PID제어기는 작은 비례이득과 적분이득 그리고 큰 미분이득을 가져야한다. b에서는 Setpoint를 초과한 상

태이므로 Setpoint로 보내기 위해선 큰 제어신호가 필요하고 PID제어기는 큰 비례이득과 적분이득 그리고 작은 미분이득을 가져야 한다. c점의 상태는 a점의 상태와 같고 b점의 상태는 d점의 상태와 같다.

그림5로부터 식8의 A_i, B_i, C_i, D_i, E_i 는 다음 표2와 같다.

구분	IF		THEN		
	$e(t)$	$\Delta e(t)$	K_p	K_i	K_d
a	NE	PO	S	S	B
b	PO	PO	B	B	S
c	PO	NE	S	S	B
d	NE	NE	B	B	S

표 2 IF-THEN 규칙 테이블

표2의 테이블로부터 퍼지제어기에 대한 출력을 구하면 다음과 같다.

$$u_i = \frac{\sum_{j=1}^4 \mu_{A_j} [e(t)] * \mu_{B_j} [\Delta e(t)]}{\sum_{j=1}^4 \mu_{A_j} [e(t)] * \mu_{B_j} [\Delta e(t)]} \quad (9)$$

따라서 퍼지제어기의 출력은 식10과 같다.

$$\Delta K_p = u_i K_{p_i}, \quad \Delta K_i = u_i K_{i_i}, \quad \Delta K_d = u_i K_{d_i} \quad (10)$$

2.5 시뮬레이션 결과

시뮬레이션 결과는 다음과 같다.

그림7과 그림8은 $[-10^\circ, 0\text{cm}]$ 의 초기값에서 실행한 결과이다.

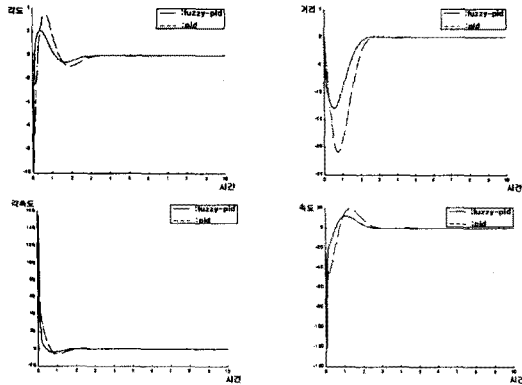


그림 7 시뮬레이션 결과 초기값 $[-10^\circ, 0\text{cm}]$

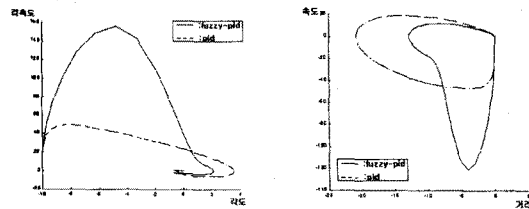


그림 8 시뮬레이션 결과 초기값 $[-10^\circ, 0\text{cm}]$

구분	오버슈트[%]	정정시간[sec]
PID 제어기	3.5486	3.10
퍼지PID제어기	2.1434	2.76
비교[%]	39.6	10.9

표 3 PID제어기와 퍼지PID제어기비교[각도]

구분	오버슈트[%]	정정시간[sec]
PID 제어기	-20.9103	2.94
퍼지PID제어기	-12.8951	2.39
비교[%]	38.3	18.7

표 4 PID제어기와 퍼지PID제어기 비교[거리]

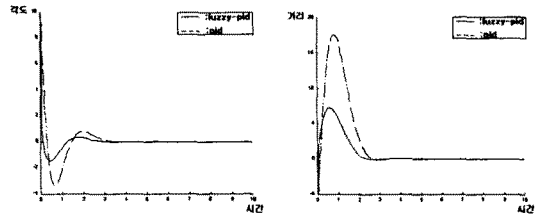


그림 9 시뮬레이션 결과 초기값 $[10^\circ, 5\text{cm}]$

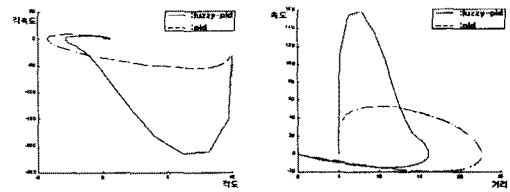


그림 10 시뮬레이션 결과 초기값 $[10^\circ, 5\text{cm}]$

3. 결론

기존의 PID제어기의 비례(K_p)·미분(K_i)·적분(K_d)의 이득 값은 고정되어있으나 본 논문에서 제안한 오차와 오차의 변화에 따른 소수의 규칙과 소속함수를 이용한 퍼지 보상기를 추가함으로써 상태의 변화에 따른 파라미터의 정상상태 및 과도응답이 개선됨을 입증할 수 있었다. 최적의 PID 파라미터 설정 및 퍼지 보상기의 설계가 추후의 과제로 남는다.

(참고 문헌)

- [1] Li-Xin Wang, "A Course in Fuzzy Systems and Control", Prentice Hall, 1997.
- [2] Li-Xin Wang, "Adaptive Fuzzy Systems And Control", Prentice Hall, 1994.
- [3] S-Z.He,S.Tan, F.-L.Xu, "Fuzzy self-tuning of PID Controller", Fuzzy Set and System, 1993, pp.37-46
- [4] Jacob Apkarian, "A Comprehensive And Modular Laboratory For Control Systems Design And Implementation", Quanser Consulting, Page RP1-RP2, 1995.
- [5] Masayoshi Tomizuka, Young-Kyun Ha "Fuzzy Global And Local Motion Control Of An Inverted Pendulum Using Multiple Rule Bases", ACC, 27-30, 1994.
- [6] Sigeru Omatu, Yoshiyuki Kishida, "Nero-Control for Single-Input Multi-Output Systems", IEEE, 1998