

자유표면을 포함한 선체주위 난류유동 해석 코드 개발

Code Development for Computation of Turbulent Flow
around a Ship Model with Free-Surface

김 정중¹⁾, 김 형태²⁾, 반 석호³⁾

J.J. Kim, H.T. Kim, S.H. Van

A computer code has been developed for the computation of the viscous flow around a ship model with the free surface. In this code, the incompressible Reynolds-averaged Navier-Stokes equations are solved numerically by a finite difference method which employs second-order finite differences for the spatial discretization and a four-stage Runge-Kutta scheme for the temporal integration of the governing equations. For the turbulence closure, a modified version of the Baldwin-Lomax model is exploited. The location of the free surface is determined by solving the equation of the kinematic free-surface condition using the Lax-Wendroff scheme and the boundary-fitted grid is generated at each time step so that one of the grid surfaces always coincides with the free surface. An inviscid approximation of the dynamic free-surface boundary condition is applied as the boundary conditions for the velocity and pressure on the free surface. To validate the computational method and the computer code developed in the present study, the numerical computations are carried out for both Wigley parabolic hull and Series 60 $C_B=0.6$ ship model and the computational results are compared with the experimental data.

1. 서론

일정한 속도로 운항하고 있는 선박에 의해서 수면에 발생하는 조파 현상을 포함한 선체 주위의 유동해석은 선박유체역학 분야의 중요한 연구과제이다. 전통적으로 선박의 조파 현상은 포텐셜 유동 이론에 의해서 해석해 왔으며, 점성유동의 해석은 대부분 자유표면의 영향을 무시한 이중모형 유동에 대해 수행되어 왔다. 최근 들어 전산유체역학(CFD)의 발전에 힘입어서 자유표면을 포함한 선체 주위의 점성유동을 수치 해석하려는 시도가 국내외에서 활발히 이루어져 왔다. Miyata와 Nishimura[1]는 MAC 방법[2]을 확장해서 자유표면을 포함한 선체 주위 점성유동을 계산하는 유한 차분법을 개발했으며 이후 경제적합격자와 subgrid-scale(SGS) 난류모형을 도입해서 수치해석 방법을 더 발전시켰다[3]. Hino[4]는 Reynolds-Averaged Navier-Stokes(RANS) 방정식을 사용해서 자유표면을 포함한 선체주위 난류유동을 계산하는 유한 차분법을 개발한 바 있으며 자유표면은 irregular star 법[5]에 의해서 처리하였다. 한편, 1994년 동경에서 개최된 CFD Workshop Tokyo 1994[6]에서는 Series 60 $C_B=0.6$ 선형을 대상으로 조파 현상이 포함된 난류 유동장에 대한 다수의 계산 결과들과 Toda 등[7]의 실험 결과를 함께 비교하였는데, 대부분의 계산이 선체표면 압력분포 및 선측 파형은 비교적 근사하게 모사하고 있으나 선미부 단면에서의 속도분포와 선체로부터 떨어진 바깥쪽의 파문을 제대로 모사하지 못하였다. 이 Workshop은 이 분야의 현주소와 발전 가능성을 잘 보여 주었다. Hino[8]는 Series 60 $C_B=0.6$ 선형에 대한 계산을 수행해서 조밀한 격자를 사용하면 선체에서 떨어진 곳의 파고 분포를 더 정확히 계산할 수 있음을 보였다. Tahara와 Stern[9]은 1994년의 Workshop에 발표했던 계산 결과를 실험 결과와 자세히 비교·검토하였다. 계산된 선체 부근의 압력분포와 파형 등은 실험과 비교적 잘 일치하고 있으나 주어진 단면에서의 속도분포와 선체로부터 떨어진 곳의 파형은 실험과 차이를 나타내었다. 한편, 이들은 자유표면의 위치를 계산하기 위해서 별도의 격자계를 도입하고 선체 주위 유동장의 계산에 사용한 격자계와 필요한 정보를 보간법을 사용해서 상호 교환하는 기법을 사용하였다.

본 연구는 조파 현상을 포함한 선체 주위의 난류유동을 정도 높고 신뢰성 있게 계산할 수 있는

1) 충남대학교 공과대학 선박해양공학과 대학원(305-764, 대전광역시 유성구 궁동 220, Tel: 042-821-6629)

2) 충남대학교 공과대학 선박해양공학과 (305-764, 대전광역시 유성구 궁동 220, Tel: 042-821-6629)

3) 선박해양공학연구센터, (305-606, 대전광역시 유성구 장동 171, Tel: 868-7242)

전산조직을 개발하려는 노력의 일환으로 수행되었다. 본 논문에서는 현재까지 개발된 전산조직을 사용해서 비교적 실험자료가 풍부한 Wigley 및 Series 60 $C_b=0.6$ 선형에 대해 수치계산을 수행하고, 얻어진 계산결과를 실험자료와 자세히 비교함으로써 개발된 전산조직을 검증하였으며, 전산조직에 사용된 수치해석법을 평가함으로써 앞으로 이를 개선하는데 필요한 정보를 얻고자 하였다.

2. 지배방정식

본 연구에서는 수면에서의 조파 현상을 포함한 선체 주위의 유동에 대한 지배 방정식으로서 RANS 방정식을 사용하였다. Fig. 1과 같이 직교 좌표계를 택하고 Cartesian tensor를 사용해서 지배방정식을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial u_k}{\partial x_k} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left(p + \frac{z}{Fn^2} \right) + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[-\overline{u_i' u_j'} \right] \quad (2)$$

위 식에서는 summation convention을 사용하였고 $x_i = (x, y, z)$, $u_i = (u, v, w)$, 그리고 $-\overline{u_i' u_j'}$ 는 레이놀즈 응력을 표시한다. 이 방정식의 모든 항들은 배의 길이 L , 선속 V_s 그리고 유체의 밀도 ρ 및 점성계수 μ 를 사용해서 무차원화 하였고 $F_r = V_s / \sqrt{gL}$ 과 $Re = V_s L / \nu$ 는 각각 Froude 수와 Reynolds수 그리고 g 와 ν 는 각각 중력가속도와 유체의 동점성 계수이다. 레이놀즈 응력은 Boussinesq의 가정에 근거한 등방성 와점성 모형을 사용해서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$-\overline{u_i' u_j'} = \nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \quad (3)$$

여기서 δ_{ij} 는 Kronecker delta 이고 k 는 난류 운동 에너지이다.

(3)의 관계식을 사용해서 운동량방정식 (2) 를 다시 정리해서 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_i} (P) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\nu_e \tau_{ij}) \quad (4)$$

여기서, $\nu_e = 1/Re + \nu_t$, $P = p + \frac{\gamma}{Fr^2} + \frac{2}{3} k$, $\tau_{ij} = \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$ 이다.

본 연구에서는 Baldwin-Lomax 난류모형을 선미유동 계산을 위해서 수정한 모형[10]을 사용해서 와점성 계수 ν 를 결정하였다. 이제, 수치계산이 용이하도록 직교 좌표계 (x, y, z) 에서 정의한 선체 주위의 물리적 유동 영역에 대한 지배방정식 (1)과 (4)를 속도 성분은 그대로 유지하고 일반 좌표계 (ξ, η, ζ) 로 변환하면 Fig. 1에 보인 정방형의 계산공간에 대해 좌표 변환된 지배 방정식을 얻을 수 있다. 본 연구에서는 반복계산의 매 단계마다 해의 일부로서 결정되는 자유표면에 맞추어 경계적합격자(boundary fitted grid)를 새로 생성하였으며 좌표 변환에 소위 '격자속도'를 고려하는 방법을 사용하였다. 이와 같이 계산공간으로 좌표 변환된 지배방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$J \frac{\partial}{\partial \xi^k} \left(\frac{U^k}{J} \right) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + U^k \frac{\partial u_i}{\partial \xi^k} + \xi^k_{x_i} \frac{\partial}{\partial \xi^k} P - J \left(\frac{\partial E_{v1}}{\partial \xi} + \frac{\partial E_{v2}}{\partial \eta} + \frac{\partial E_{v3}}{\partial \zeta} \right) = 0 \quad (6)$$

여기서 $J = \frac{\partial(\xi, \eta, \zeta)}{\partial(x, y, z)}$ 는 좌표변환 Jacobian이고 $U^k = \xi^k_{x_i} \left(u_j + \frac{\partial x^j}{\partial t} \right)$ 는 격자속도를 포함한 반변

(contrvariant) 속도 성분을 나타내며 E_{v1}, E_{v2}, E_{v3} 는 다음과 같이 정의된다:

$$E_{vj} = \frac{\nu_j}{J} \times \begin{cases} (\xi_x \xi_x^j + g^{1j}) u_\xi + (\eta_x \xi_x^j + g^{2j}) u_\eta + (\zeta_x \xi_x^j + g^{3j}) u_\zeta + S_{1j} \\ (\xi_y \xi_y^j + g^{1j}) v_\xi + (\eta_y \xi_y^j + g^{2j}) v_\eta + (\zeta_y \xi_y^j + g^{3j}) v_\zeta + S_{2j} \\ (\xi_z \xi_z^j + g^{1j}) w_\xi + (\eta_z \xi_z^j + g^{2j}) w_\eta + (\zeta_z \xi_z^j + g^{3j}) w_\zeta + S_{3j} \end{cases} \quad \text{for } j = 1, 2, 3 \quad (7)$$

여기서 $S_{1j} = \xi_x^j R_{21} + \xi_z^j R_{31}$, $S_{2j} = \xi_x^j R_{12} + \xi_z^j R_{32}$, $S_{3j} = \xi_x^j R_{13} + \xi_y^j R_{23}$ 이고
 $R_{ij} = u_{i,t} \xi_{x_i} + u_{i,\eta} \eta_{x_i} + u_{i,\zeta} \zeta_{x_i}$, for $i, j = 1, 2, 3$ 이다.

3. 수치해법

3.1 지배방정식의 이산화

본 연구에서는 비교차 격자계를 채택하였고 좌표 변환된 지배방정식 (5)와 (6)은 유한 차분법을 사용해서 이산화 하였다. 운동량 방정식의 압력 구배와 확산항은 2차 중심 차분으로 그리고 대류항은 2차 풍상 차분으로 계산공간상의 격자점 (i,j,k)에 대해서 다음과 같이 이산화 하였다.

$$\left[U \frac{\partial u}{\partial \xi} \right]_{i,j,k} = \frac{1}{2} (|U| + U) \delta_\xi^- u_{i,j,k} - \frac{1}{2} (|U| - U) \delta_\xi^+ u_{i,j,k} \quad (8)$$

$$\left[\xi_x \frac{\partial P}{\partial \xi} \right]_{i,j,k} = (\xi_x)_{i,j,k} \delta_\xi P_{i,j,k} \quad (9)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \frac{\nu_t}{J} ((\xi_x)^2 + g^{11}) \frac{\partial u}{\partial \xi} \right\} \right]_{i,j,k} = \tilde{\delta}_\xi \left[\frac{\nu_t}{J} ((\xi_x)^2 + g^{11}) \tilde{\delta}_\xi u_{i,j,k} \right] \quad (10)$$

위에서 사용된 유한차분 연산자는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \delta_\xi^\pm \phi_{i,j,k} &= \pm \frac{1}{2\Delta\xi} [-3\phi_{i,j,k} + 4\phi_{i\pm 1,j,k} - \phi_{i\pm 2,j,k}] \\ \delta_\xi \phi_{i,j,k} &= \frac{1}{2\Delta\xi} [\phi_{i+1,j,k} - \phi_{i-1,j,k}] \\ \tilde{\delta}_\xi \phi_{i,j,k} &= \frac{1}{\Delta\xi} [\phi_{i+1/2,j,k} - \phi_{i-1/2,j,k}]. \end{aligned} \quad (11)$$

또한, 방정식에 포함되어 있는 좌표변환 metrics 와 Jacobian 은 2차 중심 차분을 사용해서 계산하였으며, 확산항의 이산화에서와 같이 격자중간에서의 값이 필요한 경우에는 양쪽 격자점의 값을 평균해서 사용하였다. 한편, 연속방정식 (5)는 중심 차분으로 이산화 하였으며 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{DIV} [Q_{i,j,k}] = J \delta_\xi^k \left(\frac{U^k}{J} \right) = 0 \quad (12)$$

이 식에서 DIV는 이산화된 발산 연산자를 표시하고 Q 는 속도벡터 $(u, v, w)^T$ 를 나타낸다.

본 연구에서는 이산화된 지배 방정식을 시간에 대해서 수치 적분하는 방법으로서 4단계 Runge-Kutta 법을 사용하였으며 수렴을 촉진하기 위해서 local time stepping 기법을 적용하였다[11]. 이산화된 지배 방정식에 local time stepping 기법을 도입하고 4 단계 Runge-Kutta 법을 적용하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\text{DIV} [Q'_{i,j,k}] = 0, \quad \text{for } l = 1, 2, 3, 4 \quad (13)$$

$$Q'_{i,j,k} = Q''_{i,j,k} - \alpha_l \Delta t_{i,j,k} (RHS)''_{i,j,k}, \quad \text{for } l = 1, 2, 3, 4 \quad (14)$$

여기서 위 첨자 l 은 지난 시간단계 n 과 다음 시간단계 $n+1$ 사이의 중간 단계를 의미하고 $\Delta t_{i,j,k}$ 는 (i, j, k) 격자점에서의 시간 증분을 나타내며, $\alpha_1 = 1/4$, $\alpha_2 = 1/3$, $\alpha_3 = 1/2$, $\alpha_4 = 1$ 이다. RHS 는 이산화된 운동량 방정식에서 시간 도함수 항만을 제외한 것으로서 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$RHS = U^k \frac{\partial u_i}{\partial \xi^k} + \xi^k_{x_i} \frac{\partial}{\partial \xi^k} P - J \left(\frac{\partial E_{v1}}{\partial \xi} + \frac{\partial E_{v2}}{\partial \eta} + \frac{\partial E_{v3}}{\partial \zeta} \right) \quad (15)$$

본 수치 해법의 local time stepping 기법에서 사용한 시간증분 $\Delta t_{i,j,k}$ 는 다음의 관계식을 사용해서 결정하였다.

$$\Delta t_{i,j,k} = CFL \times \min(\sqrt{g_{11}}, \sqrt{g_{22}}, \sqrt{g_{33}}) \quad (16)$$

위 식에서 CFL 은 Courant-Friedrich-Lewis 수를, 그리고 g_{11}, g_{22}, g_{33} 는 metric tensor로서 각각 격자점에서의 ξ, η, ζ -방향 호 길이를 나타낸다. 수치해법의 안정성 한계(stability limit)를 증가시키고 수렴특성을 좀더 개선하기 위해서 계산된 RHS 에 implicit residual smoothing 기법[11]을 적용하였다. 즉, 다음과 같은 내재 연산자(implicit operator)를 사용해서 운동량방정식의 잔류항 $RHS'_{i,j,k}$ 가 좀더 부드러운 분포를 갖도록 수정하였다.

$$(1 - \gamma_\xi \delta_{\xi\xi})(1 - \gamma_\eta \delta_{\eta\eta})(1 - \gamma_\zeta \delta_{\zeta\zeta}) \overline{RHS'_{i,j,k}} = RHS'_{i,j,k} \quad (17)$$

여기서 $\gamma_\xi, \gamma_\eta, \gamma_\zeta$ 는 분포의 부드러운 정도를 조절하는 상수이며, 운동량방정식 (14)의 잔류항 대신에 식 (17)을 풀어서 구한 새로운 잔류항을 사용해서 속도를 계산하였다..

3.2 압력-속도 연성

만일 압력이 주어진다면 운동량 방정식 (14)로부터 속도벡터 $(u, v, w)^T$ 를 계산할 수 있다. 그러나 압력은 미리 알 수가 없으며 속도벡터가 연속 방정식 (13)을 만족하도록 결정해야만 한다. 본 연구에서는 짝수와 홀수번째 격자점에서의 압력을 연성시키면서 오차를 줄일 수 있도록 압력 Poisson 방정식을 이산화하는 Sotiropoulos[12]의 방법을 사용하였으며 이산화된 압력 방정식을 점순법으로 풀어서 압력을 결정하였다. 압력 방정식을 유도하는 과정은 다음과 같이 요약할 수 있다. 먼저, 운동량 방정식 (14)는 다음과 같은 세 개의 스칼라 방정식으로 쓸 수 있다.

$$(u_i)'_{i,j,k} = (u_i)^n_{i,j,k} - a\Delta t [f_{i,j,k}^{x_i} + (\xi_{x_i} \delta_\xi + \eta_{x_i} \delta_\eta + \zeta_{x_i} \delta_\zeta) P_{i,j,k}]^{l-1} \quad \text{for } i = 1, 2, 3 \quad (18)$$

여기서 $f^{x_i} = (f^x, f^y, f^z)$ 는 각각 ξ, η, ζ -방향 운동량 방정식의 대류항과 점성항을 포함한다. 이제 압력 방정식을 유도하기 위해 다음과 같이 이산화된 연속 방정식에 의사 질량 소스(artificial mass source)를 포함시킨 수정된 연속 방정식을 도입한다.

$$DIV[Q'_{i,j,k}] = \epsilon J (\tilde{L} - L) [P_{i,j,k}^{l-1}] \quad (19)$$

이 식에서 ϵ 은 양의 상수 ($\epsilon < 1$)로서 소스항의 크기를 조절하는 역할을 하며, 이산화된 연산자 L, \tilde{L} 는 각각 $\tilde{L} = \delta_{\xi^*} \left(\frac{\Delta t g^{kk}}{J} \delta_{\xi^*} \right), L = \delta_{\xi^*} \left(\frac{\Delta t g^{kk}}{J} \delta_{\xi^*} \right)$ 이다.

이제 운동량 방정식 (16)을 식 (17)에 대입해서 정리하면 다음과 같이 이산화된 압력방정식을 얻을 수 있다.

$$(1 - \epsilon)L[P_{i,j,k}^{l-1}] + \epsilon \tilde{L}[P_{i,j,k}^{l-1}] + N[P_{i,j,k}^{l-1}] = \frac{1}{\alpha_l} DIV[Q_{i,j,k}^n] - \sigma_{i,j,k}^{l-1} \quad (20)$$

여기서

$N = \delta_{\xi^*} \left(\frac{\Delta t g^{jk}}{J} \delta_{\xi^*} \right) (k \neq j), \sigma_{i,j,k} = \delta_{\xi^*} \left[\frac{\Delta t}{J} \xi^k_{x_i} f^k \right]$ 이며, 따라서 ϵ 의 크기가 충분히 크면 홀수와 짝수 번째 격자점의 압력이 서로 연성되는 것을 알 수 있다.

3.3 경계조건

지배 방정식의 수치해를 구하기 위해서는 유동계산 영역의 모든 경계면에 경계조건을 적용해야 한다. 본 계산에는 H-O 형 격자를 사용하였으며 Fig. 1에 보인 바와 같이 경계면은 선체표면(IJKL), 입구면(ABCD), 출구면(EFGH), 중앙대칭면(AILD, JEHK, DLKHGC), 외부면(BFGC)

그리고 자유표면(AIJEFB)으로 이루어 진다. 각 경계면에 적용된 경계조건은 다음과 같다. 즉, 입구조건은 $u=1, v=w=0, P_\xi=0$; 출구조건은 $u_{\xi\xi}=v_{\xi\xi}=w_{\xi\xi}=0, P_\xi=0$; 중앙대칭면 조건은 $v=u_\xi=w_\xi=0, P_\xi=0$; 외부경계 조건은, $u_\eta=v_\eta=w_\eta=0, P_\eta=0$ 그리고 선체표면 조건은 $u=v=w=0, P_\eta=0$ 이다. 자유표면의 위치는 해의 일부로서 결정되어야 하며 자유표면이 물질면이라는 운동학적(kinematic) 조건과 자유표면을 가로질러 응력이 연속이어야 한다는 동역학적(dynamic) 조건을 적용해야 한다. 본 연구에서는 운동학적 조건의 방정식에 대한 수치해로부터 자유표면의 위치를 결정하였으며, 점성의 영향과 표면장력을 무시함으로써 단순화된 동역학적 경계조건을 적용하였다. 이제 수치해법에 사용한 자유표면 조건과 해의 일부로서 자유표면의 위치를 결정하는 과정을 좀더 구체적으로 기술하기로 한다.

본 연구에서 자유표면에 적용한 엄밀한 운동학적 조건과 단순화된 동역학적 조건은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} - w = 0, \text{ on } z=h(x, y, t) \quad (21)$$

$$P = -\frac{h}{Fr^2}, \quad \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0, \text{ for } \phi = u, v, w, \nu_e \quad (22)$$

여기서 h 는 정수면을 기준으로 정의한 수면 높이를 나타낸다. 운동학적 조건 (19)는 수면높이 h 에 대한 쌍곡선형 편미분 방정식으로서 이를 정수면에 정의한 이차원 일반 좌표계 (ξ^*, η^*) 로 좌표 변환하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + U^* \frac{\partial h}{\partial \xi^*} + V^* \frac{\partial h}{\partial \eta^*} - w = 0 \quad (23)$$

여기서, $U^* = \xi_x^*(u + \frac{\partial x_g}{\partial t}) + \xi_y^*(v + \frac{\partial y_g}{\partial t})$ and $V^* = \eta_x^*(u + \frac{\partial x_g}{\partial t}) + \eta_y^*(v + \frac{\partial y_g}{\partial t})$.

파의 계산에서는 하류와 원방 경계에서의 반사파로 인해서 내부의 수치해가 파괴될 수 있기 때문에 이를 수치적으로 잘 처리하는 것이 매우 중요하다. 본 연구에서는 Hino[13]의 제안을 따라서 운동학적 조건 방정식에 감쇠함수를 추가함으로써 하류와 원방 경계에 근접한 영역에서 파고를 감소시키는 방법을 사용하였다. 즉, 방정식 (23)에 감쇠함수를 더해서 다음과 같은 식을 새로 도입한다.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + U^* \frac{\partial h}{\partial \xi^*} + V^* \frac{\partial h}{\partial \eta^*} - w + d(x, y)h = 0 \quad (24)$$

$d(x, y)$ 는 감쇠함수로서 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$d(x, y) = a \times \max(d_x(x), W_y(y))$$

$$d_x(x) = \begin{cases} \left(\frac{x-x_d}{x_o-x_d}\right)^2 & \text{if } x_d \leq x \leq x_o \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (25)$$

$$d_y(y) = \begin{cases} \left(\frac{y-y_d}{y_o-y_d}\right)^2 & \text{if } y_d \leq y \leq y_o \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

a 는 파의 감쇠량을 조절하는 변수이고 x_d, y_d 는 감쇠영역이 시작되는 위치의 좌표를, 그리고 x_o, y_o 는 하류 또는 원방 경계면의 좌표를 나타내며, 본 연구에서 수행한 계산에는 $(a, x_d, y_d) = (20, 2\pi Fr^2, 0.6y_o)$ 가 사용되었다. 수면 높이에 대한 방정식 (24)의 수치해법으로는 2 단계 Lax-Wendroff 법[14]을 사용하였다. 2 단계 Lax-Wendroff 법을 사용해서 방정식 (24)를 이산화 하면 다음과 같은 반복 계산식을 얻을 수 있다.

$$\text{1st step: } h_{i,j}^+ = h_{i,j}^n + \Delta t [-U^*(h_{i+1,j}^n - h_{i,j}^n) - V^*(h_{i,j-1}^n - h_{i,j}^n) + w - d(x, y)h^n]$$

$$\text{2nd step: } h_{i,j}^{n+1} = \frac{1}{2}(h_{i,j}^n + h_{i,j}^+) \frac{\pm \Delta t}{2} [-U^*(h_{i,j}^+ - h_{i-1,j}^+) - V^*(h_{i,j}^+ - h_{i,j-1}^+) + w - d(x,y)h^+] \quad (26)$$

제1단계에서는 공간 도함수의 근사에 전진 차분을 사용해서 시간 단계 n+1에 대한 중간과정 파고값 $h_{i,j}^+$ 를 계산하고, 제2단계에서는 공간 도함수의 근사에 후진 차분을 적용해서 $h_{i,j}$ 에 대한 시간 단계 n+1의 최종값을 구하였다.

3.4 자유표면 추적 및 경계적합 격자생성

앞서 언급한 바와 같이 운동학적 자유표면 조건 방정식의 수치해를 구해서 자유표면의 위치를 결정하고 결정된 수면의 위치에 맞추어 매 시간 단계마다 경계적합격자를 생성함으로써 항상 한 개의 격자면이 수면과 일치하도록 하였다. 본 연구에서는 격자의 생성을 용이하게 하기 위해서 시간에 따라 변하지 않고 고정된 소위 배경격자(background grid)를 계산의 서두에 한번만 생성해서 준비하고 이 격자를 이용해서 경계적합격자를 생성하는 방법을 사용하였다. 구체적으로는 매 시간 단계마다 새로 계산된 수면높이에 맞추어 자유표면상의 격자점을 배경격자의 거스(girth) 방향 격자선을 따라서 이동시키고, 자유수면 아래의 격자점들을 배경격자의 거스 방향 격자선상에 다시 동일한 비율로 분포함으로써 새로운 수치격자를 생성하는 것이다. 새로운 격자점의 분포는 호의 길이를 매개변수로 간단한 선형 보간법을 사용하였다. 계산된 최대의 수면높이까지 자유표면상의 격자점을 이동시키고 격자를 새로 분포할 수 있도록 배경격자를 정수면 위치보다 충분히 높은 영역까지 포함시켜 생성하였다. 본 수치계산에서는 선체의 각 횡단면에 대해서 GRAPE[15] 법을 사용해서 이차원 격자를 생성하고 이들을 길이 방향으로 연결함으로써 삼차원 격자를 구성함으로써 배경격자를 생성하였다.

4. 계산결과 및 고찰

수치계산은 비교적 실험자료가 풍부한 Wigley 선형[16]과 Series 60 선형[7]에 대해 수행하였으며 계산에 사용한 조건은 Table 1 에 정리되어 있다. 한편, Series 60 선형에 대해서는 실험결과가 있는 Froude 수 0.316 인 경우와 자유표면이 없는 이중모형에 대한 수치계산 결과를 함께 비교함으로써 자유수면이 유동에 미치는 효과를 조사하였다.

4.1 Wigley 선형

Fig. 2 는 Froude 수가 0.289 와 0.316 인 경우에 대해 계산된 선측 파고를 보여주며 계산결과는 선수 일부를 제외한 대부분의 위치에서 실험값과 잘 일치하고 있을 뿐 아니라 비교적 작은 Froude 수의 차이에 따른 선측파의 파고와 위상의 변화를 잘 재현하였다. Fig. 3 은 Froude 수 0.289 에 대한 선체표면의 압력분포를 나타낸다. 계산된 압력의 크기와 분포는 실험값과 대체로 잘 일치하고 있다.

4.2 Series 60 $C_B=0.6$ 선형

Fig. 4 와 5 는 각각 Froude 수가 0.316 인 경우에 대한 Series 60 선형의 선측 파고와 수면의 파고 분포를 보여준다. 이 경우에도 Wigley 선형과 마찬가지로 선수에 매우 가까운 곳을 제외하고는 계산된 선측파는 실험결과와 잘 일치하는 편이다. 또, 파문 역시 선체 부근에서는 비교적 실험결과와 잘 맞고 있으나 선체로부터 떨어진 곳에서는 상당한 차이를 보이며 아직도 개선의 여지가 많은 것으로 나타났다. Fig. 6 은 Series 60 선형의 $x/L = 0.1 \sim 1.2$ 사이의 정해진 횡단면에서 계산된 파고 분포를 실험값과 비교하여 보여주고 있다. 각 단면에서 파고 분포는 실험값과 정성적으로 비슷한 분포를 보이고 있으나, 선미쪽으로 갈수록 큰 차이를 나타낸다. Fig. 7 은 선체 바깥쪽 종단면에서의 파고 분포를 비교한 것으로 이 경우에도 선체에서 멀어질수록 계산된 파고의 높이와 위상이 실험과 잘 맞지 않는 것을 볼 수 있다. 이와 같은 차이는 수치계산상의 여러 가지 오차 때문이었으나 그 중에서도 자유표면의 파를 제대로 계산하는데 필요한 만큼 격자를 충분히 분포시키지 못한 것이 가장 큰 이유로 판단된다. Fig. 8 는 선수와 선미의 대표적 횡단면에서 Froude 수 0.316 에 대해서 계산된 속도와 압력을 실험 결과와 비교해서 보여주고 있다. 또한, 자유표면이 유동에 미치는 효과를 보여주기 위해서 Froude 수 0.0 즉, 이중모형 유동에 대한 계산

결과도 함께 비교하였다. 계산결과는 선수의 정체효과(stagnation effect), 선체 경계층의 분포, 선수와 파정 부근의 종 방향 속도감소, 횡 방향 속도분포, 밑지 부근의 저압력 형성을 포함한 압력 분포 그리고 자유표면의 유무에 따른 이들의 변화를 비교적 잘 재현하였다. 그러나, 아직도 부분적으로는 계산이 실험과 정량적으로 잘 맞지 않는 것도 확인되었다.

5. 결론

본 연구에서는 수면에서의 조파 현상을 포함한 선체 주위의 3차원 난류유동에 대해 수치해법 및 전산조직을 개발하고, 개발된 전산조직을 검증하기 위해서 실험자료가 비교적 많은 Wigley 선형과 Series 60 선형에 대한 수치계산을 수행하였다. 계산된 선측 파형 및 수면의 파문은 대체로 실험결과와 잘 일치하고 있으며, 선체 속도분포는 선체 주위의 3차원 난류유동의 특성을 비교적 잘 재현하였다. 그러나, 아직도 계산결과의 정량적인 개선이 필요하며 본 계산에서 나타난 문제점을 분석해서 수치해법 및 전산조직을 좀더 개선하는 노력이 필요하다.

참고문헌

- [1] Miyata, H. and Nishimura, S., "Finite Difference Simulation of Nonlinear Waves Generated by Ships of Arbitrary Three-Dimensional Configuration," J. of Computational Physics(JCP), Vol. 60 (1985).
- [2] Harlow, F. H and Welch, J. E., "Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Flow of Fluid with Free Surface," Physics of Fluids, Vol. 8 (1965).
- [3] Miyata, H., Sato, T. and Baba, N., "Difference Solution of a Viscous Flow with Free-Surface Wave about an Advancing Ship," JCP, Vol. 72 (1987).
- [4] Hino, T., "Numerical Simulation of a Viscous Flow with a Free Surface around a Ship Model," J. of Society of Naval Architects of Japan, Vol. 161 (1987).
- [5] Chan, R. K.-C. and Street, R. L., "A Computer Study of Finite-Amplitude Water Waves," JCP, Vol. 6 (1970).
- [6] Ship Research Institute, *Proceedings of CFD Workshop Tokyo*, (1994).
- [7] Toda, Y., Stern, F. and Longo, J., "Mean-Flow Measurements in the Boundary Layer and Wake and Wave Field of a Series 60 $C_B=0.6$ Ship Model - Part 1: Froude Numbers, 0.16 and 0.316," J of Ship Research, Vol. 37 (1992).
- [8] Hino, T., "A Study of Grid Dependence in Navier-Stokes Solutions of Free Surface Flows around a Ship," J. of Society of Naval Architects of Japan, Vol. 176 (1994).
- [9] Tahara, Y. and Stern, F., "A Large Domain Approach for Calculating Ship Boundary Layers and Wakes and Wave Fields for Nonzero Froude Number," JCP, Vol 127 (1996).
- [10] 김정중, 김형태, "Application of Modified Baldwin-Lomax Model to Turbulent Flow of a Double Body Tanker Model," 대한조선학회 1997년 춘계학술대회 논문집 p. 316 (1997).
- [11] Jameson, A. and Schmidt, W., "Some Recent Developments in Numerical Methods for Transonic Flows", Computer Methods in Applied Mechanics. and Eng., 51 (1985).
- [12] Sotiropoulos, F. and Abdallah, S., "A Primitive Variable Method for the Solution of Three-Dimensional Incompressible Viscous Flows," JCP, Vol. 103 (1992).
- [13] Hino, T., "Computations of Free Surface Flows around a Ship Hull by a Multigrid NS Solver", Proc. Workshop on Wave Resistance and Viscous Flow, Univ. of Tokyo, Japan (1994).
- [14] Tannehill, J.C., "Hyperbolic and Hyperbolic-Parabolic Systems," Chapter 12 in *Handbook of Numerical Heat Transfer Ed. by Minkowycz, W.J., Sparrow, E.M., Schneider, G.E., and Pletcher, R.H., John Wiley & Sons, Inc. (1988).*
- [15] Sorenson, R. L., "Grid Generation by Elliptic Partial Differential Equations for a Tri-Element Augmentor-Wing Airfoil," Numerical Grid Generation (ed. Thompson, J. F.) (1982).
- [16] Kajitani, H., Miyata, H., Ikehata, M., Tanaka, H., Adachi, H., Namimatsu, M., and

Ogiwara, S., "The Summary of the Cooperative Experiment on Wigley Parabolic Model In Japan," Proc. 2nd DTNSRDC Workshop on Ship Wave-Resistance Computations, Bethesda, Maryland, U.S.A., pp. 5-35 (1983).

Table 1 Condition of calculation

Model	Wigley				Series 60	
R_e	3.277×10^6	3.589×10^6	3.277×10^6	3.589×10^6	4.0×10^6	4.0×10^6
F_r	0.000	0.000	0.289	0.316	0.000	0.316
domain	$-0.5 \leq x/L \leq 2.0$ $r/L \leq 0.75$				$-0.5 \leq x/L \leq 2.0$ $r/L \leq 0.75$	
grid	101 × 51 × 22				123 × 51 × 37	
Iteration	6000		3000		6000	3000

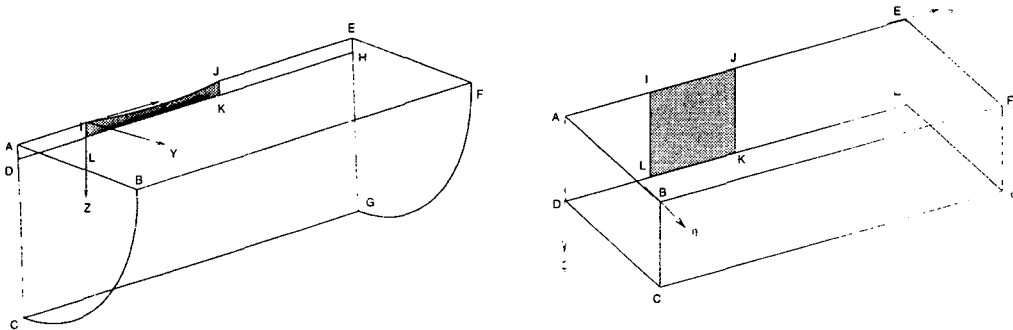


Fig. 1 Physical and computation domains and coordinate system

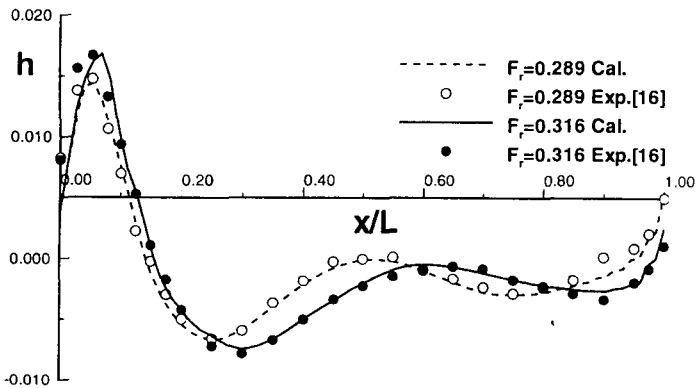


Fig. 2 Comparison of wave profiles along the hull surface (Wigley model)

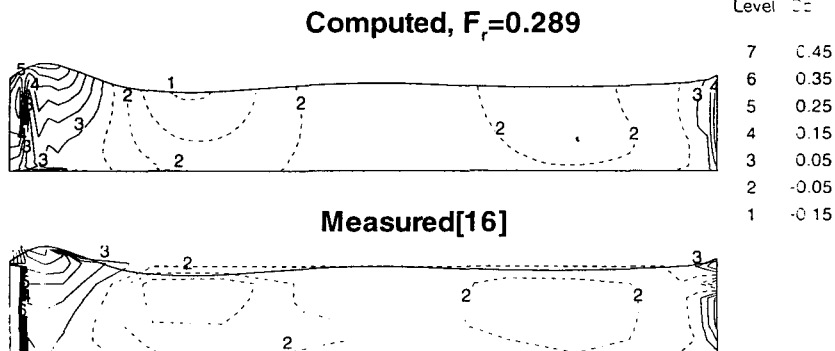


Fig. 3 Comparison of pressure on the hull surface (Wigley model, $F_r = 0.289$, $R_e = 3.277 \cdot 10^6$)

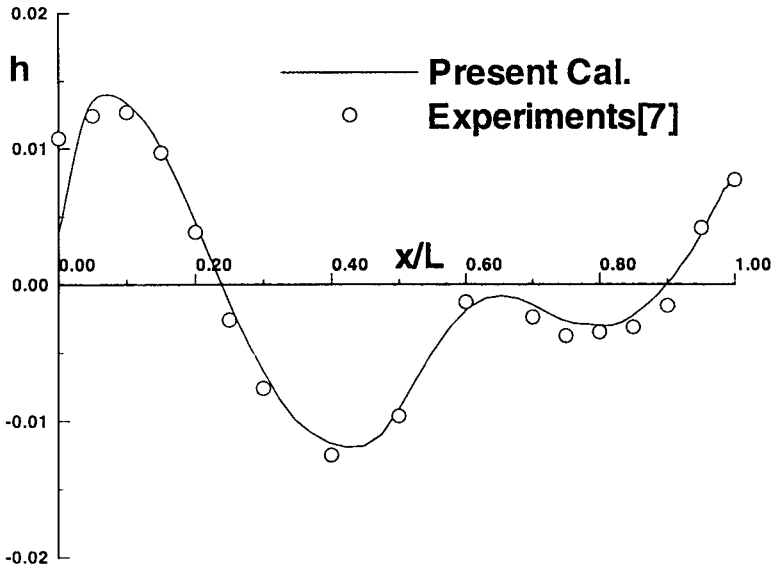


Fig. 4 Comparison of wave profiles along the hull surface (Series60 $C_B = 0.6$ model)

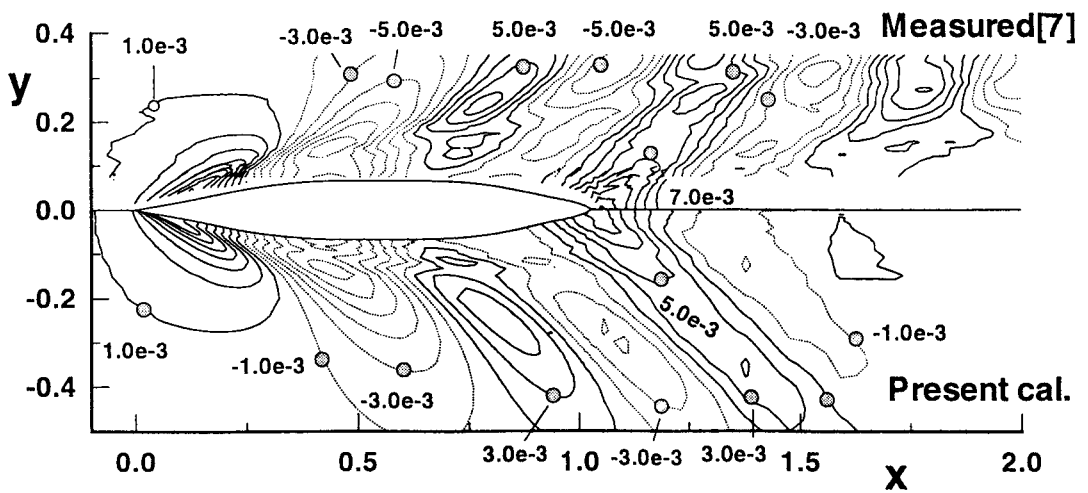


Fig. 5 Comparison of wave contours (Series60 $C_B = 0.6$ model , $F_r = 0.316$, $R_e = 4.0 \times 10^6$)

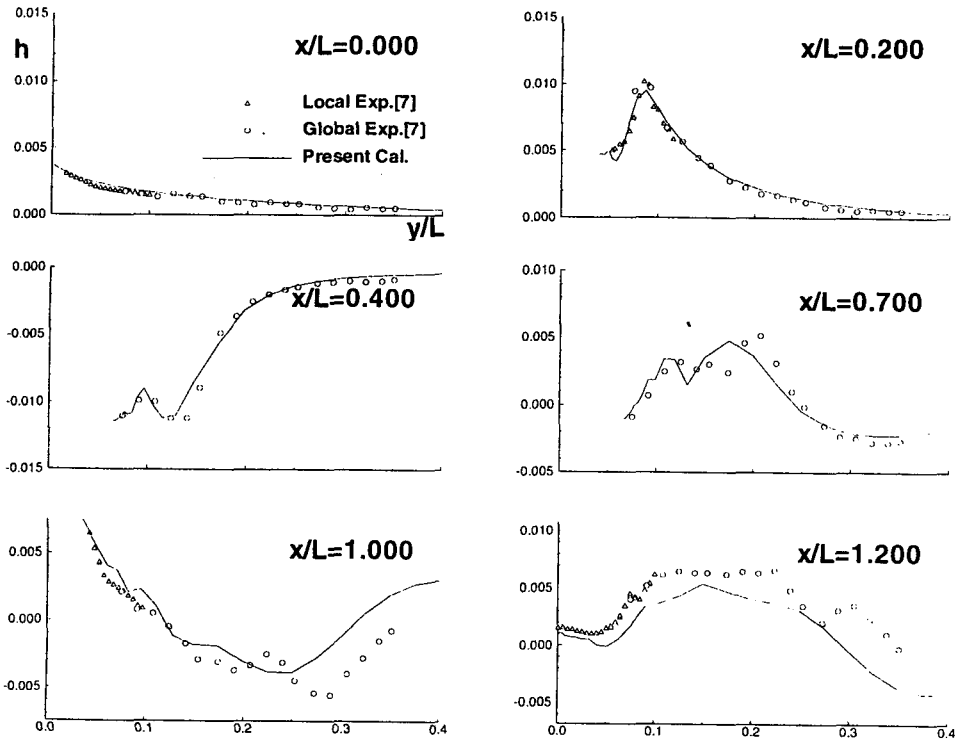


Fig 6. Comparison of transverse wave profiles (Series60 $C_B = 0.6$ model , $F_r = 0.316$)

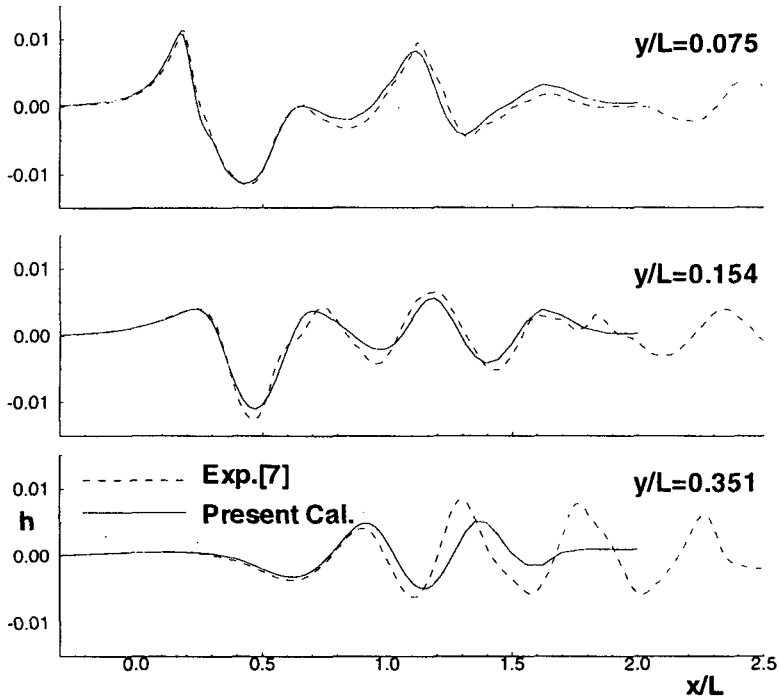


Fig 7. Comparison of longitudinal transverse wave profiles(Series60 $C_B = 0.6$ model, $F_r = 0.316$)

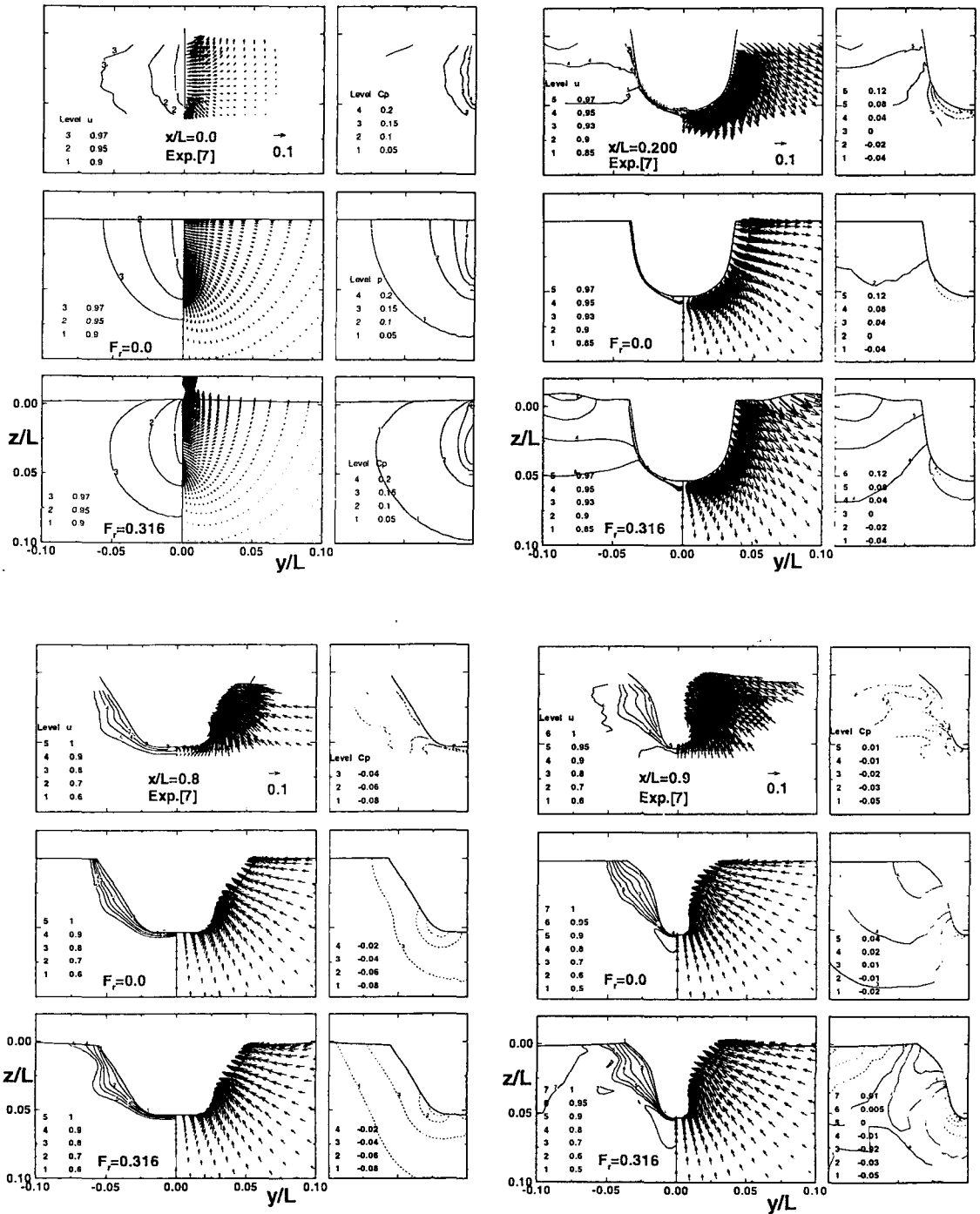


Fig. 8 Comparison of longitudinal velocity and pressure contours and transverse vectors
 (Series60 $C_B = 0.6$ model , $F_r = 0.316$ $R_e = 3.277 \times 10^6$)