

## 퍼지추론규칙과 PNN 구조를 융합한 FPNN 알고리즘

박호성, 박병준, 안태천, 오성권  
원광대학교 전기전자공학부, 전라북도 익산시 신흥동 344-2 ☎570-749

### The FPNN Algorithm combined with fuzzy inference rules and PNN structure

Hosung Park, Byoungjun Park, Taechon Ahn, Sungkwan Oh  
Division of Electrical & Electronic Engineering, Wonkwang Univ., Iksan, KOREA

**Abstract** - In this paper, the FPNN(Fuzzy Polynomial Neural Networks) algorithm with multi-layer fuzzy inference structure is proposed for the model identification of a complex nonlinear system. The FPNN structure is generated from the mutual combination of PNN(Polynomial Neural Network) structure and fuzzy inference method. The PNN extended from the GMDH(Group Method of Data Handling) uses several types of polynomials such as linear, quadratic and modified quadratic besides the biquadratic polynomial used in the GMDH. In the fuzzy inference method, simplified and regression polynomial inference method which is based on the consequence of fuzzy rule expressed with a polynomial such as linear, quadratic and modified quadratic equation are used. Each node of the FPNN is defined as a fuzzy rule and its structure is a kind of fuzzy-neural networks. Gas furnace data used to evaluate the performance of our proposed model.

### 1. 서 론

최근에, 많은 연구자들은 다양한 방법으로 시스템 모델링에 많은 관심을 가지고 있다. 그러나 비선형 실 시스템의 동적 분석을 표현하는데 있어서의 수학적 모델들은 많은 입-출력 변수들 사이에서 모델을 구축하는 변수들과 모델 구조의 선택에 많은 문제를 가지고 있다.

이러한 문제를 풀기 위해, A. G. Ivakhnenko[1]는 GMDH(Group Method of Data Handling) 알고리즘을 소개하였으며, GMDH는 PNN(Polynomial Neural Network) 모델을 구축하는데 있어서 모델링 방법의 기본 원칙으로 사용되었다[12].

퍼지 추론 방법을 이용한 모델링과 예측은 동정 방법에 따라 많은 연구가 수행되어 왔다. 언어적 접근방식에서 Tong은 논리적 조사 방법에 의해 가스로 공정을 동정하였고[2], B. Li 등은 이 방법의 수정으로 더 좋은 결과를 얻는 방법[3]과 결정 테이블에 기초한 자기 학습 알고리즘을 제안하였다. Pedrycz는 언어적 모델링에서 기준 퍼지 집합 개념에 의해 해석하였다[4]. 퍼지 관계 방정식에 기초한 접근 방식에서, Pedrycz는 퍼지 관계 방정식에 의해 새로운 합성규칙인 기준 퍼지 집합과 Zadeh의 제한적 가능성 분포의 개념에 기초해서 동정하였다[5]. GMDH 방법을 이용한 Hideo Tanaka 등은[6,7] 확신도 인자를 가진 퍼지 후반부 추론 규칙을 구성하기 때문에 좋은 특성을 얻지 못했다.

본 논문에서, FPNN(Fuzzy Polynomial Neural Network) 알고리즘은 GMDH를 기반으로 한 PNN과 퍼지 추론 방법을 융합하여, 퍼지 모델의 구조와 파라미터의 평가를 제안한다. 퍼지 추론 방법으로는 간략 및

회귀다항식 추론 방법을 이용한다. Box와 Jenkins의 가스로 데이터를 이용하여 제안된 모델의 타당성과 정확성을 시뮬레이션을 통해 확인한다.

### 2. 본 론

#### 2.1 PNN 알고리즘

입출력 데이터  $(x_i, y) = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}, y), i=1, 2, \dots, N$ 까지 주어져 있다. GMDH의 데이터의 입출력 관계가 다음에 의한 종속관계  $f$ 를 만족한다고 하면,

$$y = f(x_1, \dots, x_n) \quad (1)$$

관계  $f$ 의 추정 모델  $\hat{f}$ 를 다항식으로 판정하고, 출력  $y$ 의 추정치  $\hat{y}$ 는 다음의 관계

$$\begin{aligned} \hat{y} = \hat{f}(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_0 + \sum_{k_1} c_{k_1} x_{k_1} \\ + \sum_{k_1, k_2} c_{k_1 k_2} x_{k_1} x_{k_2} + \sum_{k_1, k_2, k_3} c_{k_1 k_2 k_3} x_{k_1} x_{k_2} x_{k_3} + \dots \end{aligned} \quad (2)$$

으로 표시된다. 단,  $c_k$ 는 계수이다.

구체적으로, 다음 알고리즘의 절차에 의해 계산된다.

[단계 1] 출력변수  $y$ 에 관계하는  $m$ 개의 입력변수를 설정한다. 이 변수를  $x_1, x_2, \dots, x_m$ 라 하자.

[단계 2] 출력  $y$ 와  $m$ 개의 입력변수들과의 상관계수가 큰  $n$ 개 ( $n \leq m$ )를 선택하여 모델에 사용되는 입력 변수 ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ )로 한다.

[단계 3]  $n$ 개의 입력변수  $x_1, x_2, \dots, x_n$  중에서 노드의 입력변수를 선택하고, 여러 가지 형태의 부분표현식을 구성한다. 예를 들어, 2변수 2차식인 경우 두 개의 입력변수  $x_p, x_q$ 을 선택하고 부분표현식은 다음과 같다.

$$z_k = c_0 + c_1 x_p + c_2 x_p^2 + c_3 x_p^3 + c_4 x_p^4 + c_5 x_p x_q \quad (3)$$

여기서,  $k=1, 2, \dots, \frac{n!}{(n-2)!2!}$ 이고,  $c_0, c_1, \dots, c_5$ 는 계수이다.  $z_k$ 를 중간변수라 한다.  $k$  즉, 조합의 수는

$\frac{n!}{(n-r)!r!}$ 과 같이 정의된다( $n$ 은 전체 입력변수의 수,  $r$ 은 선택된 입력변수의 수). 식 (3) 대신에, 사용할 수 있는 다항식은 표 1에 나열하였다..

표 1. 1, 2, 3차 회귀 다항식의 구조

차수 \ 입력수	1	2	3
1	linear	bilinear	trilinear
2	quadratic	biquadratic	triquadratic
3	cubic	bicubic	tricubic

[단계 4] 선형 회귀분석에는 학습 데이터를 사용하고 식 (4)을 최소화하는 계수들을 구한다.

$$E = \frac{1}{N_i} \sum_{i=1}^N (y_i - z_k)^2 \quad (4)$$

[단계 5] 계수들을 추정한 식 (3)의 부분 표현식에 평가치용 데이터를 대입하고, 평가치 데이터에 대한 식

(4)의 2승 오차치  $E$ 를 계산한다. 얻어진  $\frac{n!}{(n-2)!2!}$

개의  $E_1, E_2, \dots, E_{\frac{n!}{(n-2)!2!}}$ 에 대해서, 원래 평가치용 데이터를 대입하기 전, 값이 작은  $W$ 개를 선택하고 값이 작은 순으로 나란히 교체하여  $E_1, E_2, \dots, E_W$ 로 한다. 나

머지  $\frac{n!}{(n-2)!2!} - W$ 개의 모델은 버린다.

[단계 6] [단계 5]에서 얻어진  $E_1$ 이 다음의 부등식을 만족하는 경우에 알고리즘을 종료한다.

$$E_1 \geq E_* \quad (5)$$

단,  $E_*$ 는 전 총의 2승 오차치  $E_1$ 이다.

[단계 7] 식 (5)을 만족하지 않는 경우,  $x_{1i} = z_{1i}$ ,  $x_{2i} = z_{2i}, \dots, x_{Wi} = z_{Wi}$ 으로서 새로운 입력력 데이터를 구성하고, [단계 3]으로 간다. 이 후, [단계 3]부터 [단계 7]까지를 되풀이한다. 알고리즘이 종료할 경우, 2승 오차치  $E_*$ 을 얻고 식 (3)의 부분 표현식에 전 총의 중간 변수를 대입한다. 동일한 조작을 제 1층까지 반복하고, 최종 추정 모델  $f$ 를 얻는다.

## 2.2 FPNN 구조와 알고리즘

본 논문에서 제안한 FPNN 알고리즘은 퍼지 추론 규칙과 PNN 알고리즘을 융합한 구조에 의해 생성된다. 퍼지 추론 방법에서는 간략 및 1차, 2차 및 변형된 2차 방정식과 같은 다항식을 가진 회귀다항식 추론 방법이 이용된다. 두 가지의 추론 방법에는 삼각형 형태와 가우시안 형태의 멤버쉽 함수를 사용한다.

### 2.2.1 FPNN 알고리즘

후반부가 단일의 상수항만을 갖는 추론법을 간략 추론법이라 한다. 이 모델은 식 (6)과 같은 형태를 갖는 구현 규칙들로 구성되며, 추론된 값  $y^*$ 은 식 (7)과 같다.

$R^n \text{ IF } x_1 \text{ is } A_{n1} \text{ and } \dots \text{ and } x_k \text{ is } A_{nk} \text{ Then } a_m$  (6)

$$y^* = \frac{\sum_{j=1}^n w_{ji} y_j}{\sum_{j=1}^n w_{ji}} = \frac{\sum_{j=1}^n w_{ji} a_m}{\sum_{j=1}^n w_{ji}} \quad (7)$$

최적의 후반부 파라미터는 PI(Performance Index)를 최소화하는 것으로 결정할 수 있으며 식 (4)와 같다. 후반부 파라미터의 동정은 최소자승법(Least square method)에 의해 다음 식으로 구해진다.

$$\hat{a} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (8)$$

후반부가 표 1과 같이 다항식 형태인 회귀 다항식의 퍼지 모델은 식 (9)와 같은 형태를 가지는 구현 규칙들로 구성되며, 추론된 값  $y^*$ 은 식 (10)과 같다.

$R^n \text{ IF } x_1 \text{ is } A_{n1} \text{ and } \dots \text{ and } x_k \text{ is } A_{nk} \text{ Then } y = f_n(x_1, \dots, x_k) \quad (9)$

$$y^* = \frac{\sum_{j=1}^n w_{ji} y_j}{\sum_{j=1}^n w_{ji}} = \frac{\sum_{j=1}^n w_{ji} (a_{j0} + a_{j1} x_1 + \dots + a_{jk} x_k)}{\sum_{j=1}^n w_{ji}} \quad (10)$$

여기서,  $a_{jl}(j=1, \dots, n; l=0, \dots, k)$ 는 후반부 파라미터이다. 후반부 파라미터는 최소자승법에 의한 최소값으로 식 (8)으로부터 구해진다.

### 2.2.2 FPNN 구조

본 논문에서 제안한 FPNN 구조는 GMDH 알고리즘을 기초로 계층의 부분 표현식을 퍼지 규칙으로 구성하여 수 세대를 걸쳐 추정모델을 얻는 구조이다. 다시 말하면, PNN 모델구조에 퍼지 추론 이론을 추가함으로써 생성되는 구조이다. 그림 1은 FPNN 모델의 구조이다. FPNN 구조는 각 노드의 퍼지 규칙 전·후반구조에 따라 동일 입력변수의 수를 가지는 구조와 서로 다른 입력변수의 수를 가지는 구조로 구분된다.

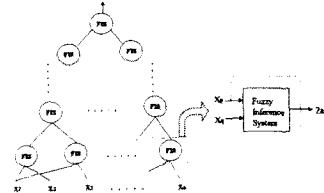


그림 1. FPNN 모델의 구조

## 3. 시뮬레이션

본 논문에서 제안한 FPNN 알고리즘의 타당성 및 유용성을 평가하기 위해 Box와 Jenkins의 가스로 시계열 입력력 데이터를 사용하여 가스로의 연소된 이산화탄소의 농도를 모델링 한다. 모델링을 하기 위한 입력 변수는  $u(t-3), u(t-2), u(t-1), y(t-3), y(t-2), y(t-1)$ 이고, 출력 변수는  $y(t)$ 이다. 여기서  $u(t)$ 는 가스 흐름을이고  $y(t)$ 는 연소된 이산화탄소의 농도이다.

1층 노드의 수는  $\frac{n!}{(n-r)!r!}$ 이며, 2층부터 최종 출력층까지 각 층 노드의 수는 30개로 제한한다.

FPNN 알고리즘을 실행시켜 본 결과 가우시안 형태보다는 삼각형 형태에서 결과값이 우수해서 삼각형 형태의 결과값들만 나열하였다. 동일 입력변수의 수를 가지는 경우 표 2와 같은 구조로 나누어 결과를 나타낼 수 있다. 표 2-(a)와 표 2-(b)의 결과를 비교해 보면, 동일 차수의 경우보다 다른 차수 및 변형된 형태에서 E.PI가 우수한 결과를 보이고 있다. 동일 차수의 경우 상수형 구조 즉, Type 1을 사용할 때 가장 좋은 값이 나오며, 서로 다른 차수 및 변형된 형태에서 FPNN은 선형 구조에서 복잡한 구조로 갈 때 좋은 값을 얻는다.

표 2. 동일 입력변수(2입력)의 수를 가지는 경우

(a) 동일 차수를 가지는 경우( $2 \times 2$ )

Type	FPNN		PNN	
	PI	E.PI	PI	E.PI
Type 1	0.021	0.110	0.023	0.104
Type 2	0.021	0.121	0.016	0.086
Type 3	0.019	0.451	0.022	0.101
Type 4	0.016	0.123		

(b) 서로 다른 차수 및 변형된 형태의 차수를 가지는 경우( $2 \times 2$ )

Type	FPNN	
	PI	E.PI
Type2->Type1	0.021	0.122
Type3->Type1	0.051	0.117
Type4->Type1	0.032	0.117
Type3->Type2	0.022	0.139
Type4->Type2	0.024	0.124
Type1->Type3	0.016	0.138
Type2->Type4	0.018	0.119

서로 다른 입력변수의 수를 가지는 경우에서는 2입력과 3입력을 상호 결합한 모델을 사용하였다. 이 구조는 표 3과 같이 나누어 결과를 나타낼 수 있다. 표 3-(a)와 표 3-(b)의 결과를 비교하면, 3입력에서 2입력으로 갈 때 동일 차수의 경우 선형의 구조에서, 서로 다른 차수 및 변형된 형태의 경우에 후반부 구조가 복잡한 형태에서 좋은 결과를 얻을 수 있으며, 반대로 2입력에서 3입력으로 변할 때 동일 차수의 경우 상수항 구조에서, 서로 다른 차수 및 변형된 형태의 경우 역시 후반부 구조가 상수항 구조에서 좋은 결과를 얻을 수 있다.

표 3. 서로 다른 입력변수의 수를 가지는 경우  
(a) 동일 차수를 가지는 경우

Type	3입력( $2 \times 2 \times 2$ )		2입력( $3 \times 2$ ) ->	
	-> 2입력( $3 \times 2$ )	3입력( $2 \times 2 \times 2$ )	PI	E_PI
Type 1	0.031	0.104	0.021	0.108
Type 2	0.014	0.120		
Type 4	0.010	0.184	0.020	0.372

(b) 서로 다른 차수 및 변형된 형태의 차수를 가지는 경우

Type	3입력( $2 \times 2 \times 2$ ) ->		2입력( $2 \times 2$ ) ->	
	2입력( $2 \times 2$ )	3입력( $2 \times 2 \times 2$ )	PI	E_PI
Ty2->Ty1	0.025	0.118	0.020	0.112
Ty4->Ty1	0.021	0.142	0.020	0.107
Ty4->Ty2	0.012	0.169	0.015	0.148
Ty1->Ty4	0.022	0.100	0.014	0.122
Ty2->Ty4	0.014	0.136		

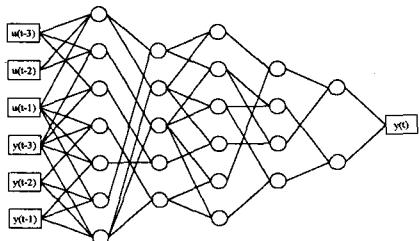


그림 2. 표 3-(b)에서 3입력에서 2입력으로 "Type1->Type4"의 모델 구조

본 논문에서는 FPNN모델로 표 3-(b)의 3입력에서 2입력으로 Type1->Type4를 선택하였으며, 이때 PI는 0.022, E\_PI는 0.100이다.

기존의 모델과 본 논문에서 제시한 FPNN 모델과의 성능비교를 표 4에 보였다. 이 표에서 보여주듯이 제안된 모델은 기존의 모델들에 비해 우수한 성능을 가진다.

표 4. 기존의 퍼지모델과 동정오차비교

모델	평가 지수(PI)
Tong's model[2]	0.469
Pedrycz's model[4]	0.320
Xu's model[10]	0.328
Sugeno's model[8]	0.355
Oh's model[11]	0.098
Sugeno's model[9]	0.068
퍼지 GMDH[12]	0.062
FPNN(our model)	0.007

#### 4. 결 론

본 논문에서는 데이터가 적고 비선형 요소가 많은 시스템의 수학적 모델을 얻기 위해 GMDH 알고리즘을 확장한 PNN 알고리즘에 퍼지 규칙의 후반부가 다항식 형태인 간략 퍼지 추론, 선형 퍼지 추론 및 Biquadratic 퍼지 추론법을 융합하여 신경회로망 구조를 가진 FPNN 모델 구조를 제안했다. 학습 및 테스트 데이터의 적절한 성능을 조절하여 모델의 근사화와 일반화사이에 적절한 방향을 제시하였으며 기존의 GMDH를 확장한 PNN 모델보다 FPNN 모델이 더 우수한 특성을 갖는다는 것을 알 수 있었다. 따라서, FPNN 구조는 매우 정밀한 예측 성능을 가지고 있어서 비선형 모델링을 위한 다변수 입출력 지능형 모델구조를 설계하는데도 활용될 수 있을 것이다.

#### 감사의 글

이 논문은 1998년 한국학술진흥재단의 공모과제 연구비에 의하여 연구되었습니다.

#### (참 고 문 헌)

- [1] A. G. Ivahnenko, "The group method of data handling: a rival of method of stochastic approximation", *Soviet Automatic Control*, 1-3, pp.43-55, 1968.
- [2] R. M. Tong, "The evaluation of fuzzy models derived from experimental data", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 13, pp.1-12, 1980.
- [3] C. W. Xu, "Fuzzy system identification", *IEEE Proceeding* Vol. 126, No. 4, pp.146-150, 1989.
- [4] W. Pedrycz, "An identification algorithm in relational system", *Fuzzy Sets Syst.*, Vol.13, pp.153-167, 1984.
- [5] W. Pedrycz, "Numerical and application aspects of fuzzy relational equations", *Fuzzy Sets Syst.*, Vol. 1, pp.1-18, 1983.
- [6] I. Hayashi and H. Tanaka, "The Fuzzy GMDH algorithm by possibility models and its application", *Fuzzy Sets and Systems*, 36, pp.245-258, 1990.
- [7] Hideo Tanaka, Katsunori and Hisao Ishibuchi, "GMDH by If-Then Rules with Certainty Factors", *Fuzzy Sets and Systems*, 36, pp.245-258, 1990.
- [8] M. Sugeno and T. Yasukawa, "Linguistic Modeling Based on Numerical Date", *IFSA'91 Brussels, Computer, Management & Systems Science*, pp.264-267, 1991.
- [9] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control", *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, Vol. 1, No. 1, pp.7-31, 1993
- [10] C. W. Xu, and Y. Zailu, "Fuzzy model identification self-learning for dynamic system", *IEEE Trans. on Syst. Man, Cybern.*, Vol.SMC-17, No.4, pp.683-689, 1987.
- [11] 오성권, 우방광, "퍼지추론 방법에 의한 퍼지동정과 하수처리공정시스템 응용", 대한 전자공학회 논문집 제 31권 B편 제 6호, pp.43-52, 1994년 6월.
- [12] 오성권, 노석범, 황 형수, "퍼지 GMDH 모델과 하수처리공정에의 응용", 한국 퍼지 및 지능 시스템 학회 추계 학술대회 논문집 제 5권 제 2호, pp.153-158, 1995년 11월.
- [13] 오성권, "퍼지모델 및 제어이론과 프로그램", 기다리출판사, 1999년 3월.