

2자유도 위너-호프 제어기법을 이용한 BTT 유도탄의 자동조종장치 설계

민 덕기, 이 종성, 박 기현
 성균관대학교 전기·전자·컴퓨터 공학부

Design of an Autopilot for the BTT Missile using 2DOF Wiener-Hopf Methods

Deukgi Min, Jongsung Lee, Kiheon Park
 School of Electrical and Computer Engineering, Sungkyunkwan University

Abstract - This paper presents a method for designing an autopilot of the BTT missile using 2DOF Wiener-Hopf control technique to improve tracking performance. Linear controllers are designed based on the linearized models which are obtained from the nonlinear missile dynamic equations at various operating points. The gain scheduling technique is used to implement the final autopilot. A simulation on the flight of missiles is carried out through the use of 6DOF equation program including exact nonlinear equations of the missile and the variations of aerodynamic variables in order to check applicability of the suggested method in real situation.

1. 서 론

유도탄의 개발 내용 중 자동조종장치의 설계는 가장 핵심적인 사항 중의 하나이다. 롤 각의 조정으로 유도탄 가속도 방향을 변경하는 BTT(Bank-to-Turn) 방식 [1]은 유도탄이 대칭형일 필요가 없으므로 무게와 관성 분포가 효과적으로 표현되며, 공기 흡입 추진(ram-jet) 방식 사용으로 같은 무게의 연료로 운항 거리가 더욱 긴 효율적인 설계가 가능하다는 장점을 갖는다. 최근 30여 년 사이에 다변수 시스템을 다룰 수 있는 현대 제어기법들이 연구되면서 LQG, LQG/LTR, 적응제어기법, H_2 제어기법, H_∞ 제어기법 등이 BTT 유도탄의 자동조종장치 설계에 적용되고 있다[2-6]. 다입력·다출력 제어 기법들은 단입력·단출력 제어기법에 비해 유도탄을 모델링할 때 나타나는 간섭들을 다룰 수 있다는 장점을 가진다. 그러나 이러한 대부분의 현대 제어기법들은 상대적으로 유도탄의 비선형성 및 외란에 의한 계수 변화에 대한 강인성 확보에 주력하여, 유도탄의 가장 근본적인 요구사항인 임의의 유도명령에 대한 추종 성능이 저하될 가능성을 갖고 있다. 따라서 기존의 방식들은 과도한 최종 오차거리(terminal miss distance)를 발생시킬 여지를 갖는다.

본 논문에서는 BTT 유도탄에 대한 기존의 제어기법의 문제점을 개선하기 위하여 강인성과 추종 성능을 동시에 고려할 수 있는 표준 모델(standard model) 2자유도 제어기 구조와 제곱형의 평가함수를 최소화시키는 위너-호프(Wiener-Hopf) 제어기법을 사용하여 BTT 유도탄의 자동조종장치를 설계하는 기법을 제안하였다. 자동조종장치는 동작점에 따라 제어기를 달리하는 이득 계획(gain scheduling) 기법을 적용하여 여러 개의 제어기로 구성되어 동작점 영역에 따라 해당 동작점에서 설계되어진 제어기가 동작하는 방식을 채택하였다. 또한 실제 적용성을 검증하기 위하여 유도탄의 정확한 비선형 방정식과 공력 계수의 변화 등을 포함하는 6 자유도 방정식 프로그램을 이용하여 유도탄의 비행 동작에 대한 모의실험을 수행하였다.

2. 본 론

2.1 BTT 유도탄의 선형화 모델

이 절에서는 BTT 유도탄을 수학적인 식으로 모델링하게 되는데 비행체의 운동 방정식을 구하기 위하여 비행체는 강체이고, 동체 좌표축은 관성 주축임을 가정하고, phugoid 운동은 무시하기로 한다. 이상의 가정들로부터 비행체의 운동 방정식은 다음과 같이 병진 운동 방정식과 회전 운동 방정식으로 표현된다.

$$m(\dot{u} + qw - rv) = F_x \quad (1)$$

$$m(\dot{v} + rw - pw) = F_y \quad (2)$$

$$m(\dot{w} + pv - qu) = F_z \quad (3)$$

$$I_{xx}\dot{p} - (I_{yy} - I_{zz})qr = L \quad (4)$$

$$I_{yy}\dot{q} - (I_{zz} - I_{xx})rp = M \quad (5)$$

$$I_{zz}\dot{r} - (I_{xx} - I_{yy})qp = N \quad (6)$$

자동조종장치 설계에 이득 계획 기법을 적용하기 위해서는 위의 BTT 유도탄 공력학 모델을 특정 동작점(operating point)에서 선형화 할 필요하다. 선형화 방법은 [2, 7]의 방법을 따랐다.

피치/요 채널에 대한 선형 제어기 설계를 위한 한 동작점에서의 피치/요 채널의 식을 상태 모델로 정리하면 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} \frac{Z_{\dot{y}}}{V} & 0 & Z_x & -\rho \frac{Z_z}{V} & 0 & \rho \frac{Y_x}{V} & 0 \\ M_x & M_z & (M_x - \frac{Z_x M_x}{Z_x}) & 0 & 0 & \rho \frac{(I_{xx} - I_{zz})}{I_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega^2 & -2\epsilon\omega & 0 & 0 & 0 \\ \rho \frac{Y_z}{Z_x} & 0 & -\rho \frac{Y_z Z_x}{Z_x} & 0 & \frac{Y_z}{V} & -Y_x & Y_x \\ 0 & \rho \frac{(I_{xx} - I_{zz})}{I_{xx}} & 0 & 0 & \frac{N_z}{V} & N_x & (N_x - \frac{Y_x N_x}{V}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2\epsilon\omega \end{bmatrix}$$

$$B^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \omega^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega^2 \end{bmatrix}, C = I_8 \quad (7)$$

롤 채널에 대한 선형 제어기 설계를 위한 롤 채널 상태 공간 모델은 다음과 같다.

$$\dot{x} = A_r x + B_1 u + B_2 d, \quad y = C_r x \quad (8)$$

$$A_r = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & L_\beta \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ L_\beta \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ K_\beta \end{bmatrix}, C_r = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

위 행렬에서 K_β 는 L_β 이다. 이것은 실제 제어기를 설계할 때 외란측 가중치로 고려된다.

2.2 위너-호프 제어기를 이용한 자동조종장치의 설계

이 절에서는 표준 모델의 2자유도 위너-호프 제어기

법을 제시하고, 이를 이용하여 한 동작점에 대한 자동조종장치를 설계하는 방법을 제시한다.

2.2.1 2자유도 제어기 설계기법

본 논문에서 사용할 제어 시스템 구조는 그림 1과 같은 2자유도 제어기 구조이다[8].

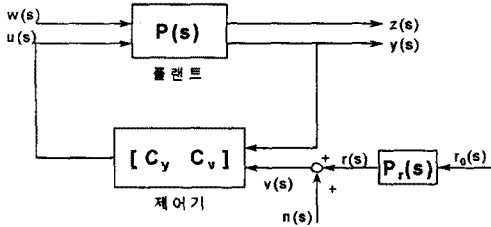


그림 1 표준모델에 대한 2자유도 제어 시스템
Fig. 1 Standard model adopting the 2DOF controller

그림으로부터 플랜트 및 제어기의 입·출력 관계식은 다음과 같다:

$$\begin{bmatrix} z(s) \\ y(s) \end{bmatrix} = P(s) \begin{bmatrix} w(s) \\ u(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w(s) \\ u(s) \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$u(s) = C_y(s) y(s) + C_v(s) v(s) \quad (11)$$

일반적으로 표준모델의 경우에는 $z(s)$ 의 평균파워를 평가함수로 생각하지만 본 논문에서는 기준입력을 별도로 고려하므로 평가함수를 오차항 $e(s) = z(s) - T(s)r(s)$ 의 평균파워로 생각한다. 즉, 평가함수는 다음과 같이 주어진다[8].

$$E = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{Tr } G_e(s) ds \quad (12)$$

위너-호프 제어 문제는 페루프 시스템을 내부적으로 안정화시키며 식(12)의 평가 함수를 최소화시키는 제어기를 찾는 문제이다. 먼저 그림 1의 $P_r(s)$ 와 $P(s)$ 의 상태공간 계수가

$$P_r(s) = \begin{bmatrix} F_r & G_r \\ H_r & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F & G_1 & G_2 \\ H_1 & 0 & J_{12} \\ H_2 & J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} \quad (13)$$

으로 주어진다고 할 때, 다음 내용을 가정하자.

- 가정
- (1) (F_r, G_r, H_r) 과 (F, G_2, H_2) 는 제어 가능하고 관측 가능하다.
 - (2) J_{12} 와 J_{21} 는 각각 열과 행 계수를 갖는다.
 - (3) F_r 은 개좌평면 고유치는 없고, (F_r, G_r, H_r) 은 최소구현이다.

최적 위너-호프 제어기의 상태 변수 식은 다음 정리와 같다.

정리 [8]: 최적 2자유도 제어기 전달행렬 $[C_y, C_v]$ 의 상태 모델

$$[C_y, C_v] = \begin{bmatrix} F - G_2K_1 - K_2H_2 + K_2J_{22}K_1 & -G_2K_4 + K_2J_{22}K_4 & K_2 & 0 \\ 0 & F_r - K_3H_r & 0 & -K_3 \\ -K_1 & -K_4 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

여기서

$$K_1 = R_1^{-1} (J_{12}^T H_1 + G_2^T M_1), \quad R_1 = J_{12}^T J_{12}$$

$$K_2 = (M_2 H_2^T + G_1 J_{21}^T) R_2^{-1}, \quad R_2 = J_{21} J_{21}^T$$

$$K_3 = M_3 H_r^T G_n^{-1}, \quad K_4 = R_1^{-1} (G_2^T M_4 + J_{12}^T T H_r)$$

이고 M_1, M_2, M_3 는 다음 세 개의 ARE의 안정한 해이고 M_4 는 식(18)의 해이다:

$$(F - G_2 R_1^{-1} J_{12}^T H_1)^T M_1 + M_1 (F - G_2 R_1^{-1} J_{12}^T H_1) - M_1 G_2 R_1^{-1} G_2^T M_1 + H_1^T (I - J_{12} R_1^{-1} J_{12}^T) H_1 = 0 \quad (15)$$

$$(F - G_1 J_{21}^T R_2^{-1} H_2) M_2 + M_2 (F - G_1 J_{21}^T R_2^{-1} H_2)^T - M_2 H_2^T R_2^{-1} H_2 M_2 + G_1 (I - J_{21}^T R_2^{-1} J_{21}) G_1^T = 0 \quad (16)$$

$$F_r M_3 + M_3 F_r^T = -G_r G_r^T + M_3 H_r^T G_n^{-1} H_r M_3 \quad (17)$$

$$(F - G_2 K_1)^T M_4 + M_4 F_r = -(H_1 - J_{12} K_1)^T T H_r \quad (18)$$

2.2.2 피치/요 채널 자동조종장치

유도탄의 피치/요 채널의 제어 목표는 가능한 한 작은 횡전각을 유지하며 명령 가속도 중 피치 성분을 추종하는 것이다. 피치/요 채널을 표준모델 2자유도 제어 시스템 구조로 구성하면 그림 2와 같이 된다.

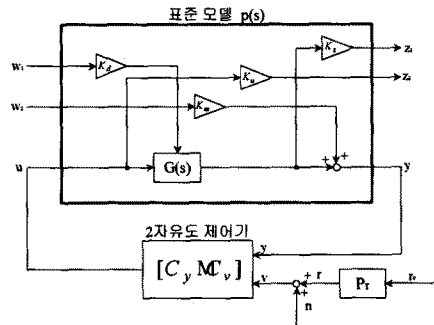


그림 2 유도탄 피치/요 채널 표준 모델 2자유도 제어 시스템

Fig. 2 Standard model adopting the 2DOF controller for the pitch/yaw channel

그림 2에서 $G(s)$ 는 식(7)로부터 결정되는 전달행렬이고 K_u 와 K_z 는 플랜트 입·출력에 대한 가중치 행렬이고, K_d 와 K_m 은 외란과 측정 잡음에 대한 가중치 행렬이다. 본 논문에서 사용하는 제어기는 입력추종 문제와 외란 및 측정 잡음에 대한 민감도 문제를 독립적으로 다룰 수 있는 2 자유도 제어기 구조이므로 가중치 행렬 K_u, K_z 와 K_d, K_m 은 독립적으로 조정할 수 있다는 것이 설계 상의 큰 장점이다.

가중치 행렬을 결정할 때 고려할 사항은, 피치/요 채널의 제어 목표가 가능한 한 횡전각을 작게 유지하며 명령 가속도 중 피치 성분을 신속하게 오차를 줄이며 따라가는 입력 추종 성능이 좋아야 하고, 피치/요 채널과 롤 채널을 분리시켜 제어기를 설계할 때 롤 가속도 p 에 의한 외란 간섭 효과를 줄여야 한다는 것이다. 이 중 전자的事项은 가중치 행렬 K_z 의 조정으로 해결하고 후자는 가중치 행렬 K_d 의 조정으로 해결한다. 대상 BTT 유도탄의 경우 가중치 행렬은 각각 다음 값을 가질 때 만족할만한 응답을 나타내는 것을 확인하였다.

$$K_u = \text{diag}([10 \ 10]), \quad K_m = I_8, \quad G_n = 0.001$$

$$K_d = \text{diag}([1000 \ 1000 \ 1 \ 1 \ 1000 \ 1000 \ 1 \ 1])$$

$$K_z = \text{diag}([1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 10 \ 0 \ 1 \ 1]) \quad (20)$$

2.2.3 롤 채널 자동조종장치

유도탄 롤 채널의 제어 목적은 피치/요 채널에서 다룰 수 없는 가속도 명령의 요(yaw) 성분을 최소화하며, 유도탄의 롤 오차각(e_ϕ)을 조정(regulating)하기 위해 유도탄을 경사(bank)시키는 것이다. 유도탄 롤 채널을 표준모델 2자유도 제어 시스템 구조로 나타내면 그림 3과 같다.

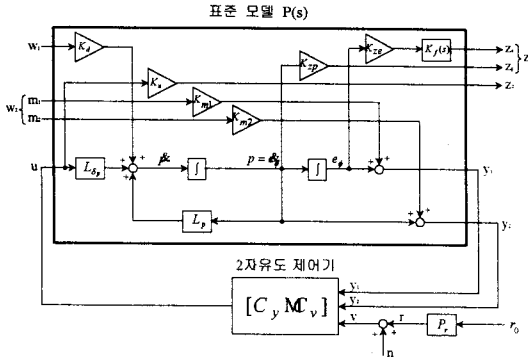


그림 3 유도탄 롤 채널 표준모델 2자유도 제어 시스템
Fig. 3 Standard model adopting the 2DOF controller for the roll channel

롤 채널의 기준입력은 $e_{\phi c} = 0$ 이므로 롤 채널 제어는 조정 문제로 설정된다. 본 논문에서는 빠른 조정을 위해 조정변수 e_ϕ 측에 다음과 같은 저주파 필터(low-pass filter)를 추가하고 k_f 를 변화시켜가며 롤 채널의 응답 특성을 관찰하였다:

$$K_f(s) = \frac{1}{s + k_f} \quad (21)$$

그림 3에서 K_u , K_{ze} , K_{zb} 는 플랜트 입·출력에 대한 이득치, K_d 는 외란에 대한 이득치이고 K_{m1} , K_{m2} 은 측정잡음에 대한 이득치이다.

조정 문제에서는 외란에 의한 영향을 최소화하는 것이 주 관심사이므로 이득치를 결정할 때 이를 고려하여야 한다. 롤 각속도 동작범위 내에서 롤 오차각 조정 성능 개선을 위해 $K_{ze} = 10$ 로 선정하였다. 또한 외란의 영향을 최소화하기 위해 $K_d = 1000$ 로 선정하였다. 그의 이득치는 각각 $K_u = 1$, $K_{zb} = 0$, $K_{m1} = 10$, $K_{m2} = 10$, $G_n = 0.001$ 로 선정할 경우 만족할만한 응답을 나타내는 것을 확인하였다.

2.3 6 자유도 모의실험

이 절에서는 전 절에서 제안한 표준모델 2자유도 위너-호프 제어기법에 의해 설계된 자동조종장치를 BTT 유도탄에 적용한다. 본 논문에서는 실제 적용성을 검증하기 위하여 유도탄의 정확한 비선형 방정식과 공력 계수의 변화 등을 포함하는 6 자유도 모의실험 프로그램을 이용하여 유도탄의 비행 동작을 모의실험 하였다(7).

2.3.1 자동조종장치

자동조종장치 설계 대상인 BTT 유도탄은 롤 각속도와 동압 변동이 심한 시스템이다. 따라서 자동조종장치를 구성하는 제어기는 여러 동작점에서 설계되며, 피치/요 채널은 동압, 롤 각속도에 따라 제어기를 달리하는 이득 계획 기법이 그리고 롤 채널은 동압에 따라 제어기를 달리하는 이득 계획 기법이 사용된다.

본 논문에서는 유도탄의 모든 비행 상태를 고려하여 롤 각속도와 동압의 동작점을 각각 다음과 같이 선택하였다.

롤 각속도의 동작점 : -7, -4, -2, 0, 2, 4, 7 [rad/sec]
동압의 동작점 : 1000 ~ 9000 [lb / ft²] 사이
250 간격으로 선택

이 경우 피치/요 채널은 231개의 동작점, 롤 채널은 33개의 동작점에 대해 제어기를 설계하여 자동조종장치를 구성하였다.

자동조종장치의 성능을 평가하기 위해서는 제어기 설계뿐 아니라 목표물의 운동 방정식과 유도 법칙을 포함하는 목표물과 유도탄의 가상 공중전을 수행하여야 한다. 이러한 요격 시나리오를 위한 유도법칙은 Williams 등이 사용한 방법을 채택하였다(2).

2.3.2 적용 예

설계된 자동조종장치의 성능을 평가하기 위하여 페루프 공대공(air-to-air) 목표 요격(target intercept) 시나리오를 도입한다. 모의실험은 추력을 갖는 BTT 유도탄의 발사 순간부터 목표물의 적중 순간까지의 모든 동작을 실제 데이터에 의거하여 실행한다. 추력은 유도탄 발사 초기에 큰 값을 가지며 그후 작은 값을 갖다가 일정시간 이후에는 0의 값을 갖는다.

모든 모의실험 결과는 Mathworks사의 Matlab/Simulink(9)를 이용하여 구하였다. 그림 4는 6자유도 모의실험의 블록선도(block diagram)이다.

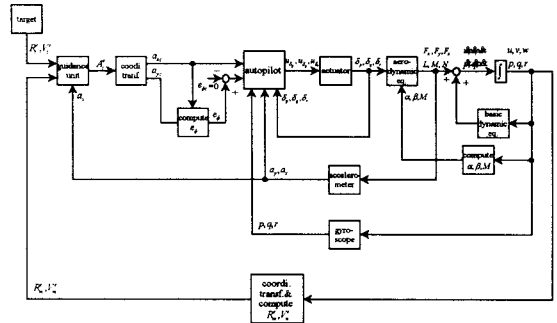


그림 4 6자유도 모의실험 블록선도
Fig. 4 6DOF simulation block diagram

유도탄 자동조종장치의 피치/롤 동작 성능을 확인하기 위해 그림 5와 같은 시나리오를 적용하여 모의실험을 수행하였다. 유도탄과 목표물의 초기 고도는 10,000 (ft)이다.

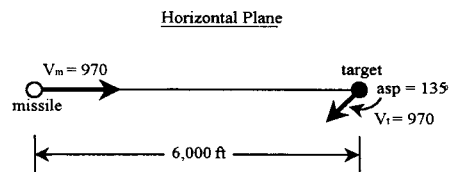
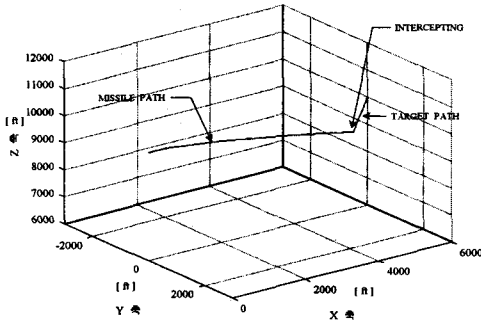
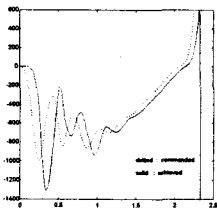


그림 5 요격 시나리오
Fig. 5 Intercepting scenario

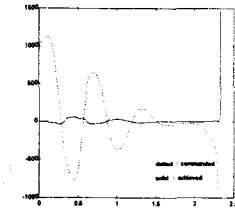
모의실험의 결과는 그림 6에 제시되어 있다. 그림(a)는 유도탄 발사 순간부터 목표물 요격 순간까지 공간상에서의 목표물과 유도탄의 비행 궤적을 나타낸다. 이 그림으로부터 유도탄이 목표물 요격에 성공했음을 확인할 수 있다. 그림(b)는 유도 명령 중 피치 가속도 명령에 대한 실제 유도탄의 피치 가속도를 보여주고 있다. 초기의 과도 응답 현상 후에 유도탄의 실제 피치 가속도가 피치 가속도 명령을 추종하고 있음을 확인할 수 있다. 다음 그림(c)는 유도 명령 중 요 가속도 명령에 대한 실제 유도탄의 요 가속도를 보여주고 있다. 또한 유도탄의 실제 요 가속도는 큰 요 가속도 명령에도 불구하고 $-40 \sim 70$ [f/ sec^2]으로 조정되고 있음을 확인할 수 있다. 그림(d)에서 롤 오차각이 시간 경과에 따라 점차 작아짐을 확인할 수 있다. 다음 그림(e), (f), (g)는 각각 롤 각속도와 받음각, 그리고 횡전각의 결과를 보여주고 있다. 초기의 큰 롤 각속도에도 불구하고 자동조종장치가 횡전각을 작게(약 2도 미만) 유지함을 확인할 수 있다. 이 경우 유도탄과 목표물의 최종 오차거리는 0.65258 [ft]이다. 모의실험 결과로부터 피치 동작뿐 아니라 롤 동작이 있는 경우에 제한된 자동조종장치가 우수한 성능을 보임을 확인할 수 있다.



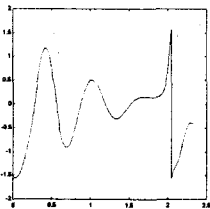
(a) 비행 궤적



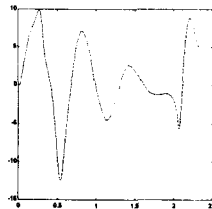
(b) a_z



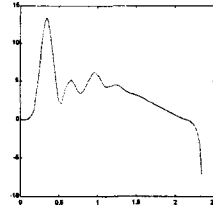
(c) a_y



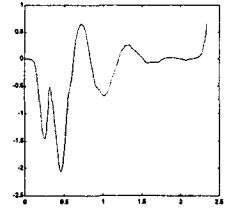
(d) 롤 오차각



(e) 롤 각속도



(f) 받음각



(g) 횡전각

그림 6 적용 예의 출력 응답

Fig. 6 Output responses for Scenario

3. 결 론

본 논문에서는 2자유도 위너-호프 제어기법을 이용한 BTT 유도탄의 새로운 자동조종장치 설계기법을 제시하였다.

본 논문의 결과를 요약하면 다음과 같다.

첫째, BTT 유도탄에 대한 기존 자동조종장치의 문제점을 개선하기 위하여 강인성과 추종 성능을 동시에 고려할 수 있는 표준 모델의 2자유도 제어기 구조와 제곱형의 평가함수를 최소화시키는 위너-호프 제어기법을 사용하여 BTT 유도탄의 자동조종장치를 설계하는 기법을 제시하였다. 최종 제어기는 제곱형 평가 함수를 최소화시키는 최적 제어기이며, 여러 설계 명세를 고려하여 가중치 선택을 조정할 수 있다.

둘째, 유도탄의 정확한 비선형 방정식과 공력 계수의 변화 등을 포함하는 6 자유도 방정식을 유도탄과 목표물 사이의 요격 시나리오 프로그램에 적용하여 유도탄의 비행 동작에 대한 모의실험을 수행하여 설계된 자동조종장치의 실용성을 검증하였다.

(참 고 문 헌)

- [1] J. H. Blakelock, *Automatic Control Aircraft and Missiles*, New York: John Wiley & Sons, Inc., 1991.
- [2] D. E. Williams, B. Friedland and A. N. Madiwale, "Modern Control Theory for Design of Autopilots for Bank-to-Turn Missiles", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 10, pp. 378-386, 1987.
- [3] A. Arrow, *An Analysis of Aerodynamic Requirements for Coordinated Bank-to-Turn Autopilots*, NASA-CR-3644, 1982.
- [4] A. Arrow and D. E. Williams, "Comparison of Classical and Modern Missile Autopilot Design and Analysis Techniques", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 12, pp. 220-227, 1989.
- [5] C. L. Sheperd and L. Valavani, "Autopilot Design for Bank-to-Turn Missiles using LQG/LTR methodology", *Proceedings of the 1988 American Control Conference*, Atlanta, GA, pp. 579-586, 1988.
- [6] C. F. Lin, *Advanced Control System Design*, Prentice-Hall, 1994.
- [7] 민덕기, 위너-호프 제어기법을 이용한 고속 비행체의 자동조종장치 설계, 성균관대학교 공학박사 학위논문, 1998.
- [8] 조용석, 표준 모델의 2자유도 위너-호프 제어기 설계에 관한 연구, 성균관대학교 공학박사 학위논문, 1997.
- [9] The Math Works, Inc., *MATLAB & SIMULINK User's Guide For Microsoft Windows*, 1996.