

OCID 알고리즘을 이용한 헬리콥터 시스템 판별

박문수\*, 김병두, 노치원, 홍석교  
 아주대 전자공학부

System Identification of Helicopter Using OCID Algorithm

M.S. Park\*, B.D. Kim, C.W. Roh, S.K. Hong  
 Dept. of Electronics Eng. A-jou Univ.

**abstract** - In this paper, the Observer Controller IDentification/Eigensystem Realization Algorithm(OCID/ERA) is applied to identify the s-tate space model of a helicopter in hover from a given set of the general input-output data.

The objective of this paper is the evaluation of the utility of the OCID/ERA approach to the system identification of a system which has natural unstable mode like a helicopter and to give some guidelines before applying the technique to the real system. As it mentioned above, since a model helicopter is unstable naturally, the closed-loop system identification method(OCID/ERA) using excitation, output and feedback signals of the simulated system is applied.

1. 서 론

시스템 판별의 목적은 시스템의 해석이나 제어기 설계를 위해 측정된 입·출력 데이터로부터 물리적 시스템의 수학적 모델을 개발하는 것으로[1] 고성능의 제어 시스템 설계 및 구현을 위해 필요하다[2].

상태공간에서 시스템의 구현은 입·출력 데이터로부터 직접적으로 시스템의 상태방정식을 구하는 것으로[3] 특히, 헬리콥터와 같은 항공기의 비행 데이터를 이용하여 수학적 모델을 유도하는데 유용하다.

본 논문에서는 다중 입·출력을 갖고 비선형성이 강한 헬리콥터 수학적 모델을 가용한 입·출력 데이터로부터 OCID/ERA를 이용하여 직접적으로 구현한다.

OCID/ERA는 페루프 시스템으로부터 개루프 시스템의 수학적 모델을 유도하기 위해 OKID/ERA를 변형한 방법으로 헬리콥터와 같이 불안정한 시스템의 판별을 위해 제어기를 포함하는 페루프 시스템의 판별이 불가피한 경우에 적용될 수 있다[4]. 이 경우 페루프 시스템은 이미 알고있는 신호에 의해 여자 되고 그 결과 발생하는 페루프 시스템의 시간응답열과 궤환제어입력이 측정된다. 측정된 값들은 페루프 관측기의 Markov 매개변수를 구하는데 사용되고 이로부터 각 시스템, 관측기, 제어기의 Markov 매개변수가 계산되어진다. 그리고 이 값들을 이용하여 페루프 시스템 모델, 관측기 이득행렬, 제어기 이득행렬을 계산한다. 결국 페루프 시스템에서의 측정값들과 OCID/ERA를 이용하여 시스템 모델, 관측기 및 제어기 이득을 동시에 구한다.

본 논문에서는 트림해석을 통해 선형화한 헬리콥터의 정지비행시의 선형모델과 모의실험을 통해 OCID/ERA를 사용하여 재 구현된 헬리콥터의 수학적 모델을 고유 모드 및 동일 입력에 대한 개루프 출력을 비교함으로써 헬리콥터의 시스템 판별을 위한 OCID/ERA의 적용가능성 및 성능을 평가한다.

2. 본 론

2.1 이산시간 다변수 시스템의 모델

일반적으로 이산 시간에서의 다변수 선형 시스템은 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \tag{1}$$

$$y(k) = Cx(k) + Du(k) \tag{2}$$

단,

- $x(k)$  : 상태벡터 ( $n \times 1$ ),
- $u(k)$  : 제어입력벡터 ( $r \times 1$ ),
- $y(k)$  : 출력벡터 ( $m \times 1$ )

상태의 초기조건을 0으로 가정하면, 즉,  $x(0) = 0$  이 라하면, 입력과 출력사이의 관계는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y = YU \tag{3}$$

단,

$$y = [ y(0) \ y(1) \ y(2) \ \dots \ y(l-1) ],$$

$$Y = [ D \ CB \ CAB \ \dots \ CA^{l-2}B ],$$

$$U = \begin{bmatrix} u(0) & u(1) & u(2) & \dots & u(l-1) \\ 0 & u(0) & u(1) & \dots & u(l-2) \\ \vdots & 0 & u(0) & \dots & u(l-3) \\ \vdots & \vdots & 0 & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & u(0) \end{bmatrix}$$

2.2 OCID/ERA

식(1)과 식(2)를 관측기와 제어기를 포함하는 페루프 시스템으로 나타내면 다음과 같다.

$$\hat{x}(k+1) = \bar{A} \hat{x}(k) + \bar{B} \begin{bmatrix} u(k) \\ y(k) \end{bmatrix}, \tag{4}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{y}(k) \\ u(k) \end{bmatrix} = \bar{C} \hat{x}(k) + \bar{D} u(k), \tag{5}$$

단,

$$\bar{A} = A + GC,$$

$$\bar{B} = [ B + GD \ -G ],$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} C \\ -F \end{bmatrix},$$

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix}.$$

$F$ : 제어기 이득행렬 ( $r \times n$ )

제어입력,  $u(k)$ 는 부재한 제어입력  $u_f(k)$ 와 여자입력  $u_e(k)$ 로 나타낼 수 있다.

$$u(k) = u_f(k) + u_e(k), \quad (6)$$

$$u_f(k) = -Fx(k), \quad (7)$$

관측기가 안정하다고 가정하고 일정 표본시간 후 즉,  $k \geq s$ 인 경우를 고려하면  $\hat{y}(k) = y(k)$ 가 되므로 식(4), (5)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$x(k+1) = \bar{A}x(k) + \bar{B} \begin{bmatrix} u(k) \\ y(k) \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} y(k) \\ u_f(k) \end{bmatrix} = \bar{C}x(k) + \bar{D}u(k) \quad (9)$$

이 경우 입·출력의 관계를 다음과 같이 페루프 시스템의 Markov 매개변수  $\bar{Y}$ 로 표현할 수 있다(2).

$$y = \bar{Y}V \quad (10)$$

단,

$$y = \begin{bmatrix} y(s) & y(s+1) & \cdots & y(l-1) & y(l) \\ u_f(s) & u_f(s+1) & \cdots & u_f(l-1) & u_f(l) \end{bmatrix}$$

$$\bar{Y} = [\bar{D} \quad \bar{C}\bar{B} \quad \cdots \quad \bar{C}\bar{A}^{p-1}\bar{B}]$$

이고,  $s \leq p$  이면,

$$V = \begin{bmatrix} u(s) & \cdots & u(p) & u(p+1) & \cdots & u(l) \\ v(s-1) & \cdots & v(p-1) & v(p) & \cdots & v(l-1) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v(0) & \cdots & v(p-s) & p-s+1 & \cdots & v(l-s) \\ & & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ & & v(0) & v(1) & \cdots & v(l-s) \end{bmatrix}$$

$s \geq p$  이면,

$$V = \begin{bmatrix} u(s) & u(s+1) & \cdots & u(l) \\ v(s-1) & v(s) & \cdots & v(l-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v(s-p) & v(s-p+1) & \cdots & v(l-p) \end{bmatrix}$$

여기서  $p$ 는 가용한 측정 데이터로부터 계산되어질 페루프 시스템의 Markov 매개변수  $\bar{Y}_k$ 의 개수로서 다음 식을 만족한다.

$$\bar{Y}_k = \bar{C}\bar{A}^{k-1}\bar{B} = 0, \quad k > p \quad (11)$$

결과적으로 적당한  $p$  값에 대해  $\bar{Y}$ 는 식(10)의 최소 자승해로서 다음과 같이 구해진다.

$$\bar{Y} = yV^T(VV^T)^{-1} \text{ or } \bar{Y} = yV^\dagger \quad (12)$$

여기서  $\dagger$ 는 유사 역행렬을 의미한다.

식(12)에서 구한 페루프 Markov 매개변수로부터 상태공간 모델을 구현하기 위해서 먼저 시스템 및 관측기와 제어기의 이득 Markov 매개변수로 혼합된 시스템 Markov 매개변수가 구해져야 한다. 이는 다음과 같이 페루프 Markov 매개변수를 식(13), (14)와 같이 분할 ( $\bar{Y}_k^{(1,1)}, \bar{Y}_k^{(1,2)}, \bar{Y}_k^{(2,1)}, \bar{Y}_k^{(2,2)}$ )해서 (4)에 제시된 혼합된 시스템 Markov 매개변수 식(15), (16)과의 관계를 이용하여 구할 수 있다.

$$\bar{Y}_k = \begin{bmatrix} C \\ -F \end{bmatrix} (A + GC)^{k-1} [B + GD - G]$$

$$\equiv \begin{bmatrix} \bar{Y}_k^{(1,1)} & -\bar{Y}_k^{(1,2)} \\ -\bar{Y}_k^{(2,1)} & \bar{Y}_k^{(2,1)} \end{bmatrix}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (13)$$

$$\bar{Y}_0 = \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \bar{Y}_0^{(1,1)} \\ \bar{Y}_0^{(2,1)} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$Y(k) = \begin{bmatrix} C \\ F \end{bmatrix} A^{k-1} [BG] \quad (15)$$

$$= \begin{bmatrix} CA^{k-1}B & CA^{k-1}G \\ FA^{k-1}B & FA^{k-1}G \end{bmatrix}$$

$$\equiv \begin{bmatrix} Y_k^{(1,1)} & -Y_k^{(1,2)} \\ -Y_k^{(2,1)} & Y_k^{(2,1)} \end{bmatrix}, \quad k = 1, 2, \dots$$

$$Y_0 = D \quad (16)$$

계산된 시스템 및 관측기, 제어기 Markov 매개변수와 ERA를 사용하여 시스템의 상태방정식 및 관측기 이득행렬, 제어기 이득행렬을 식(17)의 Hankel 행렬을 이용하여 구할 수 있다(2).

$$H(k-1) = \begin{bmatrix} Y_k & Y_{k+1} & \cdots & Y_{k+\beta} \\ Y_{k+1} & Y_{k+2} & \cdots & Y_{k+\beta} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ Y_{k+\alpha} & Y_{k+\alpha+1} & \cdots & Y_{k+\alpha+\beta} \end{bmatrix} \quad (17)$$

구해진 Hankel 행렬의 특이값 분해에 의해 다음 식으로부터 시스템 행렬, 관측기 이득 행렬 및 제어기 이득행렬이 구현된다.

$$A = D_n^{-1/2} R_n^T H(1) S_n D_n^{-1/2}$$

$$[B \ G] = D_n^{1/2} S_n^T E_{r+m} \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} C \\ F \end{bmatrix} = E_{m+r}^T R_n D_n^{1/2}$$

단,

$$H(0) = RDS^T \approx R_n D_n S_n^T,$$

$$E_{m+r}^T = [I_{m+r} \ 0_{m+r} \ \cdots \ 0_{m+r}]$$

$R_n$ 과  $S_n$ 은 각각 좌측특이벡터행렬  $R$ 과 우측특이벡터행렬  $S$ 의 처음  $n$ 개의 열로 구성된 행렬이고,  $D$ 는 특이값 행렬이다.

### 2.3 헬리콥터 모델

선형화된 헬리콥터의 모델은 일반적으로 8차의 상태

변수를 갖는 미분 방정식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + w \\ y &= Cx + Du + v \end{aligned} \quad (19)$$

단,

$$A = \begin{bmatrix} -0.0212 & -0.0162 & 0 & 0 & 0.0340 & -9.8000 & 0.2770 & 0 \\ 0.0162 & -0.0324 & 0 & 9.8000 & -0.0021 & 0 & 0.0340 & 0.0234 \\ 0 & 0 & -0.9174 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0000 & 0 & 0 & 0 \\ 0.7683 & -1.0032 & 0 & 0 & -13.1363 & 0 & 1.6124 & 0.0598 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0000 & 0 \\ 0.3554 & 0 & 0 & 0 & -4.6538 & 0 & -4.6538 & 0.0109 \\ 0 & 0.5457 & -2.6084 & 0 & 0.0349 & 0 & 0 & -0.1433 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -8.1244 & 0 & -3.1828 & 3.1780 \\ 12.3603 & 0.4439 & -3.1780 & 3.1828 \\ -70.8194 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 123.9868 & 1.1360 & 86.9681 & 150.9512 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 50.3586 & 0.1131 & 53.4779 & -53.3981 \\ 125.8398 & -7.4690 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D = 0.$$

$$\begin{aligned} x &= [v_x \ v_y \ v_z \ \phi \ \theta \ q \ r]^T & : \text{ 상태변수} \\ u &= [\theta_0 \ A_1 \ B_1 \ \theta_T]^T & : \text{ 입력변수} \end{aligned}$$

여기서, 상태변수  $v_x, v_y, v_z$ 는 각각 동체 좌표의  $x, y, z$  방향의 속도를 나타내고  $\phi, \theta$ 는 각각  $x, y$  축을 중심으로 회전한 각도,  $p, q, r$ 은 각각  $x, y, z$  축 중심의 회전 각속도를 나타낸다. 입력변수  $\theta_0, A_1, B_1, \theta_T$ 는 각각 메인 로터의 컬렉티브 피치, 증방향 사이클릭 피치, 횡방향 사이클릭 피치, 테일로터의 컬렉티브 피치를 나타낸다.

## 2.4 모의실험

OCID/ERA를 위한 전체 시스템의 구성은 그림1과 같이 표현된다.

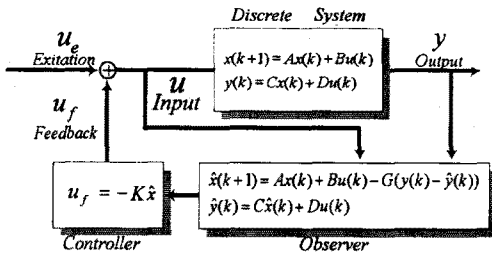


그림 1. OCID/ERA를 위한 전체 시스템

본 논문에서는 모의실험을 위해 모형 헬리콥터 Nexus 30의 물리량과 정지비행 조건으로부터 얻어진 파라미터를 바탕으로 트림해석을 통해 얻어진 선형모델을 이용하였다. 그리고 시스템의 불확실성과 측정오차로써 백색잡음  $w$ 와  $v$ 를 각각 첨가하였다. 단,  $w$ 의 표준편차는  $Bu$ 의 표준편차의 1%를,  $v$ 의 표준편차는 출력  $y$ 의 표준편차의 1%를 갖는다. 극배치 기법을 이용, 전 차수 상태 부패한 제어기를 설계하여 페루프시스템을 구성하고 각 입력채널을 백색잡음신호로 여자 한다. 이때 생성된 입력, 출력 및 제어입력과 OCID/ERA를 이용하여 모형 헬리콥터의 선형모델을 판별한다.

모형 헬리콥터의 선형 모델을 0.01초 간격으로 이산화한 시스템의 고유모드는 다음과 같다.

$$\lambda(A) = \begin{bmatrix} -12.3 \\ -5.57 \\ -0.917 \\ -0.392 \pm 0.806i \\ -0.124 \\ 0.37 \pm 0.695i \end{bmatrix} \quad (20)$$

식(20)을 실험 결과 즉, 재 구현된 개루프 시스템의 고유모드와 비교하여 모형 헬리콥터 시스템에 대한 OCID /ERA의 시스템 판별 성능을 분석한다. 표2.3은 표1의 각 경우에 대해 페루프 시스템에서의 여자신호, 출력신호 및 제어입력신호와 OCID/ERA를 사용하여 구현된 시스템의 고유모드의 감쇄값과 주파수를 나타낸다. 여기서 P는 시스템의 Markov 대개변수의 개수이고, L은 사용된 데이터의 개수이다.

경우	1	2	3	4	5	6
L	1000	2000	2000	2000	4000	4000
P	50	30	40	50	30	40
경우	7	8	9	10	11	12
L	4000	5000	5000	6000	6000	6000
P	50	30	50	30	40	50

표 1. 모의실험을 수행한 각 경우의 변수값

경우	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
모드1	1.90	1.95	1.92	1.94	1.95	1.90	1.99	1.95	1.95	1.95	1.95	1.95	1.96
모드2	0.93	0.92	0.91	0.89	0.91	0.89	0.89	0.89	0.89	0.89	0.89	0.89	0.88
모드3	0.17	0.15	0.15	0.15	0.15	0.14	0.15	0.14	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15
모드4	0.16	0.15	0.15	0.15	0.14	0.15	0.15	0.14	0.15	0.14	0.15	0.14	0.14
모드5	0.16	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.14	0.15	0.14	0.15	0.14	0.14
모드6	0.00	0.00	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.01	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02
모드7	0.11	0.12	0.11	0.11	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12	0.13	0.13
모드8	0.11	0.12	0.11	0.11	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12	0.13	0.13

표 2. 모드의 주파수 (Hz)

경우	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
모드1	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
모드2	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
모드3	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
모드4	96	100	80	58	87	58	52	69	53	49	49	44	44
모드5	96	100	80	58	87	58	52	69	53	49	49	44	44
모드6	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
모드7	-20	-6	-24	-35	-21	-36	-39	-29	-38	-41	-43	-47	-47
모드8	-20	-6	-24	-35	-21	-36	-39	-29	-38	-41	-43	-47	-47

표 3. 모드의 감쇄값 (%)

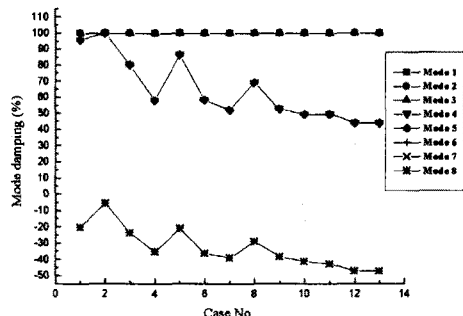


그림 2. 모드의 감쇄값 비교

표1에 정의된 각 경우에 대해 구현된 시스템의 모드의

특성을 그림2와 그림3에서 모드의 감쇄값과 주파수별로 각각 비교한다.

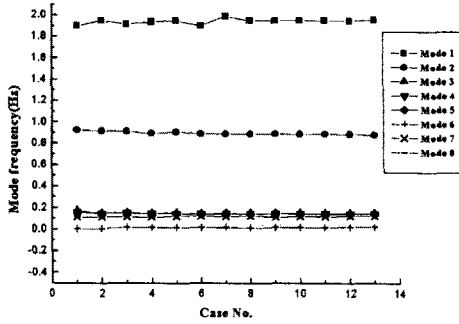


그림 3. 모드의 주파수 비교

그림 2.3에서 볼 수 있듯이 각 모드의 주파수는 각각의 경우에 대해 경우13에 제시된 실제 값과의 오차가 적으나 감쇄값의 경우에는 데이터의 개수와 Markov 매개변수의 개수에 따라 큰 차이를 보인다. 데이터의 개수가 클수록, 매개변수의 개수를 크게 잡을수록 실제 값과의 오차가 줄어드는 것을 볼 수 있다. 그리고 데이터의 개수가 충분히 클 때, OCID/ERA는 모형 헬리콥터의 선형 모델을 정확히 재구현 할 수 있음이 확인되었다. 재구현된 개루프 시스템의 정확성을 시용답을 통해 트림해석에 의해 선형화된 시스템과 동일한 입력에 대해 비교함으로써 재확인한다.

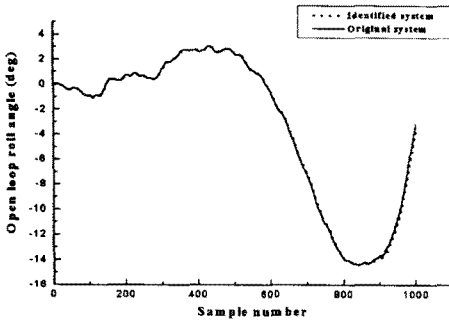


그림 4 개루프 응답 (roll angle)

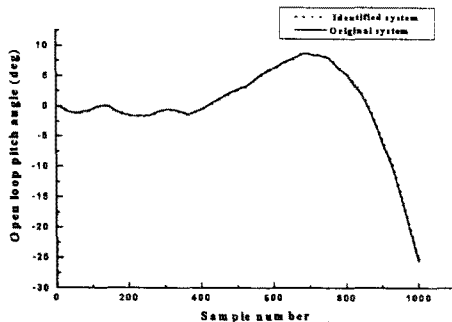


그림 5 개루프 응답 (pitch angle)

그림 4,5,6은 모의실험을 통해 재 구현된 개루프 시스템과 모의실험에 사용한 선형모델과의 개루프 응답을 보인다. 결과로부터 알 수 있듯이 거의 동일한 개루프 응답을 갖는 시스템이 OCID/ERA를 통해 구현되었음이 확인되었다.

그림 6 개루프 응답 (yaw rate)

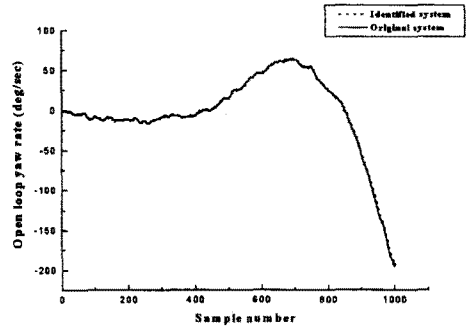


그림 6 개루프 응답 (yaw rate)

### 3. 결 론

본 논문에서는 비선형성이 강하고 개루프에서 불안정한 시스템인 헬리콥터의 시스템 관별을 위해 폐루프 시스템 식별방법인 OCID/ERA를 적용하고, 시스템의 입·출력 데이터로부터 시스템의 수학적 모델이 효과적으로 구현될 수 있음을 보였다. 즉, 헬리콥터의 복잡한 비행역학을 해석하는 방법과는 별도로 시험비행 데이터로부터 시스템 관별 기법을 이용하여 적합한 수학적 모델을 얻을 수 있음을 모의 실험을 통하여 보였다.

입·출력 데이터에 존재하는 잡음이 시스템 관별에 미치는 영향의 분석과 실시간으로 시스템 관별을 위한 알고리즘 개발이 연구되어야 한다.

### (참 고 문 헌)

- [1] Phan, M. Horta, L.G. Jung, J-N. Longman, R.W. "Improvement of Observer/Kalman Filter Identification (OKID) by Residual Whitening". Transaction of the ASME, Vol.117, pp.232-240, 1995
- [2] Landau, I. D. *System Identification and Control Design*, Prentice Hall, 1990
- [3] Clarke, T. Sun, S.D., "Minimal state-space model realization of a nonlinear helicopter". IEE proc. Control Theory Appl. Vol. 145, pp.415-422, 1998.
- [4] Jung J-N., *Applied System Identification*, Prentice Hall, 1994.