

퍼지이론과 신경회로망의 합성에 의한 제어기 설계

오종인*, 이기성*, 조현철**

*충북대학교 전기제어공학과, **경북전문대학 전자과

Controller Design Using a Fuzzy Theory and Neural Network

Jongin Oh*, Keeseong Lee*, Hyun-Chul Cho**

*Hong Ik Univ., **Kyung Pook College

Abstract - A position control algorithm for a inverted pendulum is studied. The proposed algorithm is based on a fuzzy theory and Generalized Radial Basis Function(GRBF). The conventional fuzzy methods need expert's knowledges or human experiences. The GRBF, which is an optimization algorithm, tunes automatically the input-output membership parameters and fuzzy rules. The simulation is presented to illustrate the approaches.

뮬레이션에 의해서 일반적 퍼지 제어기법과 비교함으로서 제안하는 알고리즘의 우수성과 그 유용성을 보여준다.

1. 서 론

대부분의 시스템은 비선형성을 가지며, 이 비선형 시스템을 제어하기 위한 수학적인 모델은 상당히 복잡하고, 번거롭다. 특히, 동작범위가 넓거나 시변 파라미터 이거나 외란이 존재하는 비선형 시스템의 해석 및 제어 문제에서는 최적제어와 같은 고전적 제어기법으로는 한계가 있다.

비선형 시스템을 제어하기 위해 1965년 L.A. Zadeh에 의해서 제안된 퍼지 제어기법은 수학적 모델링이 곤란하거나, 비선형성이 강한 시스템에 많이 적용되어지고 있다. 퍼지 제어기의 구성시 규칙과 전·후진부의 파라미터는 전문가의 경험이나, 지식에 의존하여 주관적으로 결정되기 때문에, 안정한 제어시스템의 설계가 곤란하다. 이러한 문제들 때문에 최근에 퍼지 모델의 규칙을 찾고, 맴버쉽 함수의 파라미터를 최적화하는 연구들이 발표되었다[1-5]. 이 방법들 중에 신경회로망은 퍼지-신경회로망의 형태로 퍼지 논리와 결합되어 퍼지 모델을 구축하는데 이용되었다. 또한, 신경회로망과 함께 유전알고리즘을 퍼지 논리에 결합하여 복합 퍼지 모델을 구축하는 연구들도 발표되었다. 그러나, 대부분의 방법들은 신경회로망을 통해 파라미터를 학습하지만 학습을 시작하기 전에 FCM(fuzzy c-means) 클러스터링을 통해 입력 공간을 분해하여 규칙수를 결정해야 한다. FCM 클러스터링 알고리즘은 최적의 클러스터 수를 항상 찾을 수 없으며 Weighting Exponent의 최적 설정을 위한 이론적 근거가 결여되어 있다. 더욱이 유전알고리즘의 이용은 많은 계산시간을 필요로 한다.

본 논문에서는 Takagi-Sugeno(T.S.)의 퍼지모델과 Generalized Radial Basis Function(GRBF) 신경회로망의 합성을 이용하여 규칙의 전전부와 후전부의 파라미터등을 최적화 시킨다. 제안한 퍼지모델 구성 알고리즘을 이용하여 로켓트나 2족 보행 로봇(Biped robots)의 자세제어의 기본이 되는 비선형 시스템의 이 하나인 도립진자(inverted pendulum) 시스템의 안정화 제어를 하고자 한다. 즉 평형점에 대한 위치 각도의 최적의 퍼지 규칙을 생성하는데 목적을 두고 있다.

비선형이 강한 도립진자(inverted pendulum) 시스템에 신경회로망과 퍼지 제어기의 합성 기법에 적용, 시

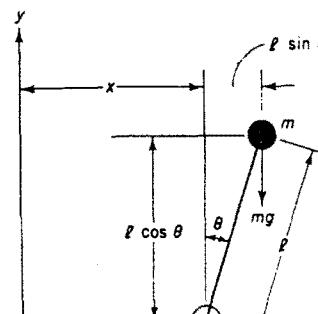


그림 1 도립진자 시스템

2. 도립진자

도립진자 시스템의 수학적 모델을 구하면 다음과 같이 표현될 수 있다. 막대와 수직선상이 이루는 각을 θ 라고 하자 (도립진자는 수직을 유지해야 하기 때문에, 각도 θ 는 작다고 가정한다).

진자의 무게중심의 (x, y) 좌표를 (x_G, y_G) 라고 하면

$$\begin{aligned} x_G &= x + l \sin \theta \\ y_G &= l \cos \theta \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 l 은 회전 중심으로부터 진자 중심까지의 거리이다. x 방향의 운동에 대하여 Newton의 제2법칙을 적용하면

$$(M+m)\ddot{x} - mlsin\theta\dot{\theta}^2 + mlcos\theta\ddot{\theta} = u \quad (2)$$

M [kg] : 대차의 질량

m [kg] : 진자의 질량

u [v] : 수레에 작용하는 힘

l [m] : 회전 중심으로부터 진자 중심까지의 거리

g [m/s²] : 중력 가속도

y 방향에서의 질량 m 의 운동방정식은 x 방향의 운동을 고려하지 않고는 구할 수 없다. 그러므로 y 방향에서 질량 m 의 운동을 고려하는 대신 절 p주위에서 질량 m 의 회전 운동을 고려한다.

Newton의 제2법칙을 회전 운동에 적용하면

$$m\ddot{x}\cos\theta + m\ell\ddot{\theta} = mg\sin\theta \quad (3)$$

식(3)은 분명히 비선형 미분방정식이다. 도립진자는 수직을 유지 해야하기 때문에 $\dot{\theta}$ 와 θ 를 작은 값으로 가정하면 $\sin\theta \approx \theta$, $\cos\theta \approx 1$, $\theta\dot{\theta}^2 \approx 0$ 이다. 그러면 식(2)와 (3)는 다음과 같이 선형화 될 수 있다.

$$(M+m)\ddot{x} = u - m\ell\ddot{\theta} \quad (4)$$

$$m\ddot{x} + m\ell\ddot{\theta} = mg\theta \quad (5)$$

선형화된 시스템 방정식 (4)와 (5)는 다음과 같이 수정될 수 있다.

$$M\ell\ddot{\theta} = (M+m)g\theta - u \quad (6)$$

$$M\ddot{x} = u - mg\theta \quad (7)$$

식(6)은 식(4)와 식(5)로 부터 \dot{x} 을 소거함으로써 얻어진 식이고, 식(7)은 식(4)와 식(5)로 부터 $\dot{\theta}$ 을 소거함으로써 얻어진다.

상태변수 x_1, x_2, x_3, x_4 를 다음과 같이 정의한다.

$$x_1 = \theta, \quad x_2 = \dot{\theta}, \quad x_3 = x, \quad x_4 = \dot{x}$$

식(6)과 (7)을 행렬식으로 표현하면.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{M+m}{M\ell}g & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{m}{M}g & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{M\ell} \\ 0 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix} u \quad (8)$$

식(8)은 도립진자의 시스템의 상태공간 표현식이다 [3].

3. 퍼지 제어기

본 논문에서 사용된 퍼지 모델에서 지식의 표현은 Takagi-Sugeno(TS)에 의해서 제안된 모델을 사용하였다. T.S.모델은 규칙의 후건부가 입력변수의 선형회귀 함수로 구성되어 있으며, 일반적으로 사용되고 있는 Mamdani법의 단점(많은 규칙을 필요로 한다.)을 보완해 줄 수 있다. 이러한 이유로 TS 퍼지 모델의 사용하였다.

TS 퍼지 모델의 i번째 규칙은 다음과 같이 표현된다.

R^i : If z_1 is A_1^i , ..., and z_m is A_m^i ,

$$y^i = a_0^i + a_1^i z_1 + \dots + a_m^i z_m \quad (9)$$

여기에서 A_j^i 는 퍼지 집합이고, a_j^i 는 조정되는 후건부 파라미터이며, y^i 는 i번째 규칙의 출력이다.

T.S. 퍼지 모델의 전체 출력은 정규화된 형태로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y = \frac{\sum_{i=1}^n h^i y^i}{\sum_{i=1}^n h^i} \quad (10)$$

여기에서 h^i 는 입력에 대한 i번째 규칙의 전건부 발화강도를 의미하며 다음과 같이 계산된다.

$$h^i = \mu_1^i(z_1) \wedge \dots \wedge \mu_m^i(z_m) \quad (11)$$

여기에서 입력변수에 대한 멤버쉽 함수는 가우시안 함수를 사용하며, i 번째 규칙의 j번째 멤버쉽 함수 값은 다음과 같다.

$$\mu_j^i(z_j) = \exp\left(-\frac{(z_j - c_j^i)^2}{(\sigma_j^i)^2}\right) \quad (12)$$

식 (12)는 몇 가지 전제조건하에서 Hunt 등[6]이 규명한 TS 퍼지 모델과 GRBF 신경회로망과의 등가성을 적용하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$h^i = \prod_{j=1}^m \mu_j^i(z_j) \quad (13)$$

4. 퍼지 제어기 구성

4.1 모델 구조 학습

순차적으로 입력되는 훈련 데이터의 신규성을 검출하여 퍼지 규칙을 생성하게 된다. 퍼지 규칙 생성을 위해서 훈련 데이터쌍((z, y^d))이 주어지는데 z 는 다음과 같이 정할 수 있다.

$$z = [z_1 \ z_2 \ \dots \ z_m]^T \quad (14)$$

아래의 두 가지 조건을 만족하는 경우에 새로운 규칙이 생성된다.

조건 1) :

$$\|z - c\| > s \quad (15)$$

조건 2) :

$$\gamma_h > h^i \quad (16)$$

여기서 c 는 입력공간에서 z 와 가장 가까운 규칙의 중심이고 c 는 $[c_1 \ c_2 \ \dots \ c_m]^T$ 이다. s 은 최대값 s_{\max} 로 부터 시작하여 s_{\min} 에 도달할 때까지 감쇄한다.

$$s = \max[s_{\max} \lambda^n, s_{\min}] \quad (17)$$

여기서 $\lambda(0 < \lambda < 1)$ 는 감쇄 상수이다.

조건 2 에서는 사용되는 문턱값 r_h 는 전건부 멤버쉽 함수의 발화강도를 판별하는 기준이다.

현재 퍼지 모델이 k 개의 규칙을 갖고 있다면 새로이 생성되는 $k+1$ 번째 퍼지 규칙에 대한 전건부의 멤버쉽 함수와 후건부의 파라미터들은 다음과 같이 초기화된다.

$$\begin{aligned} c_j^{k+1} &= z_j \\ \sigma_j^{k+1} &= x(z_j - c_j) \quad (j=1, 2, \dots, m) \\ a_j^{k+1} &= \begin{cases} e, & \text{when } j=0 \\ 0, & \text{Otherwise} \end{cases} \end{aligned} \quad (18)$$

여기에서 c_j^{k+1} 은 함수의 중심, σ_j^{k+1} 은 전건부의 맴버십 함수의 폭, a_j^{k+1} 은 후건부 선형 파라미터, x 는 입력공간에서 규칙들의 중첩을 결정하는 요소이고, $e = y^d - y$ 로 목표치와 퍼지 모델 출력간의 오차이다.

4.2 파라미터 학습

퍼지 모델의 파라미터는 다음과 같이 정의되는 오차 함수 E 를 최소화하기 위해 개선된다.

$$E = \frac{1}{2} [y^d(t) - y(t)]^2 \quad (19)$$

i 번째 규칙에 대한 전건부 맴버십 함수의 중심 및 폭 벡터, 그리고 후건부 선형 모델의 파라미터 벡터를 $w^i = [c_1^i c_2^i \dots c_m^i] [o_1^i o_2^i \dots o_m^i] a_0^i]^T$ 라 하면, 파라미터 학습은 LMS 규칙에 의해서 다음과 같이 계산된다.

$$w^i(t+1) = w^i(t) + \eta \Delta w^i(t) = w^i(t) - \eta \frac{\partial E(t)}{\partial w^i(t)} \quad (20)$$

여기에서 η 은 학습계수이다.

5. 시뮬레이션 결과 및 검토

제어기로 도립진자의 시뮬레이션을 한 후 퍼지 제어기와 신경회로망을 이용한 자동구축 퍼지 제어기와 성능을 비교하였다.

시뮬레이션에서 사용된 파라미터들은 $s_{\max} = 0.2$, $s_{\min} = 0.013$, $r_{th} = 0.5$, $\lambda = 0.977$, $x = 0.87$ 이며 파라미터 학습을 위해서 사용된 학습률은 $\eta = 0.02$ 로 했다.

입출력 값의 범위는 θ 는 $-30(\text{deg})$ 에서 $30(\text{deg})$, $\dot{\theta}$ 는 $-240(\text{deg/sec})$ 에서 $240(\text{deg/sec})$, 입력 토크는 $-24[\text{N}] \sim 24[\text{N}]$ 인 값을 사용하였다.

[실험 I] 도립진자의 무게, 길이, 수레 무게 값이 각각 $0.112[\text{kg}]$, 0.255m , $0.886[\text{kg}]$ 인 경우 수직 상태로 복원의 응답 시간.

제어 방식	응답 시간
퍼지 제어(단, GA없음)	6.5[sec]
적응 퍼지 추론기법에 의한 퍼지 제어[7]	2.1[sec]
제안한 알고리즘	1.77[sec]

표 1. 운송차의 초기 위치 $-0.4 [\text{m}]$
진자의 초기 각도 $-0.2 [\text{rad}]$

[실험 II] 도립진자의 무게, 길이, 수레 무게 값이 각각 $0.1[\text{kg}]$, 0.5m , $1[\text{kg}]$ 인 경우 수직 상태로 복원의 응답 시간.

제어 방식	응답 시간
퍼지제어(단, GA없음)	5.5[sec]
진화 전략[8]	4 [sec]
제안한 알고리즘	1.73 [sec]

표 2. 운송차의 초기 위치 $0.5[\text{m}]$
진자의 초기 각도 6°

6. 결 론

본 논문에서는 제안하는 알고리즘을 사용하여 비선형 시스템 제어에 많이 사용이 되는 퍼지 제어의 맴버십 함수와 제어 규칙을 최적화 하였다. 기존의 퍼지시스템에서는 인간의 경험 등으로 결정되는 것을 제안하는 알고리즘에 의해 자동 동조하였고, 시뮬레이션을 통해 도립진자에 적용하였다. 타 제어방식과 비교하여 제안된 제어기의 우수성을 보여주었다.

(참 고 문 헌)

- [1] G. V. S. Raju and Jun Zhou, "Adaptive Hierarchical Fuzzy Controller," *IEEE Trans. on SMC*, Vol. 23, No. 4, July 1994.
- [2] B. M. Chung and J. H. Oh, "Auto-tuning Method of Membership Function in a Fuzzy Learning Controller," *Journal of Intelligent and Fuzzy System*, Vol. 1, 1994.
- [3] M. Sugeno and T. Yaskawa, "A Fuzzy-Logic-Based Approach to Qualitative Modeling," *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, Vol. 1, No. 1, pp. 7-31, 1993.
- [4] L. Wang and R. Langari, "Complex Systems Modeling via Fuzzy Logic," *IEEE Trans. on SMC*, Vol. 26, No. 1, pp. 100-106, 1996.
- [5] W. Pedrycz and J.V. de Oliveira, "Optimization of Fuzzy Models," *IEEE Trans. on SMC*, Vol. 26, No. 4, pp. 627-636, 1996.
- [6] K. J. Hunt, R. Haas, and R. Murray-Smith, "Expanding the Functional Equivalence of Radial Basis Function Networks and Fuzzy Inference Systems," *IEEE Trans. on Neural Networks*, Vol. 7, No. 3, pp. 776-781, 1996.
- [7] 전부찬, "적용 퍼지 추론기법에 의한 도립진자의 안정화 제어", 한국자동제어학회 논문집, pp. 207-210, 1997.
- [8] 이동우, "진화전략을 이용한 도립진자의 안정화 및 위치제어", 한국 퍼지 및 지능 시스템학회 논문집, Vol. 6, No. 4, pp. 71-80, 1996.