

이동구간제어를 이용한 물탱크의 온도제어기 설계

\* 추영옥\* 정양웅\*\* 이상철\*\*\* 정찬수\*  
 \*숭실대학교 전기공학과 \*\*서해대학 전산과 \*\*\*동서울대학 전기과

Design of a temperature controller in the water-tank system using RHC

Young-Ok Choo\* Yang-Woong Chung\*\* Sang-Chul Lee\*\*\* Chan-Soo Chung\*  
 \*Dept.Elec.Eng. Soongsil Univ. \*\*Dept.C.S.SoHae College. \*\*\*Dept Elec.DongSeoul College.

**Abstract** - We design to the temperature control system based on Receding horizon control(RHC) with a terminal output weighting for stochastic state model. This system has a large time delay, a nonlinear temperature characteristics, a perturbation, a disturbance, etc.

In this paper, we show that RHC can easily be applied to the system to track the desired temperature, since it takes the receding horizon strategy for both controller and filter.

1. 서 론

실제로, 제어의 대상이 되는 플랜트에는 많은 제한 조건들이 존재한다. 예를 들면 히터는 일정 범위까지만 열을 발생시키고, 모터는 일정속도나 일정한 토크 이상을 낼 수 없는 경우가 대부분이다. 예측제어기는 이런 여러 가지 제한조건을 고려하면서, 최적의 제어를 설계할 수 있는 방법으로 생각되어 많은 연구가 진행되어 왔다.[6]

이 논문에서는 예측제어의 한 분야인, 이동구간 제어기법을 이용하여 물탱크 시스템에서의 온도제어기를 설계한다. 물탱크 시스템은 두 개의 물탱크가 두 개의 파이프로 연결되고 이 중 한 개의 파이프 내부에 펌프를 내장하여 두 탱크 사이에 물이 순환할 수 있도록 한 시스템이다. 이 시스템에서 온도제어기는 한 탱크에 가열기를 다른 탱크에는 온도센서를 부착하여 가열기의 가열량을 제어함으로써 온도센서의 출력을 원하는 값으로 유지시키는 역할을 한다.

이 시스템은 펌프모터의 회전 속도에 변화함으로써 시간지연을 변화할 수 있고 탱크의 온도특성을 변화하거나 시스템의 시간지연, 섭동, 외란 등을 고려한 제어기의 성능 평가에 효과적으로 사용할 수 있다. 일반적으로 시간지연이 크고 불확실성이 존재하는 시스템의 경우 Smith Predictor를 이용한 제어기는 설계자의 성능조건을 만족시킬 수 없다.[6] 이에 반하여 이동구간제어기는 유한구간을 변화시키면서 제어입력을 구함으로써 비선형, 선형 시스템에 유용하고 시스템 계수의 변화에 능동적이라는 장점을 가진다.

본 논문에서는 물탱크 시스템에서 이동구간제어기를 설계하고 이 제어기가 시스템의 시간지연, 등의 변화에 대해서 갖는 성능을 분석함으로써 설계된 제어기의 효용성을 검증한다.

2. 본 론

2.1 이동구간 제어

시간  $t$  에서, 설정된 어떤 목적함수 (cost function) 의 최적화 문제를 풀어서 얻은 해가 아래와 같이 구해진다

다고 하자.

$$u(t), u(t+1), \dots, u(t+M-1)$$

이중에서 단지 첫 번째 입력, 즉 현재 제어입력  $u(t)$  만을 시간  $[t, t+1]$ 에서 플랜트를 제어하는데 사용한다.

다음  $t+1$ 에서, 제어구간 (control horizon)  $M$  과 예측구간 (predictive horizon)  $P$  가 한 시점 앞으로 이동하고, 제어입력  $u(t)$ 와 시스템의 출력  $y(t+1)$ 로부터 추정된 (예측된)  $\hat{x}(t+1)$ 을 초기조건으로 하는 새로운 최적화 문제로부터 제어입력을 구한다.

$$u(t+1), u(t+2), \dots, u(t+M)$$

그리고 이중에서 단지 첫 번째 제어입력  $u(t+1)$ 만을 시간  $[t+1, t+2]$ 에서 플랜트를 제어하는데 사용한다. 그 이후의 매 시점에 대해서도 이와 같은 과정을 반복하는 것이 이동구간 제어 기법이다. 이러한 예측제어 (이동구간 제어)의 기본 개념을 그림으로 살펴보면 그림 1과 같다.

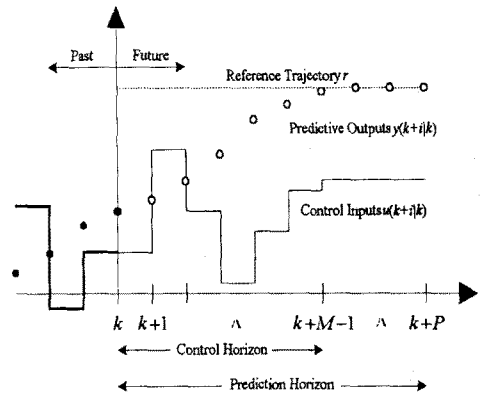


그림 1 이동구간 제어

2.2 물탱크 시스템의 모델링

그림 2 와 같은 물탱크 모델을 구성하였다. 유체가 상호 유동할 수 있도록 관으로 연결하였으며, 탱크 A 하부에는 전열기가 장착되고, 탱크 B에는 온도센서를 장착하였다. 탱크간 연결관에 순환펌프를 부착하여 순환류를 강제 순환과 자연 대류에 의한 순환이 가능토록 하였다.

여기서, 순환 연결관의 열손실을 무시하기로 하고, 탱크 B 의 온도는 측정위치에 따라 다르지만, 감지기 측정온도가 각부의 평균 온도라는 가정한다.

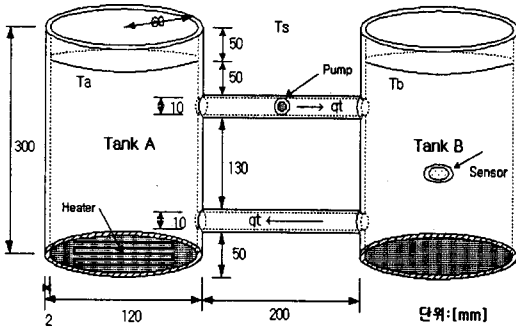


그림 2 물탱크 모델

탱크 A, B에서 에너지 방정식을 세우면, 다음과 같다.

$$V_a \rho_a C_v \frac{dT_a}{dt} \quad (1-1)$$

$$= q_t \rho_a C_p [T_b(t) - T_a(t)] + U(t) - W_1(t)$$

$$(where, W_1(t) = K_1 A_a [T_a(t) - T_s(t)])$$

$$V_b \rho_b C_v \frac{dT_b}{dt} \quad (1-2)$$

$$= q_t \rho_a C_p [T_a(t) - T_b(t)] - W_2(t)$$

$$(where, W_2(t) = K_2 A_b [T_b(t) - T_s(t)])$$

여기서,

$V_a, V_b$  : 탱크 A, B 액체의 부피 [ $m^3$ ]

$\rho_a, \rho_b$  : 각 탱크에서의 액체의 밀도 [ $kg/m^3$ ]

$C_v, C_p$  : 정적비열, 정압비열 [ $J/kg^\circ C$ ]

$U(t)$  : 전열기 출력 [ $J/sec$ ]

$A_a, A_b$  : 탱크 A, B의 표면적 [ $m^2$ ]

$T_a, T_b, T_s$  : 탱크 A, B와 외부온도 [ $^\circ C$ ]

$K_1, K_2, K_3$  : 탱크 A, B와 연결관의

열 전달계수 [ $J/m^2 kg sec$ ]

$W_1, W_2$  : 탱크 A, B의 열 손실

$q_t$  : 연결관의 순환유량 [ $m^3/sec$ ]

탱크 A, B 간의 순환류  $q_t$ 는 두 탱크 사이의 순환 펌프 속도에 의해 결정된다. 결국, 이 모델은 다음과 같이,  $T_a, T_b$ 에 의해 2차 비선형 미분 방정식으로 표현된다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) - W(t) \quad (2)$$

$$y(t) = Cx(t) + D$$

$$여기서, x(t) = \begin{bmatrix} T_a \\ T_b \end{bmatrix}$$

$$W(t) = \begin{bmatrix} \frac{K_1 A_a [T_a(t) - T_s(t)]}{V_a \rho_a C_v} \\ \frac{K_2 A_b [T_b(t) - T_s(t)]}{V_b \rho_b C_v} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{q_t}{V_a} & \frac{q_t}{V_a} \\ \frac{q_t}{V_b} & -\frac{q_t}{V_b} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [0 \ 1] \quad D = 0$$

### 2.3 이동구간 제어기의 적용(제어기 설계)

시스템 구성은 그림 3 과 같다.

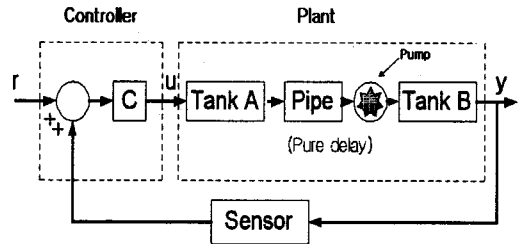


그림 3 물탱크 시스템의 구성

제어기 C는 Discrete Time System의 Stochastic model로 구성하였다.

$$\begin{aligned} \hat{x}(k) &= A\hat{x}(k) + B\Delta u(k) + Gw(k) \\ y(k) &= C\hat{x}(k) + v(k) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서  $w(k) \in R^m$ 와  $v(k) \in R^1$ 은 영평균(zero mean), 백색잡음(white noise) 신호이고,  $E\{w\} = E\{v\} = 0$ ,  $E\{w^T w\} = Q_f$ . 그리고,  $E\{v^T v\} = R_f$ 이다. 이때 시스템의 상태를 추정하기 위하여 아래와 같은 정상 상태 Kalman 필터를 사용하였다.

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1) &= A\hat{x}(k) + B\Delta u(k) + L(y(k) - \hat{y}(k)) \\ &= A_e \hat{x}(k) + B_e \Delta u(k) + Ly(k) \end{aligned} \quad (4)$$

그리고, 목적함수(Cost Function)를 아래와 같이 설정하였다.

$$\begin{aligned} J &= \sum_{j=1}^N \|y(k+j) - y_r(k+j)\|_{Q_f} + \sum_{j=0}^N \|\Delta u(k+j)\|_R \\ &+ \sum_{j=N+1}^{N+N_f} \|y(k+j) - y_r(k+j)\|_{Q_f} \end{aligned} \quad (5)$$

여기서,  $Q \geq 0$ ,  $Q_f > 0$ ,  $R > 0$ 인 행렬이다. 그리고, 현재 시간  $k$ 에서, 구간  $N + N_f$  동안의 유용한 기준 입력(command signal),  $y_r(k+1)$ ,  $y_r(k+2)$ , ...,  $y_r(k+N+N_f)$ 가 유용하다고 가정한다. 그리고, 구간

$N$ 를 제어구간 (control horizon), 구간  $N_f$ 를 최종 출력 가중구간 (final output weighting horizon) 이다. 따라서, 우리가 원하는 이동구간 제어 입력은

$$\Delta u(k) = -(R + B^T F(0)B)^{-1} B^T [F(0)Ax(k) + g(k)] \quad (6)$$

### 2.4 결과

$T_a = 25^\circ\text{C}$ ,  $T_b = 25^\circ\text{C}$ ,  $T_c = 25^\circ\text{C}$ .  $C_v = C_p = 4.184$   
 [7] 일 때, 플랜트 모델 의한 파라미터 값은 아래와 같다.

$$A = \begin{bmatrix} -0.0674 & 0.0674 \\ 0.0674 & -0.0674 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [0 \ 1] \quad D = 0$$

그리고, 전열기는 1kW 를 사용한다. 초기 조건으로 평가함수 파라미터는  $Q_c=1$ ,  $R_c=1$ ,  $QF=100$ ,  $N=10$ ,  $Nf=5$ 를 Kalman 필터의 파라미터는  $Qf=1$ ,  $Rf=1$ 를 주었다. 여기서, 연결관의 순환 유량( $q_t$ )은 순환 속도( $v$ )에 의해 결정된다. 순환속도에 따른 이동구간 제어를 이용한 물탱크의 온도는 다음과 같다. (그림 4, 그림 5에서, 샘플링 시간(ts)은 6[sec]이다)

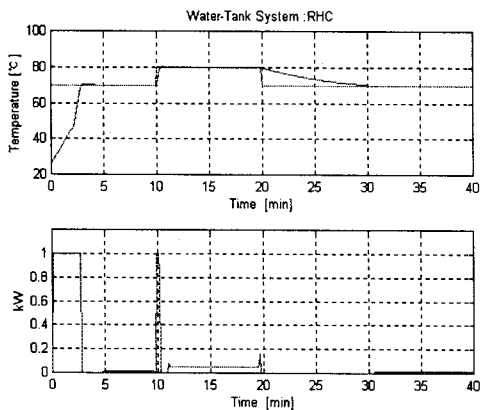


그림 4  $v=0.6$ [m/sec]

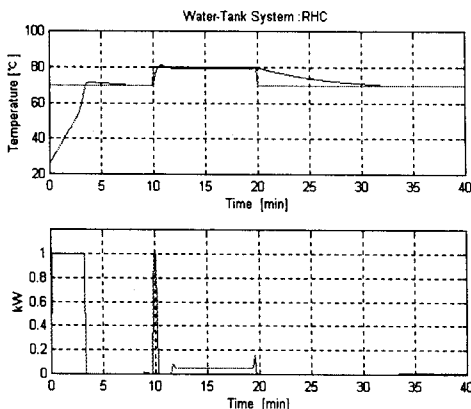


그림 5  $v=0.3$ (m/sec)

그림 5 가 그림 4 에 비해 순환 속도가 낮아, 초기 온도가 높지만, 결국 기준입력을 잘 추종하고 있다.

### 3. 결 론

본 논문에서는 물탱크 온도제어 시스템을 대상으로 이동구간 제어를 설계, 시뮬레이션 하여 시스템의 제어 특성을 연구하였으며, 얻어진 결과의 요약은 다음과 같다.

- 1) 순환속도( $v$ )에 따라, 플랜트 파라미터  $A$ 가 결정되고, 이에 따라 샘플링 시간을 정한다. 샘플링 시간을 시스템 rising time 보다 적게 잡을 경우, 지연시간 및 상승시간이 길어진다.
- 2) 제안한 이동구간 제어기는 온도제어를 행할 때 전열기의 열 발생과 열 손실 계수의 시간변이성으로 인한 비선형성에도 불구하고 물탱크  $B$ 의 온도를 효과적으로 제어하였다.

### (참 고 문 헌)

- [1] Y.I.Lee, W.H.Kwon, S.Noh, "A Receding Horizon Predictive control and Its Related GPC with Stability properties", Control-Theory and Advanced Technology, Vol 10, pp523-537, 1994
- [2] J.W.Lee, H.J.Lee, W.H.Kwon, "Implementable Receding Horizon Control for Constrained Systems", The Proc. of ASI'97, pp239-244, 1997
- [3] 유지훈, "자기동조 제어기법을 이용한 온도제어 시스템 설계", 숭실대학교 대학원 전기과 석사 논문, 1991
- [4] 안병천, 장효환, "비선형 슬라이딩 면을 이용한 온수난방 순환펌프 시스템의 온도제어", 제어 자동화 시스템공학 논문지, 제3권, pp162-168, 1997
- [5] 나상섭, 노형준, 이현구, "비선형 예측제어 알고리즘을 이용한 회분식 중합 반응기의 온도제어", KACC, 11th proceeding, pp1000-1003, 1996
- [6] Ronald Soeterboek, "Predictive Control", Prentice-Hall, 1992.
- [7] 김병철 외 4인, "열전도", 문운당, 1992