

DC 서보모터의 적응 퍼지제어

김일환, 김영태
 동국대학교 전기공학과

Adaptive Fuzzy Control of a DC Servo Motor

Yil H.Kim, Young T.Kim
 Department of Electrical Engineering, Dongguk Univ.

Abstract - In this paper, A new approach to stable adaptive fuzzy control of systems is proposed. The proposed scheme does not require an accurate mathematical model, yet it guarantees an asymptotic stability. Fuzzy logic system, which has the property of universal approximator is used as an adaptive element of the proposed controller. Also this paper proposes a fuzzy system that estimates the maximum limit of the uncertain term in the system dynamics to guarantee the Lyapunov stability. Proposed adaptive fuzzy control is applied to the DC servo motor system in order to show its good performance.

1. 서 론

최근 눈부신 메카트로닉스의 발전으로 공장자동화(Factory Automation), 수치제어(NC-Machine tool), 산업용 로봇과 같은 분야에서 사람의 손과 발을 대신하여 전기적 에너지를 기계적 운동에너지로 변환시키는 서보모터가 액츄에이터로 이용되고 있다.

제어 시스템이 큰 외란의 영향을 크게 받고 있거나 또는 넓은 영역에 걸쳐 파라미터의 변화가 일어나는 경우 제어 시스템을 강인하게 설계하는 것은 어려운 일이다. 이러한 문제를 해결할 수 있는 방법중의 하나는 시스템의 이득을 높여서 파라미터의 변화와 외란의 영향을 줄일 수가 있는데 이 방법에서는 안정도 측면에서 문제점이 발생한다[8]. 이와 같은 문제에 대하여 강인한 제어기를 설계하는 기법들 중 적응제어, 신경회로망 제어, 가변구조 제어, 퍼지제어 등이 활발히 연구가 되고있다[2,3]. 퍼지이론이란 지난 1965년 Zadeh 교수가[1] "흑백 2원론으로는 현실세계의 다양한 변화를 추적, 분석, 평가, 예측할 수 없다고 판단" 인간의 애매 모호한 정보 표현체계를 포괄적으로 수용할 수 있는 새로운 이론의 필요성에 의하여 창안되었고, 수학적 표현이 어렵거나 불확실성을 포함하고 있는 계통에 대한 자동 제어 수단이 되고있으며, 특히 해석적인 제어기의 성능 향상을 위한 보조 제어 수단으로도 효과적으로 이용할 수가 있다. Wang[4]은 비선형 시스템에서 적응퍼지 제어기의 안정성에 대하여 수학적 체계와 퍼지 기저함수의 개념을 소개하였다. 퍼지논리 시스템[2]은 입력공간에서 비선형함수를 보편적 근사화(Universal Approximation)가 가능하도록 하였으며, 적응제어[5]법칙에서는 기준모델을 선정하여 Lyapunov함수의 안정도 해석방법을 제어기에 적용함으로써 불확실성이 존재하는 비선형 시스템을 안정하게 제어할 수 있음을 보여준다.

본 논문에서 2.1절에서 키르히호프의 전압법칙을 이용하여 DC 서보모터를 상태-공간모델로서 나타내었으며, 2.2절에서는 수학적인 모델링이 어렵거나 비선형적인 플랜트의 동특성에 대하여 특별한 지식이 없어도 경험적인 지식 및 정보를 이용하여 효과적인 제어를 수행할 수 있는 퍼지제어 방식이 지니는 강인성을 이용하

여 여러 가지 불확실성이 존재하는 상황에 적절히 대처할 수 있는 지능적인 퍼지제어를 설계하였다. 2.3절에서는 시스템의 변화에 대응하여 제어기의 이득을 적절히 조정 가능한 적응제어와 퍼지제어를 혼합한 형태의 적응 퍼지제어를 제안하였으며, 2.4절에서는 제안된 적응 퍼지제어기가 DC 서보모터에서 효율적임을 시물레이션 및 실험을 통하여 증명하였다.

2. 본 론

2.1 서보모터 시스템에 대한 수학적 모델링

그림1은 DC 서보모터의 시스템을 나타낸 것으로 이 시스템은 일반적으로 전기가 회로에 키르히호프의 전압법칙(KVL)을 적용하면 식(2.1)과 같은 시스템에 대한 수학적 모델링을 구할 수 있다.

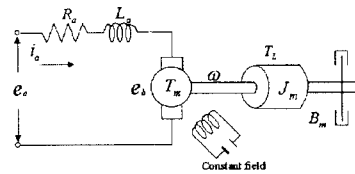


그림1 DC서보모터의 시스템

$$e_a(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{d}{dt} i_a(t) + e_b(t) \quad (2.1)$$

전기자 전류에 의해서 발생된 토크가 관성과 마찰을 포함하고 있는 회전체 시스템에 가해지면 식(2.2)로 표현된다.

$$T_m(t) = J_m \frac{d}{dt} \omega(t) + B_m \omega(t) + T_L(t) \quad (2.2)$$

식(2.1)과 식(2.2)을 이용하여 식(2.3)과 같은 상태-공간 모델로 나타낼 수 있으며 이때 $X = (i_a, \theta)^T$ 이다

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + BU \\ Y &= CX \end{aligned} \quad (2.3)$$

여기서 DC서보모터의 파라미터를 정의하면 다음과 같다.

- $e_a(t)$ = 전기자 전압, R_a = 전기자 저항
- $i_a(t)$ = 전기자 전류, $e_b(t)$ = 역기전력
- $L_a(t)$ = 전기자 인덕턴스, K_b = 역기전력상수
- ω = 회전각속도, J_m = 회전자 관성모멘트
- B_m = 점성마찰계수, T_m = 전동기토크
- T_L = 부하토크, K_T = 모터토크상수

2.2 퍼지 논리시스템 및 퍼지 기저함수

퍼지 시스템의 특징은 언어적 변수로 이루어져 있는 규칙의 집합으로서 퍼지 룰 베이스는 IF-THEN 룰들의 집합으로 구성이 되며 일반적으로 퍼지 룰 베이스는 식(3.1)으로 정의된다.

$$Ru^{(k)}: \text{IF } x_1 \text{ is } A_1^k \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } A_n^k, \text{ THEN } y \text{ is } C^k \quad (3.1)$$

각각의 A_i^k 와 C^k 는 $U_i \subset R$ 와 $V \subset R$ 에서의 퍼지 집

합이며, $y \in V$ 와 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in U$ 은 퍼지 논리 시스템의 입력과 출력의 언어적 변수의 표현이고, $k=1, 2, \dots, n$ 는 규칙의 수들을 의미한다. 그림 2 는 퍼지시스템의 퍼지 룰 베이스, 퍼지추론, 퍼지화, 비퍼지화의 기본 구성을 나타낸다.

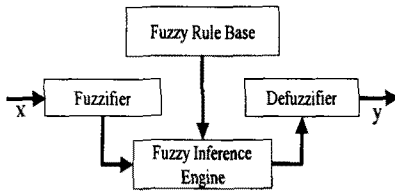


그림 2 퍼지시스템의 기본 개념도

제어 규칙에 소속함수를 도입하고, 측정된 변수들에 대한 소속함수를 사용하여 제어 입력의 소속함수 값을 구하는 과정을 퍼지추론 이라고 하며, product추론을 이용하여 식(3.2)으로 표현이 된다.

$$\mu_{B_i, R^{(i)}}(y) = \sup_{x \in U} [\mu_{B_i}(x) \mu_{A_i'}(x) \dots \mu_{A_n'}(x) \mu_{C_i}(y)] \quad (3.2)$$

시스템으로부터 관측된 비퍼지 표현의 변수 값들을 퍼지 알고리즘의 입력으로 사용하기 위해서는 측정된 변수에 소속함수를 부여해야 하는데 이 과정을 퍼지화라고 한다

$$\mu_{A'}(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } X = X^* \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.3)$$

$X^* \in U$, 퍼지집합 $A' \in U$ 이며 식(3.3)은 Singleton 퍼지화를 나타내며, (3.4)식은 가우시안(Gaussian) 퍼지화의 가우시안 멤버십 함수로 정의한다.

$$\mu_{A'}(x) = e^{-\frac{(x - x_i^*)^2}{\sigma_i^2}} \star \dots \star e^{-\frac{(x - x_n^*)^2}{\sigma_n^2}} \quad (3.4)$$

제어기의 출력값은 퍼지 변수로써 소속함수로 표현되는 반면에 실제의 제어대상에서는 퍼지변수가 적합하지 않으므로 제어대상에 적합한 보통값(Crisp value)으로 변환하는 과정을 비퍼지화라고 한다. 식(3.5)은 비퍼지화 중 하나인 평균중심(Center Average) 비퍼지화 방법을 나타낸다.

$$y(x) = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{y}^i (\mu_{B_i, R^{(i)}}(\bar{y}^i))}{\sum_{i=1}^m (\mu_{B_i, R^{(i)}}(\bar{y}^i))} \quad (3.5)$$

퍼지 논리시스템의 퍼지 기저함수는 식(3.2) product추론법, 식(3.3) Singleton퍼지화, 식(3.5) 평균중심값(center Average)비퍼지화를 이용하여 식(3.6)으로 나타낼 수가 있다.

$$y(x) = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{y}^i (\prod_{j=1}^n \mu_{A_j'}(x_j))}{\sum_{i=1}^m (\prod_{j=1}^n \mu_{A_j'}(x_j))} \quad (3.6)$$

여기서 조정 가능한 \bar{y}^i 파라미터와 고정된 $\mu_{A_j'}(x_j)$ 을 이용하여 식(3.7)으로 정의한다.

$$y(x) = \theta^T \xi(x) \quad (3.7)$$

$\theta = (\bar{y}^1, \dots, \bar{y}^m)^T$ 파라미터 벡터와 $\xi(x) = (\xi^1(x), \dots, \xi^m(x))^T$ 퍼지기저 함수 벡터로서 각 요소에 대한 정의는 식(3.8)으로 표현이 된다.

$$\xi^i(x) = \frac{\prod_{j=1}^n \mu_{A_j'}(x_j)}{\sum_{i=1}^m (\prod_{j=1}^n \mu_{A_j'}(x_j))} \quad (3.8)$$

2.3 적응 퍼지제어를 이용한 제어기설계

적응제어[5]법칙에서는 기준모델을 선정하여 Lyapunov함수의 안정도 해석방법을 이용하여 제어기에 적용함

으로써 불확실성이 존재하는 비선형 시스템을 안정하게 제어할 수 있음을 보여준다. 수학적인 모델링이 어렵거나 비선형적인 플랜트의 동특성에 대한 특별한 지식이 없이도 경험적인 지식 및 정보를 이용하여 제어를 수행할 수 있는 퍼지제어기를 혼합한 형태인 적응 퍼지제어기를 DC 서보모터 속도제어에 적용하였다. 그림3은 적응 퍼지제어 시스템의 전체 구성도를 보여준다.

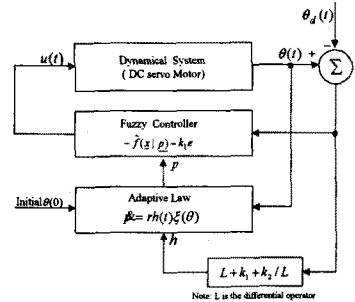


그림 3 적응 퍼지시스템의 블록다이아그램

본 장에서는 시스템에서 적응 퍼지제어규칙의 유도과정을 수식으로 전개하면 아래와 같다. 전기자 회로에 대하여 키르히호프 전압법칙(KVL)을 적용하여 입력 $u(t)$ 에 관하여 풀면 식(4.1)과 같은 DC서보모터의 수학적 모델링을 구할 수 있다.

$$u(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{d}{dt} i_a(t) + e_b(t) \quad (4.1)$$

전기자 전류에 의해서 발생된 토크가 관성과 마찰을 포함하고 있는 회전체에서는 식(4.2)으로 표현이 되며

$$T_m(t) = J_m \frac{d}{dt} \omega(t) + B_m \omega(t) + T_L(t) \quad (4.2)$$

입력 $u(t)$ 에 식(4.2)을 대입하여 전개를 하면 식(4.3)이 된다.

$$u(t) = R_a \frac{J_m}{K_T} \dot{\omega}(t) + R_a \frac{B_m}{K_T} \omega(t) + R_a \frac{1}{K_T} T_L(t) + L_a \frac{J_m}{K_T} \ddot{\omega}(t) + L_a \frac{B_m}{K_T} \dot{\omega}(t) + \frac{L_a}{K_T} T_L(t) + K_b \omega(t) \quad (4.3)$$

식(4.3)에서 $\dot{\omega}(t)$ 에 관하여 놓으면 식(4.4)이 된다.

$$\frac{R_a J_m + L_a B_m}{K_T} \dot{\omega}(t) = -\frac{R_a B_m + K_T K_b}{K_T} \omega(t) - \frac{L_a J_m}{K_T} \ddot{\omega}(t) - \frac{L_a}{K_T} T_L(t) - \frac{R_a}{K_T} T_L(t) + u(t) \quad (4.4)$$

각속도를 얻기 위하여 기준 각속도를 상태 오차벡터 $h(t)$ 의 PID형태로 표현을 하면(8), 식(4.5)과 같이 정의가 된다.

$$h(t) = \dot{\theta} - \dot{\theta}_d + k_1(\theta - \theta_d) + k_2 \int_0^t (\theta - \theta_d) dt \quad (4.5)$$

$$= \dot{\theta} - \dot{\theta}_d = \omega - \omega_r$$

θ 는 실제 측정변위각, $\dot{\theta}_d$ 는 기준 각속도, θ_d 는 원하는 변위각으로 정의한다. 이때 상태오차벡터 $h(t)$ 에 α 를 곱한후 식(4.5)에 대입하여 $h(t)$ 에 관하여 전개하면 식(4.6)이 된다.

$$\begin{aligned} \alpha h(t) &= \alpha \dot{\omega}(t) - \alpha \dot{\omega}_r(t) \\ &= -\beta \omega(t) - \frac{L_a J_m}{K_T} \ddot{\omega}(t) - \frac{L_a}{K_T} T_L(t) - \frac{R_a}{K_T} T_L(t) + u(t) - \alpha \dot{\omega}_r(t) \\ &= -\beta h(t) - \beta \omega_r(t) - \alpha \dot{\omega}_r(t) - \frac{L_a J_m}{K_T} \ddot{\omega}(t) - \frac{L_a}{K_T} T_L(t) - \frac{R_a}{K_T} T_L(t) + u(t) \end{aligned} \quad (4.6)$$

식(4.6)을 적응제어법칙[3]을 적용하기 위하여 정의하면 식(4.7)이 된다.

$$\alpha h(t) = -\beta h(t) + f(x) + u(t) \quad (4.7)$$

제어입력의 정의에 의하여 퍼지 제어입력을 식(4.8)과 같이 나타낼 수가 있다.

$$u(t) = -kh(t) - \hat{f}(x) \quad (4.8)$$

퍼지집합에서 최적의 파라미터는 식(4.9)로 정의되며

$$p^* = \arg \min_{p \in \Omega} (\sup_{\theta \in U} |\hat{f}(\theta|p) - f(\theta)|) \quad (4.9)$$

최소 근사오차 정의는 식(4.10)으로 표현된다.

$$\varepsilon = f(\theta) - \hat{f}(\theta|p^*) \quad (4.10)$$

식(4.8), 식(4.9)과 식(4.10)에서 $\hat{f}(x) = \hat{f}(\theta|p)$, $f(\theta) = f(\theta|p^*) + \varepsilon$, $\hat{f}(\theta|p) = \Phi^T \xi(\theta)$ 을 대입하면 따라서 식(4.11)이 된다.

$$a \dot{h}(t) = -(\beta + k)h(t) + \hat{f}(\theta|p^*) - \hat{f}(\theta|p) + \varepsilon \\ = -(\beta + k)h(t) + \Phi^T \xi(\theta) + \varepsilon \quad (4.11)$$

$\hat{f}(\theta|p) = \Phi^T \xi(\theta)$ 는 비선형 함수의 추정치이며, 여기서 $\Phi = p^* - p$ 는 매개변수 추종오차이다.

시스템의 안정성을 위하여 주어진 식(4.11)을 이용하여 Lyapunov함수로 전개를 하면 식(4.12)으로 표현이 된다.

$$V = \frac{1}{2} ah^2(t) + \frac{1}{2r} \Phi^T \Phi \\ \dot{V} = ah(t)\dot{h}(t) + \frac{1}{r} \Phi^T \dot{\Phi} \\ = -(\beta + k)h^2(t) + \frac{1}{r} \Phi^T (r h(t)\xi(\theta) - \dot{p}) + h\varepsilon \quad (4.12)$$

이때

$$\dot{V} < -(k + \beta)h^2(t) + h\varepsilon \quad (4.13)$$

여기서 $h\varepsilon$ 는 최소차수의 근사화 오차이며, 보편적 근사화 이론[6]에서 ε 가 매우 작은 값으로 예상할 수가 있다. 따라서 적응규칙 식(4.14)을 선택을 하면,

$$\dot{p} = r h(t)\xi(\theta) \quad (4.14)$$

이

$$\dot{V} < h\varepsilon \quad (4.15)$$

그러므로, 제안된 방법의 점근적인 안전성을 보증할 수가 있다.

2.4 시뮬레이션 및 실험

본 논문에서 제안한 적응 퍼지제어 알고리즘의 타당성을 고찰하기 위하여 MATLAB을 이용한 시뮬레이션 및 실험을 통하여 주어진 기준궤적에 잘 추종함을 입증한다. 수학적으로 필요한 모델링에서 수치 미분 표현식은 Runge-Kutta 4차 방정식과 샘플링 주기는 10m/sec 사용하였다. 그림4에서 DC 서보모터에 대한 적응 퍼지제어 알고리즘을 적용하여 주어진 기준궤적 $\theta_d(t)$ 에 잘 추종함을 보이며, 그림5에서는 주어진 기준궤적에 대하여 추종오차가 시간이 흐름에 따라서 점점 제로에 가까워짐을 알 수가 있다. 그림6은 제안된 적응 퍼지제어 알고리즘이 주어진 기준궤적에 잘 추종함을 보이며, 그림7에서 80c196kc 마이크로 프로세서를 이용하여 DC 서보모터의 실험장치 구성하였다.

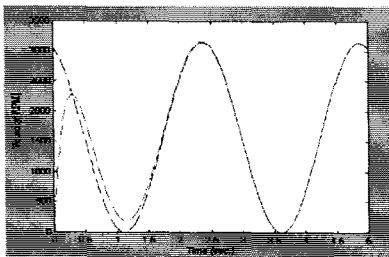


그림4 적응 퍼지제어 속도 궤적의 위치응답 $\theta_d(t) = 500 * \pi * (1 - \sin(0.8 * \pi * t))$

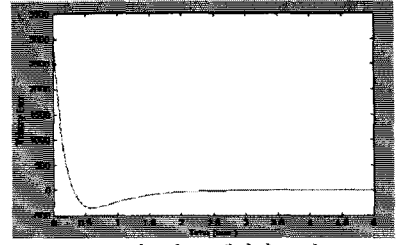


그림5 속도 궤적의 오차

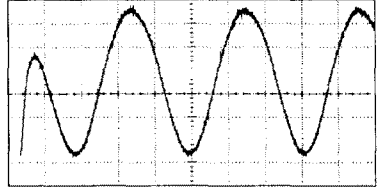


그림6 그림 4의 실험파형

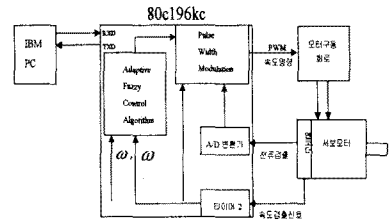


그림7 DC서보모터 제어를 위한 실험장치 구성도

3. 결 론

본 논문에서는 시스템의 변화에 대응하여 제어기의 이득을 적절히 조정 가능한 적응제어기와 수학적인 모델링이 어렵거나 비선형적인 플랜트의 동특성에 대한 특별한 지식 없이 경험적인 지식 및 정보를 이용하여 제어를 수행할 수 있는 퍼지제어기를 혼합한 형태인 적응 퍼지제어 알고리즘을 서보모터에 적용하여 시스템의 안정성과 외란에 강인함을 알 수 있었다. 시뮬레이션 및 실험을 통하여 제안된 적응 퍼지제어기가 주어진 기준궤적에 잘 추종하고 시간이 지남에 따라 궤적오차가 제로에 가까워짐을 알 수 있으며, 따라서 적응 퍼지제어기가 DC 서보모터에서 속응성과 효율적임을 실험을 통하여 입증하였다.

[참 고 문 헌]

- [1] L. A. Zadeh, "Fuzzy sets," *Information and control*, 8, pp. 338-353, 1965.
- [2] L. X. Wang, "Fuzzy systems are universal approximators," *Proc. IEEE International Conf. on Fuzzy Systems*, pp. 1163-1170, 1992.
- [3] L. X. Wang, "Adaptive fuzzy systems and control: design and stability analysis," Prentice-Hall, 1994.
- [4] L. X. Wang, "Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems," *Proc. 31st IEEE Conf. on Decision and Control*, pp. 2511-2516, 1992.
- [5] J.-J. E. Slotine and W. Li, "Applied nonlinear control," Prentice-Hall, 1991.
- [6] L. X. Wang, "A course in fuzzy systems and control," Prentice-Hall, 1997.
- [7] C. F. Lin, "Advanced control systems design," Prentice-Hall, 1994.
- [8] Louis-A Dessaint, M. Saad, K. Al-Haddad, "An adaptive controller for robot arms," *IEEE Trans. of Robotics and Automation*, Vol. 9, No.1, pp. 927-934, 1993.