

등가 전송선로를 가진 카오스 회로에서의 카오스 동기화

배영철\*, 임화영

\*여수대학교 전기 및 반도체 공학과, 광운대학교 제어계측공학과

Chaos secure synchronization with equivalent transmission line of chaos circuit

Bae Young-Chul\*, Yim Wha-Young

\* Dept. of Electrical Eng. Nat'l Yosu Univ. Dept. of Control and Instrumentation Eng. Kwang Woon

**Abstract** - Chua's circuit is a simple electronic network which exhibits a variety of bifurcation and attractors. The circuit consists of two capacitors, an inductor, a linear resistor, and a nonlinear resistor. In this paper, a transmitter and a receiver using two identical Chua's circuits are proposed and a equivalent wire synchronizations are investigated.

Since the synchronization of the wire transmission system is impossible by coupled synchronization, theory having both the drive-response and the coupled synchronization is proposed. As a result, the chaos synchronization has delay characteristics in the wire transmission system caused by the line parameters L and C.

3구분 선형 함수 (3- segment piecewise-linear function) 이며 그림 2에 나타내었다.

$$g(v_R) = m_0 v_R + \frac{1}{2} (m_1 - m_0) [|v_R + B_P| - |v_R - B_P|] \tag{2}$$

여기서  $m_0$  는 외부 영역의 기울기,  $m_1$  은 내부 영역의 기울기,  $\pm B_P$  는 break-point이다.

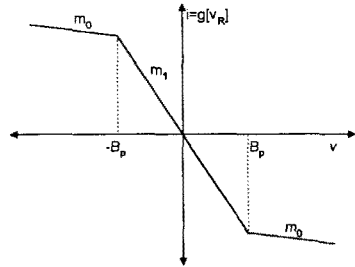


그림2. 비선형 저항의 전압 전류 특성  
Fig.2. v-i characteristic of nonlinear resistor

본 연구에서는 동일한 2개의 Chua 회로 사이에 등가 전송선로를 둔 카오스 동기화에 관하여 연구하였다

1. 서 론

최근에 카오스 현상에 대한 관심이 물리학, 화학, 생물학, 공학 등에서 높아지고 있으며 이에 대한 응용이 활발하게 진행되고 있다. Chua는 간단한 전자 회로로 카오스 현상이 존재함을 증명하였다. Chua 회로는 매우 단순한 자율, 3차계 시스템으로 가역성을 가지며 1개의 비선형 소자인 3구분 선형 저항 (3 - segment piecewise - linear resistor) 과 4개의 선형 소자인 (R, L, C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>)로 구성되는 발진회로다.

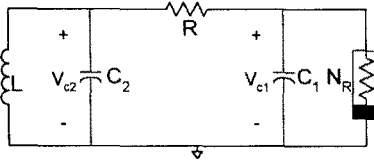


그림 1. Chua 회로  
Fig. 1. Chua's circuit

Matsumoto에 의해 제안된 Chua 회로[1]를 그림 1에 나타냈으며 상태방정식은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned} C_1 \frac{dv_{C_1}}{dt} &= G(v_{C_2} - v_{C_1}) - g(v_{C_1}) \\ C_2 \frac{dv_{C_2}}{dt} &= G(v_{C_1} - v_{C_2}) + i_L \\ L \frac{di_L}{dt} &= -v_{C_2} \end{aligned} \tag{1}$$

여기서  $G = 1/R$ ,  $g(\cdot)$ 는 식 (2)와 같이 표현되는

2. 본 론

2.1 등가 전송선로를 가진 Chua 회로  
구분 선형 소자를 가진 Chua 회로의 LC 공진기를 한쪽이 단락된 무손실 전송선로로 치환하면 그림 3과 같은 회로를 얻을 수 있다.

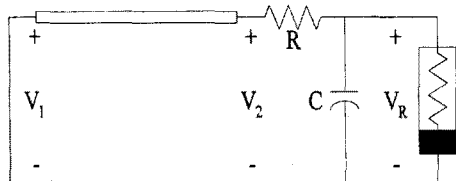


그림 3. 전송 선로를 가진 Chua 회로  
Fig. 3. Chua's circuit with a transmission line

Branin[4]는 무손실 전송선로의 과도 해석을 위한 특성곡선법을 제안하였다. 그림 4와 같은 전송 선로의 특성 방정식은 다음과 같이 표시된다.

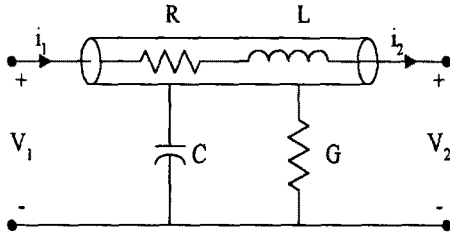


그림 4. 전송 선로  
Fig. 4. A transmission line.

$$L \frac{\partial i}{\partial t} + Ri + \frac{\partial e}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

$$C \frac{\partial e}{\partial t} + Ge + \frac{\partial i}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

여기서  $e(x, t)$ 와  $i(x, t)$ 는 시간  $t$ 에서 선로  $x$ 점의 전압과 전류.  $R, L, C, G$ 는 단위 길이당의 저항, 인덕턴스, 커패시턴스, 컨덕턴스를 나타낸다.

식(3)과 식(4)는 입사파와 반사파 전압원을 이용하여 다음과 같은 수식으로 정리 할 수 있다

$$e(d, t) = -Z_0 i(d, t) - e_2(0, t - \tau) \quad (5)$$

$$e(0, t) = +Z_0 i(0, t) - e_1(d, t - \tau) \quad (6)$$

여기서

$$e_2(0, t) = -[2e(0, t) + e_1(d, t - \tau)]$$

$$e_1(d, t) = -[2e(d, t) + e_2(0, t - \tau)]$$

이다.

식(5)과 식(6)의 등가 회로를 그림 5에 나타내었다.

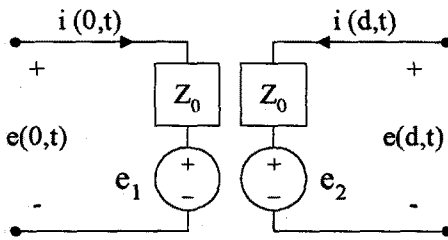


그림 5. 전송 선로의 특성 모델  
Fig. 5. The characteristic model of a transmission line

그림 4의 전송선로는 그림 5와 같이 등가 변환되므로 전송선로를 가진 그림3의 Chua 회로는 그림 6과 같은 새로운 등가회로로 변환할 수 있다.

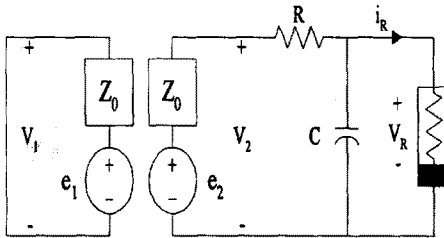


그림 6. 전송 선로를 가진 Chua 회로의 등가회로  
Fig. 6. Equivalent circuit of Chua's circuit with a transmission line

## 2.2 등가 전송선로를 가진 Chua 회로에서의 카오스 동기화

동일한 Chua 회로 2개를 송신부와 수신부로 놓고 그 사이에 등가 전송 선로를 가진 카오스 회로에서의 동기화 회로를 그림7에 나타내었다.

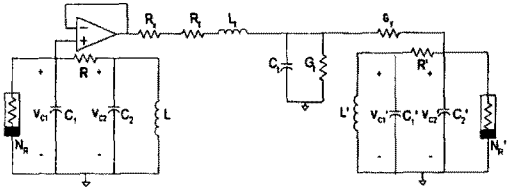


그림 7. 등가 전송선로를 가진 카오스 동기화 회로  
Fig. 7. Chaotic synchronization circuit with equivalent transmission line.

그림 7은 Chua 회로의 송신부와 전송 선로를 구동-결합 동기 방법을 적용하였으며 전송 선로와 수신부에서는 결합 동기 방식을 적용하였다. 그 이유는 구동 동기가 시스템에 따라 구동하지 못하는 경우가 생기며 결합 동기는 시스템에 불안정한 영역이 발생하여 동기화가 이루어지지 못하는 경우가 나타나기 때문이다.

그림 7의 등가 전송 선로를 가진 동기화 회로의 상태 방정식을 다음식과 같다.

송신부의 상태방정식

$$C_1 \frac{dv_{c1}}{dt} = G(v_{c2} - v_{c1}) - g(v_{c1})$$

$$C_2 \frac{dv_{c2}}{dt} = G(v_{c1} - v_{c2}) + i_L \quad (7)$$

$$L \frac{di_L}{dt} = -v_{c2}$$

등가 전송선로부의 상태방정식

$$L_r \frac{di_{Lr}}{dt} = v_{c1} - (R_x + R_d)i_{Lr} - v_{c1}$$

$$C_t \frac{dv_{c1}}{dt} = i_{Lr} - (G_t + G_y)v_{c1} + G_y v_{c1}' \quad (8)$$

수신부의 상태방정식

$$C_2' \frac{dv_{c2}'}{dt} = G'(v_{c1}' - v_{c2}') + i_L'$$

$$C_1' \frac{dv_{c1}'}{dt} = G'(v_{c2}' - v_{c1}') - g(v_{c1}') + G_y(v_{c1} - v_{c1}')$$

$$L' \frac{di_{L'}}{dt} = -v_{c2}' \quad (9)$$

$v_x = v_{c1} - v_{c1}', v_y = v_{c2} - v_{c2}', i_z = i_L - i_L'$ 라 정의하고 식(7), 식(8), 식(9)에서 차 시스템을 구하면 식(10)와 같이 5차 시스템으로 정리 할 수 있다.

$$C_1 \frac{dv_x}{dt} = G(v_y - v_x) - S_1 v_x + G_y(v_{c1}' - v_{c1})$$

$$C_2 \frac{dv_y}{dt} = G(v_x - v_y) + i_z$$

$$L \frac{di_z}{dt} = -v_y \quad (10)$$

$$C_t \frac{dv_{c_t}}{dt} = -G_t v_{c_t} + i_{L_t} + G_y (v_{c_t}' - v_{c_t})$$

$$L_t \frac{di_{L_t}}{dt} = v_{c_t} - v_{c_t}' - (R_x + R_t) i_{L_t}$$

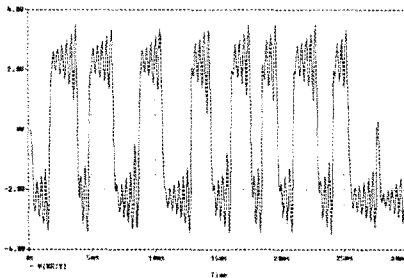
식(4-6)에서 차 시스템은 시간이 지남에 따라 0으로 수렴해가는, 즉  $\lim_{t \rightarrow \infty} |v_x| = \lim_{t \rightarrow \infty} |v_y| = \lim_{t \rightarrow \infty} |i_z| = 0$ 가 되면 동기화가 이루어지는 것이다.

식 (10)을 상태방정식 꼴로 고치고 간략화하기 위해  $x_1 = v_x, x_2 = v_y, x_3 = i_z, x_4 = v_{c_t}, x_5 = i_{L_t}, u = v_{c_t}' - v_{c_t} = v_{c_t} - v_{c_t}'$ 라 놓고 정리하면 식(11)과 같이 된다.

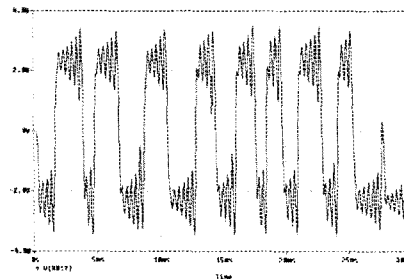
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(G+S_t) & \frac{G}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{G}{C_2} & -\frac{G}{C_2} & \frac{1}{C_2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-G_t}{C_t} & \frac{1}{C_t} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-R_t+R_x}{L_t} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{G_y}{C_1} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{G_y}{C_t} \\ \frac{1}{L_t} \end{bmatrix} u \quad (11)$$

식 (11)에 식 (12)의  $L, L' = 18mH, R_x = 780\Omega, C_1 = 0.062\mu F, C_1, C_1' = 10mH, G_y = 0.01\Omega, G_t = 1.5\mu\Omega, C_2, C_2' = 100mH, R_t = 89.7\Omega, R, R' = 1.74K\Omega, L_t = 0.04H$

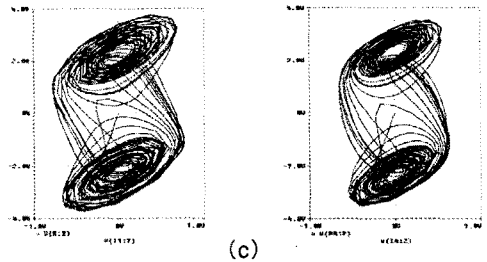
시스템 파라미터를 대입한 특성 방정식으로부터 안정한 조건의  $R_x$ 와  $G_y$  값은  $R_x > 700\Omega, G_y > 0.0125\Omega$ 이 되며 이를 적용한 동기화 결과를 송,수신부의 시계열 데이터, 위상 공간으로 그림 8에 나타내었다.



(a) 송신부의 시계열 데이터  
(a) Time series of transmitter

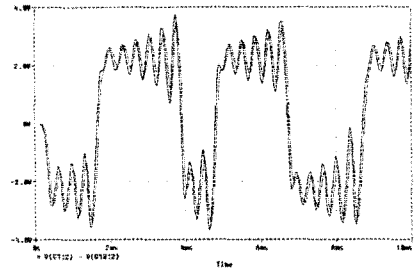


(b) 수신부의 시계열 데이터  
(b) Time series of receiver



(c) 송,수신부의 위상공간

(c) Phase portrait of transmitter-receiver



(d)

송,수신부의 시계열 데이터 비교

(d) Compare of time series difference of transmitter-receiver

그림 8. 유선통신에서의 카오스 동기화 결과  
Fig. 8. Chaos synchronization with wire transmission line

### 3. 결 론

본 연구에서는 두 개의 동일한 Chua 회로에 전송 선로를 두어 등가 전송로를 구성한 후 구동-결합 동기 이론을 새롭게 적용한 동기화 방법을 제시하였으며, RLCG 전송 선로를 가진 Chua 회로의 카오스 동기화는 전송 선로의 L과 C 영향에 의한 시간 지연이 있는 동기화가 이루어짐을 확인할 수 있었다. 앞으로 시간 지연이 적은 동기화가 연구과제로 남는다.

### (참 고 문 헌)

- [1] T. Matsumoto, "A Chaotic Attractor from Chua's circuit", IEEE Trans. on Circuit and System, vol. CAS-31, pp. 1055 - 1058, 1984.
- [2] 배영철, 고재호, 임화영, "Chua 회로에서의 Bifurcation and Attractor", 대한전기학회 하계 학술대회 논문집, pp.664 - 666, 1995.
- [3] 배영철, 고재호, 임화영, "구분 선형 함수의 최적 구현에 관한 연구", 한국자동제어학술 회의 논문집, pp. 370 - 373, 1995.
- [4] 배영철, 고재호, 임화영, "Chua 회로에서의 파라미터 변화에 의한 Period-doubling과 Bifurcation에 관한 연구", 한국 자동제어 학술 회의 논문집, pp. 482 - 485, 1995.
- [5] L. Kocarev, K. S. Halle, K. Eckert and L. O. Chua, "Experimental Demonstration of Secure Communication via Chaotic Synchronization" Int. J. Bifurcation and Chaos, vol. 2, no. 3, pp. 709-713, 1992.
- [6] K. S. Halle, C. W. Wu, M. Itoh and L. O. Chua, "Spread Spectrum Communication through Modulation of Chaos" Int. J. Bifurcation and Chaos, vol. 3, no. 2, pp. 469-477, 1993