

적용요소분할기법과 FEM-FCT를 이용한 코로나 스트리머 해석

민웅기*, 김형석**, 이석현***, 한송엽*

*서울대학교 전기공학부 ** 순천향대 전기전자공학부 *** 인하대학교 전기공학과

Numerical Simulation of Corona Streamer
Using Adaptive Mesh Generation and FEM-FCT Method

Woong-Gee Min*, Hyeong-Seok Kim**, Seok-Hyun Lee***, Song-Yop Hahn*
*Seoul Nat'l Univ. **Soonchunhyang Univ.***Inha Univ.

Abstract - In this paper, the propagation of corona streamer was simulated using finite element method(FEM) combined with Flux-Corrected Transport(FCT) algorithm. To obtain more effective grid distribution, the adaptive mesh generation scheme was also employed. The employed adaptive scheme can refine the mesh where needed. In addition, it is possible to coarsen the unnecessarily dense mesh. Two models were analyzed with proposed method. And the results are shown.

1. 서 론

코로나 방전은 오래 전부터 배기가스 중의 분진을 제거하는데 사용되어 왔다. 최근들어 코로나 스트리머를 사용하여 화학반응을 일으켜 가스 중의 유해성분을 화학 반응을 통해 무해성분으로 처리하는 기술들이 개발되고 있다. 따라서 코로나 스트리머의 빠르고 정확한 해석이 절실히 요구되어지고 있다.

스트리머의 해석은 1967년 Davies와 Evans에 의해 처음으로 1차원으로 시도되었다[1]. 그 후 1987년 Dhali와 Williams에 의해 2차원 해석이 이루어졌다 [2]. 2차원 해석은 1차원 해석의 경우와는 달리 스트리머의 채널반경이 일정하다는 가정을 하지 않으므로 보다 더 실제적인 방전 양상을 묘사할 수 있다.

코로나 방전이 일어나는 중에는 시간과 공간에 대해 전자와 이온의 밀도, 전계 등의 물리량들이 큰 변화율을 갖는다. 따라서 과도상태의 코로나를 해석하기 위해서는 작은 시간간격과 조밀한 요소망이 필요하여 많은 계산량을 요구한다. 이런 이유로 아직까지 수 mm의 전극간격, 수십 nsec 동안의 코로나 방전을 해석하는데 그치고 있다.

코로나를 해석하기 위해서는 하전입자의 연속방정식과 포아송(Poisson) 방정식을 풀어야 한다. 그런데 연속방정식의 해는 앞서 언급한 것처럼 공간에 대해 매우 큰 변화율을 가지므로, 이를 정확히 해석하기 위해 주로 Flux-Corrected Transport(FCT) 기법이 사용되고 있다. 그러나 이전의 논문들에서는 유한차분법에 기초한 FCT 기법이 사용되었기 때문에 여러 제약조건과 불필요한 계산시간의 증가를 피할 수 없었다. 유한차분법에서는 해석영역을 구조화된 요소망(structured mesh)으로 이산화하기 때문에 해석대상 형상에 제약을 받을 뿐만 아니라, 물리량의 변화가 적은 곳에서도 불필요하게 많은 수의 절점이 생기게 되어 계산량이 많아진다.

이러한 형상의 제약과 불필요한 절점수의 증가를 막기 위해 비구조화된 요소망(unstructured mesh)을 사용할 수 있는 유한요소법(FEM)과 결합된 FCT 기법이 시도되었다[3]. 비구조화된 요소망을 사용하면 복잡한 형상을 쉽게 고려할 수 있을 뿐만 아니라, 물리량이 급변하는 곳을 국부적으로 세분할 수 있어 적은 수의 절점으로 높은 분해능을 얻을 수 있다.

그런데, 고정된 요소망을 사용하여 해석하면, 스트리머의 진행형태를 예상하여 그에 맞는 요소망을 생성시켜야 되고, 계산 시점의 물리량의 분포에는 불필요하게 많은 절점으로 인해 계산량이 증가한다.

이에 본 논문에서는 적용요소분할 기법을 사용하여 시간에 따라 변화하는 물리량들의 분포를 효과적으로 반영할 수 있는 요소망을 구현하였다. 본 논문에서 사용된 기법은 세분이 필요한 요소를 분할할 뿐만 아니라, 불필요하게 세분된 요소망들을 다시 통합하는 기능을 수행할 수 있다. 따라서, 결과를 예측하지 않고도 그 계산시점의 물리량들의 분포에 적합한 요소망을 얻을 수 있다. 제안된 방법을 사용하여 두가지 모양의 전극 사이에서의 스트리머 진행을 해석하고 그 결과를 보였다.

2. 본 론

2.1 적용요소분할기법

본 논문에서 다루고자 하는 코로나 방전과 같은 과도상태의 문제를 다루는 경우, 계산시간이 경과함에 따라 요소망의 공간적인 밀도분포를 바꿀 수 있는 기법이 필요하다. 또한, 요소의 분할만을 하게 되면 요소망의 밀도가 필요이상 밀한 상태로 남게 되어 불필요한 절점수의 증가를 가져온다. 따라서 필요이상 밀한 요소들을 다시 통합하는 과정이 필요하다.

이를 구현하기 위해서 요소의 분할은 6가지, 요소의 통합은 3가지 방법으로 수행하였다.

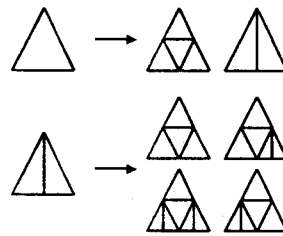


그림1 요소의 분할 방법

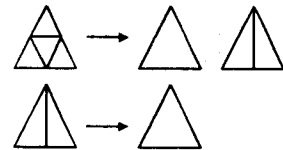


그림2 요소의 통합 방법

요소분할과 통합을 위한 예리는 전자의 밀도에 로그를 취한 값과 전계의 연속조건[4]을 사용하였다. i번째 요소의 예리는 다음과 같이 정의된다.

$$\epsilon_i^e = \log \left(\frac{U_1^i + U_2^i + U_3^i}{3} \right) \quad (1)$$

$$\varepsilon_2^i = \int_{\Omega^i} (E_{est} - E_{cal})^2 dS \quad (2)$$

$$\varepsilon^i = \text{normalized}(\varepsilon_1^i) + \text{normalized}(\varepsilon_2^i) \quad (3)$$

여기서 U_1^i, U_2^i, U_3^i 는 요소를 이루는 세 절점에서의 전자밀도, E_{est} 는 요소의 경계에서 전속밀도의 수직성분과 전계의 접선성분이 연속이어야 한다는 조건에서 추정된 전계의 진치이고, E_{cal} 는 유한요소법에서 얻은 전계이다.

i 번째 요소의 적합한 크기 A^i 는 다음과 같이 결정하였다.

$$A^i = (\text{최소 요소크기}) \times 100^{1 - \text{normalized}(\varepsilon^i)} \quad (4)$$

즉, 현재 요소의 크기가 A^i 보다 크면 분할하고, A^i 보다 작으면 통합한다.

2.2 사례연구

제안된 방법을 사용하여 760[Torr]의 질소기체 중에서 일어나는 코로나 방전을 평행판 전극과 침대평판 전극의 경우에 대해 해석하였다. 질소기체는 재결합과정이나 부착과정이 미미하므로 무시하였고, 광전리를 고려하지 않는 대신 해석영역에 $1[\text{cm}^{-3}]$ 의 밀도를 갖는 중성 플라즈마를 분포시키는 방법(3)을 사용하였다. 질소기체에 대한 방전 파라메타들은 다음과 같다.

$$\alpha = 5.7 \exp(-260P/E) [\text{cm}^{-1}] \quad (5)$$

$$\mu_e = 2.9 \times 10^5 [\text{cm}^2/\text{Vs}] \quad (6)$$

$$\mu_p = 2.6 \times 10^3 [\text{cm}^2/\text{Vs}] \quad (7)$$

$$D_L = 1800 [\text{cm}^2/\text{s}] \quad (8)$$

$$D_T = 2190 [\text{cm}^2/\text{s}] \quad (9)$$

여기서 P 는 배경기체의 압력[Torr], E 는 전계의 세기[V/cm], α 는 이온화계수, μ_e 와 μ_p 는 전자와 양이온의 이동도(mobility) 그리고 D_L 와 D_T 는 각각 수평방향과 수직방향의 확산계수이다.

두 평판 전극의 간격은 전극간격은 $0.25[\text{cm}]$ 이고 인가전압은 $12.5[\text{kV}]$ 이다. 초기에 반경이 $10[\mu\text{m}]$ 이고, $10^{14}[\text{cm}^{-3}]$ 의 밀도를 갖는 중성 플라즈마를 음극 표면에 분포시켰다. 시간간격은 최대 $1[\text{psec}]$ 이고, 각 절점에서 이온화가 1%이하, 각 요소에서 Courant Number가 0.2이하가 되도록 조절하였다. 또, 최소 요소의 크기는 $10^{-6}[\text{cm}^2]$ 로 제한하였다.

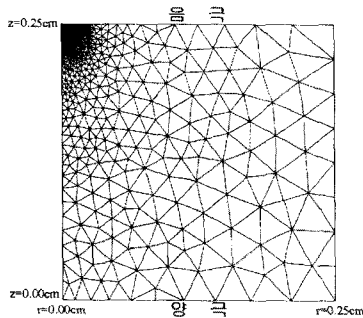


그림3 평판전극 모델의 초기 요소망

그림3은 초기 요소망이다. 스트리머가 성장하는 음극 주위를 다른 부분보다 세분하였는데, 그 이유는 반경이 작고 가우스분포를 갖는 초기고관밀도를 주입하기 위해서이고, 또 방전이 진행되는 동안에 음극 표면에는 물리량이 공간적으로 크게 변화하기 때문에 이를 잘 반영하기 위해서이다.

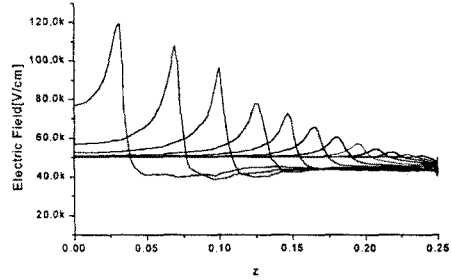


그림4 시간에 따른 축상의 전계세기의 변화 (0.5~6.0[nsec]까지 0.5[nsec]간격)

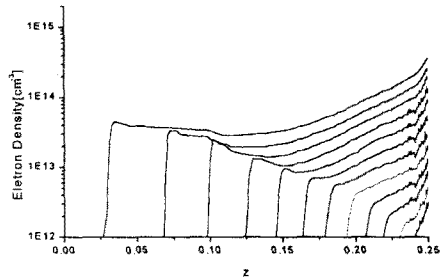


그림5 시간에 따른 전자 밀도의 변화 (0.5~6.0[nsec]까지 0.5[nsec]간격)

그림4와 그림5는 시간에 따른 전자와 전계의 변화를 그린 것이다. 스트리머가 진행하면서 첨두의 전계는 점점 커지고 그만큼 이온화작용이 활발하여 진행속도도 빨라짐을 볼 수 있다.

그림6은 5.0[nsec] 후의 요소망을 보여준다. 그림7과 그림8에 그린 전자의 밀도분포와 전계세기의 분포에 적합하게 요소가 생성되고 있음을 알 수 있다. 한편 스트리머 내부에서는 외부 인가 전계가 전자와 이온의 공간적인 분포로 인하여 차폐되고 있음을 볼 수 있는데, 내부의 전계의 세기는 그림4에서 보인 것과 같이 약 $40[\text{kV/cm}]$ 로서, 이 값은 실험적으로 알려져 있는 값과 일치한다.

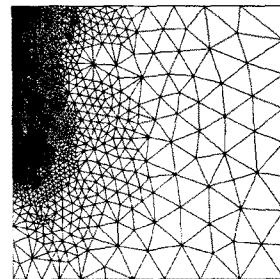


그림6 5.0[nsec] 후의 요소망

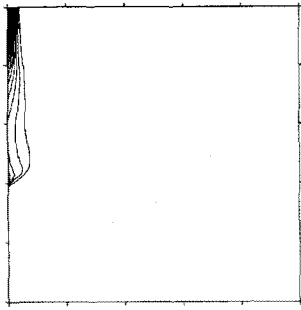


그림7 5.0[nsec] 후 전자밀도
(등밀도선의간격= $5 \times 10^{12}(\text{cm}^{-3})$)

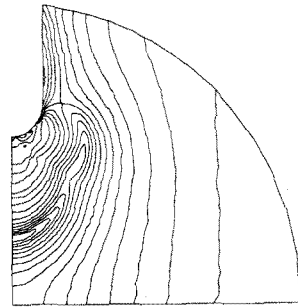


그림11 4.0[nsec] 후의 등전계선
(등전계선의 간격= $2.5(\text{kV/cm})$)

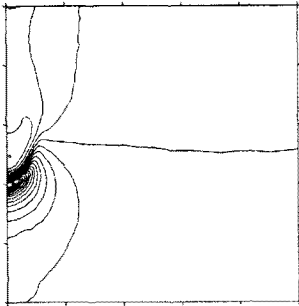


그림8 5.0[nsec] 후의 등전계선
(등전계선의 간격= $2.5(\text{kV/cm})$)

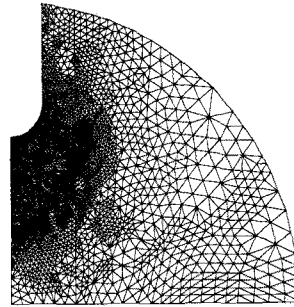


그림12 4.0[nsec] 후의 요소망

이와같은 결과는 해석결과를 예측하여 요소망을 형성 후 요소망을 변화시키지 않고 해석한 결과[3]와 잘 합할 뿐만 아니라, 불필요한 절점의 발생을 최대한 억제하여 계산량을 감소시킬 수 있었다.

한편, 그림9는 침대평판 모델의 초기 요소망이다. 그림10부터 그림12는 4.0(nsec) 후의 전자의 밀도분포, 전계세기의 분포 그리고 요소망을 그린 것이다. 이 경우 역시 두 물리량을 효과적으로 반영할 수 있는 요소망이 생성되었음을 알 수 있다.

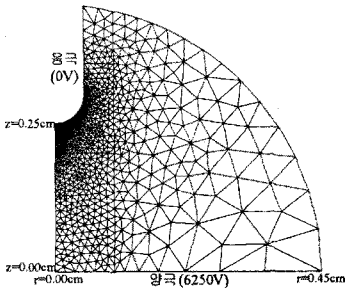


그림9 침대평판 전극의 초기 요소망

3. 결 론

본 논문에서는 FEM-FCT기법과 적응요소분할 기법을 이용하여 평행평판 전극과 침대평판 전극 사이에서 일어나는 코로나 방전을 해석하고 그 결과를 보였다. 요소의 분할뿐만 아니라 요소의 통합까지 가능한 적응요소 분할 기법을 도입함으로써, 결과를 예측하지 않고도 시간에 따라 분포가 변화하는 물리량들을 효과적으로 계산할 수 있는 요소 밀도 분포를 구현하였다. 또한 그 결과는 요소망을 변화시키지 않고 해석한 결과와 잘 부합하였다.

(참 고 문 헌)

- [1] A.J.Davies and C.J.Evans, "Field distortion in gaseous discharge between parallel-plate electrodes", Proceeding of IEE, vol.114, p.1547, 1967.
- [2] S.K.Dhali and P.F.Williams, "Two-dimensional studies of streamers in gases", Journal of Applied Physics, vol.30, pp.4696-4707, 1987.
- [3] 민용기, 김형석, 이석현, 한승엽, "FEM-FCT 기법을 이용한 코로나 방전 시뮬레이션에 대한 연구", 전기학회논문지, vol.48C, pp.200-208.
- [4] S.Y.Hahn, C.Calmels, G.Meunier, J.L.Coulomb, "A posteriori error estimate for adaptive finite element mesh generation", IEEE Trans. Magn., vol.24, pp.315-317, 1988.

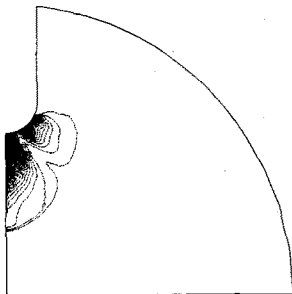


그림10 4.0(nsec) 후의 전자밀도 분포
(등밀도선의 간격은 $5 \times 10^{12}(\text{cm}^{-3})$)