

중첩된 격자계를 사용한 움직이는 물체의 해석

Prediction of Some Moving-Body Problems Using Overlapped Grid System

○이진규¹⁾, 장근식²⁾

Jin-Gyu Lee and Keun-Shik Chang

There are many moving-body problems to be solved, the solution of which necessary for proper design of flight vehicles in aerospace industry. Since a body moves relative to other bodies in the category of these problems, difficulty arises regarding both generation of computational grid around the body in motion and conservation of flow properties in the moving grid system. A few example could be store separation from the aircraft and relative vibration of multiple bodies in the high-speed flow passage.

In this paper we report on the progress made in computing moving-body aerodynamics related with sabot separation characteristics. Conservative overlapping grid together with cell-merging-unmerging technique is used to solve the Euler equations for a body in high-speed motion. Carbuncle errors has to be removed before we obtain physically adequate solution. Two-dimensional application is reported here.

1. 서 론

전산유체역학이 실험연구에 비해 효율성과 중요성이 부각되어 유체의 흐름을 이해하는 중요한 도구가 되어가고 있지만, 현재 직면한 문제도 적지 않다. 그 중 복잡한 형상을 지니거나 서로 상대운동을 하는 문제일 경우에 계산 격자형성의 어려움이 중요한 문제로 등장하게 되었다.

격자 형성의 어려움을 피하기 위한 한가지 방도로서 비정렬 격자 기법이 제안되어 다양한 문제에 적용되고 있다. 비정렬 격자 기법은 복잡한 물체주위의 격자를 비교적 쉽게 형성할 수 있고, 격자를 첨가 또는 제거함으로써 적응격자를 쉽게 도입할 수 있다는 장점이 있지만, 많은 양의 격자계 정보를 저장하고 있어야 하고, Navier-Stokes 방정식의 계산을 위한 표면 격자 생성시 찌그러짐이 심한 격자를 피하기 어렵다는 단점이 있으며, 아직까지 3차원 문제에 적용하기에는 어려움이 따른다. 한편으로 복잡한 물리영역을 보다 다루기 쉬운 여러 개의 세부영역으로 분할하고, 각각에 대하여 격자를 생성하는 방법이 제안되었는데, 이렇게 하면 정렬격자계를 이용할 수 있어 계산의 효율을 기할 수 있게 된다. 널리 사용되는 영역분할기법(DDT: domain decomposition technique)[1]에는 부격자계 경계에서의 겹침과 연결, 격자계간 유동정보 교환의 형태에 따라 다중블록격자, 접합(Patched) 격자[2,3], 중첩(Overlapped)[1,4] 격자 등의 방법이 있다. 다중블록의 경우 세부영역 사이 공통경계면에 수직한 격자선이 경계를 가로질러 연속적으로 이어지는 반면, 접합격자의 경우 공통경계를 가로지르는 격자선이 연속일 필요가 없다. 위 방법은 유동정보의 교환이 보존적이고, 격자 중앙점 유한체적법에 대해서는 특별한 보간법을 필요로 하지 않지만, 공통경계가 완전히 일치해야 한다는 단점이 있다. 중첩격자의 경우 둘 이상의 격자를 독립적으로 형성한 후 공통경계면 없이 적절한 겹침 영역을 갖도록 오버랩 시킬 수 있고, 서로 격자간의 상대운동이 가능하다는 장점이 있지만, 격자간의 정보교환이 보간법에 의해 이루어지기 때문에 보존적인 방법이 되지 못하고, 양방향(two-way)의 보간법이 요구되는 단점이 있다. 본 연구에서는 정렬격자계에 기본을 두고 Wang과 Yang(1994)[2]에 의해 수정되어, 접합격자와 중첩격자의 장점을 살린 보존적 중첩 격자기법을 사용한다. 이와 더불어 격자 합류 및 이탈(Cell-merging-unmerging)[3,5] 기법을

1) 한국과학기술원 항공우주공학과 (305-701, 대전시 유성구 구성동 373-1, E-mail:jingyu@aero3.kaist.ac.kr)
2) 한국과학기술원 항공우주공학과 (305-701, 대전시 유성구 구성동 373-1, Tel:042-869-3711)

사용하면, 서로 상대운동이 있는 물체를 시간 의존적으로 고찰할 수 있게 된다.

본 연구에서는 moving body problem의 제반유동문제를 해결하기 위해서 Euler 방정식에 기초를 두고, 격자 중앙점 유한체적법, 보존적 중첩격자 기법과 격자 합류 및 이탈 기법을 사용한 컴퓨터 코드를 작성하여, 관련된 유동 현상을 2차원 범위에서 고찰한다.

2. 지배 방정식 및 수치기법

2.1. Euler Equations

이상기체에 대한 축대칭 압축성 Euler 방정식을 직교좌표계에서 보존형으로 나타내면 다음과 같다[6].

$$\partial Q / \partial t + \partial E / \partial x + \partial F / \partial y = 0$$

여기서, 각 항들은 다음과 같다.

$$Q = [\rho, \rho u, \rho v, e]^T$$

$$E = [\rho u_r, \rho u_r u + p, \rho u_r v, (e + p)u_r + p x_t]^T$$

$$F = [\rho v_r, \rho v_r u, \rho v_r v + p, (e + p)v_r + p y_t]^T$$

또한, u, v 는 절대속도, $u_r (= u - x_t), v_r (= v - y_t)$ 은 상대속도, x_t, y_t 는 격자의 속도를 나타낸다. 무차원화는 밀도 ρ 는 자유류 밀도 ρ_∞ , 속도는 자유류 음속인 c_∞ , 압력 p 과 단위체적당 총 에너지 e 는 $\rho_\infty c_\infty^2$ 으로 한다.

한편 전체 식은 다음과 같은 이상기체에 대한 상태방정식으로 완결된다.

$$p = (\gamma - 1) [e - \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2)]$$

2.2 수치기법과 경계조건

수치기법으로는 격자 중앙점 유한체적법을 사용하고, 플럭스 항을 계산하기 위해 HLLC Riemann solver를 사용한다[7,8]. 이와 같이 해줌으로써 Roe 해법에서 나타나는 Carbuncle 오차를 제거해 줄 수 있다. 또한 고차의 공간 정확도를 구현하기 위해 MUSCL 기법을 사용하고, 불연속면에서의 해의 진동을 막기 위하여 Koren differential limiter를 이용한다. 시간 적분에는 1차의 정확도를 갖는 동일시간간격(global time stepping)의 외재적 시간차분법을 사용한다.

경계조건은 양성적으로 모두 처리한다. 원방경계에서는 국부적으로 1차원 유동을 가정하여 Riemann 불변치에 근거한 특성형태의 경계조건을 사용하고, 물체표면에서는 반사경계조건(reflection boundary condition)을 사용한다.

$$\begin{aligned} \rho_d &= \rho_i, & v_d &= v_i - 2((v_i - v_s) \cdot \hat{n}) \hat{n} \\ p_d &= p_i, & e_d &= \frac{p_d}{(\gamma - 1)} + \frac{1}{2} \rho_d \cdot |v_d|^2 \end{aligned}$$

여기서, v_i 와 v_s 는 각각 유동장의 속도와 움직이는 물체표면의 속도를 나타낸다.

3. 격자기법

3.1. 보존적 중첩 격자기법(Conservative overlapped grid)

이 방법은 기본적으로 두 개의 격자가 중첩 되어있을 때 중첩 된 영역의 경계의 일부를 이용하여 중첩된 격자계를 접합격자계로 바꾸는 것이다[2,3]. 이 과정을 통해 중첩된 영역에서의 보존조건은 접합격자계의 공통경계에서의 유량보존조건으로 바뀌게 되어 해를 보존적으로 처리해 준다. 이는 보간법을 필요로 하는 기존의 Chimera 격자기법이 충격파와 같은 강한 구배가 보간법이 행해지는 영역에 놓이는 경우 비보존성이 심해지는 것과 다르다. 그 이유는 보간법 그 자체는 지배

방정식을 만족하지 않고 다만 원만히 값을 이어주기만 하기 때문이지만, 보존적 중첩격자 기법은 공통경계를 가로질러 유량보존조건을 만족하고 있기 때문이다.

이 과정에 의해 만들어진 공통경계로 인해서 주격자에는 3가지 종류의 제어체적이 생성이 된다. 즉, 공통경계에 의해 잘려지는 제어체적들인 Cut Cell(CC), 부격자계에 의해 구속되지 않는 제어체적인 Normal Cell(NC)과 부격자계 내에 완전히 갇혀 있는 제어체적인 Hole Cell(HC)이다. 이렇게 만들어진 주격자 제어체적의 유동정보는 NC인 경우 주위의 제어체적으로부터 바로 구해 줄 수 있고, HC은 계산 영역에서 제외시켜 주면 된다. 문제가 되는 CC의 유동정보는 공통경계를 가로지르는 유량과 공통경계의 선벡터와 CC의 면적을 앞으로써 구할 수 있다.

3.2. 격자 합류 및 이탈 기법(Cell-merging-unmerging technique)

만약 계산격자가 정지해 있으면, 주격자 제한체적의 성질(NC, HC, CC)들이 변하지 않는다. 하지만, 주격자의 격자 점을 가로질러 부격자가 이동함에 따라 n 과 $n+1$ 시간단계 사이에서 주격자 제한체적의 성질이 변하게 되는데, 두 가지의 가능성이 나타난다. 즉 제한체적이 사라지거나(HC 이 되거나), 새롭게 생겨나는(CC, NC이 되는) 경우이다. 이 두 가지 경우에서 주격자 제한체적이 n 과 $n+1$ 시간단계에서 모두 정의되지 못하므로 시간적분을 수행할 수 없게 된다. 또한, 사용한 시간 적분 기법이 NC에 부합하게 시간적분을 하면, 새롭게 생성된 미소체적의 CC에서는 안정성에 문제가 생긴다. 이와 같은 문제들을 해결하기 위해서 사용하는 기법이 격자 합류 및 이탈 기법이다[3,5].

격자 합류 기법은 인접 격자사이의 경계를 제거함으로써 두 격자를 합쳐주어, 새로운 제한체적으로 만드는 것이 기본 방법이다. 격자 이탈 기법은 $n+1$ 단계에서 유동변수를 구해준 다음, 공통 경계를 따라 합류된 제한체적을 분리시켜 주면 된다. 이 방법은 격자 합류 기법의 역순을 취해 주면 된다.

4. 강체의 운동학

2차원 공간에서의 강체의 운동은 병진과 회전운동 모두를 필요로 한다. 강체 둘레의 격자점 위치를 각 격자점의 속도를 이용하여 표현하는 대신, 강체의 질량 중심 (x_c, y_c) 에서의 병진 속도 (u_c, v_c) 와 회전 각속도 ω_c 로서 표현하며, 현재 바람이 부는 방향을 x 축의 방향, 위 방향을 y 축의 방향으로 잡고, 회전축은 반시계 방향을 양의 값이 되도록 한다. 실제 계산에서, (u_c, v_c) 와 ω_c 는 강체 바깥면에 작용하는 압력분포로부터 계산할 수 있다.

시간 간격이 Δt 로 주어질 때, 새로운 격자점의 위치는

$$x^{n+1} = x_c^n + \cos(\omega_c \cdot \Delta t) \cdot (x^n - x_c^n) - \sin(\omega_c \cdot \Delta t) \cdot (y^n - y_c^n) + u_c \cdot \Delta t$$

$$y^{n+1} = y_c^n + \sin(\omega_c \cdot \Delta t) \cdot (x^n - x_c^n) + \cos(\omega_c \cdot \Delta t) \cdot (y^n - y_c^n) + v_c \cdot \Delta t$$

여기서, $x_c^{n+1} = x_c^n + u_c \cdot \Delta t$, $y_c^{n+1} = y_c^n + v_c \cdot \Delta t$.

운동방정식은 다음과 같다.

$$m \frac{du}{dt} = C_x, \quad m \frac{dv}{dt} = C_y, \quad I \frac{d\omega}{dt} = C_m$$

여기서, $C_x = -C_p \cdot dl \cdot \hat{n}_x \cdot Coeff_1 - Coeff_3$, $C_y = -C_p \cdot dl \cdot \hat{n}_y \cdot Coeff_1 - Coeff_3$

$$C_m = -C_p \cdot dl (y_{arm} \cdot \hat{n}_x - x_{arm} \cdot \hat{n}_y) Coeff_2$$

$$Coeff_1 = \frac{1}{2} \frac{L \cdot A}{m_0} \rho_\infty M_\infty^2, \quad Coeff_2 = \frac{1}{2} \frac{L^3}{I_0} \rho_\infty M_\infty^2, \quad Coeff_3 = \frac{L}{c_\infty^2} m_0 g$$

각속도 ω 와 시간 t 는 L/c_∞ , 미소길이 dl 와 모멘트팔 x_{arm} , y_{arm} 은 L , 질량 m 은 m_0 , 관성모멘트 I 는 $m_0 L^2$ 으로 무차원화한다. 이 때, L 은 특성길이를 나타낸다.

5. 결과 및 분석

5.1. O-type의 NCAC0012 에어포일 문제(천음속)

사용한 격자계는 114×114 의 정방형의 주격자계에 125×22 의 O-type의 부격자계를 심어놓은 중첩격자계이다. Fig. 1은 자유흐름의 마하수는 0.8이며, 받음각은 각각 0° , 1.25° 일 때의 등압력선도와 표면압력계수를 나타내고 있으며, 표면압력계수는 참고문헌의 값과 일치함을 볼 수 있다[1]. 본 연구에서는 공통경계에서의 값은 0차의 외삽을 사용하여 주었으므로, 1차의 공간정확도를 가지고 있다.

5.2. M=3.0으로 순간적인 출발(Impulsive Starting)을 하는 원형실린더 문제

전체유동장의 초기조건은 $u = v = 0$ 으로 두고, 시간 간격 0.1×10^{-4} 으로 계산해 준다. 이 때 Fig. 2는 정지해 있는 실린더가 마하수 3.0으로 오른쪽에서 왼쪽으로 순간적인 출발을 하는 경우로서 임의 시간의 등압력선도를 보여주고 있다. Fig. 3은 정상상태문제와 비교한 표면압력계수를 나타내고 있다. 여기서, 정체점 주위를 제외한 영역에서는 일치된 결과를 보여주고 있다. 정체점에서의 총압력 값의 소실은 시간간격을 작게 잡고, 시간정확도를 높여 줄 수 있는 시간 적분법을 사용해 주면 해결할 수 있다. 그 밖에 정확도를 더 높여 주기 위해서, 격자 합류 단계에서 두 제어체적 값들의 구배를 고려해 주어서, 격자 이탈 단계에서 이 구배에 따라 값을 재분배 해주면 된다.

5.3. M=0.3으로 순간적인 출발을 하는 고속전철 문제

본 계산에 사용한 단순화 된 고속전철과 터널은 Fig. 4(a)에서 나타냈다[9]. 계산 격자계는 고속전철의 밀면을 축으로 아래위 대칭으로 만들어 주었다. 실린더 문제와 같은 초기조건을 주고 마하수 0.3으로 순간적인 출발을 시켜주었다. Fig. 4(b)는 임의 시간의 등압력선도 분포를 나타낸다.

5.4. 충격파 입사에 의한 사각형 상자의 비정상 운동 해석

충격파가 마하수 5.0으로 입사될 때, 무차원화된 질량이 2.857, 관성모멘트가 0.64인 사각형 상자의 비정상 운동을 해석했다(Fig. 5(a))[3]. 사용된 격자계는 130×71 의 정방형의 주격자계에 97×5 의 O-type의 격자계를 심어놓은 중첩격자계이다. 상자는 초기에 고정을 시켜두고, $t=0.4$ 가 될 때 자유롭게 움직일 수 있게 해주었다. 결과적으로 상자에 작용하게 되는 압력 때문에 상자는 병진과 회전운동을 함께 하게 된다. Fig. 5(b)는 상자의 운동을 약 0.1의 시간 간격으로 보여주고 있다. 상자의 운동 중 흥미로운 것은 초기 운동시 최대 압력이 좌측면 하단에 주어지므로 반시계 방향의 회전을 할 것으로 추측되지만, 실제로는 시계방향의 회전을 하면서 운동함을 알 수 있다.

6. 결론

보간법을 필요로 하는 기존의 Chimera 격자기법은 충격파와 같은 강한 구배가 보간법이 수행되는 영역에 놓이는 경우 비보존성이 심해지는 것과 달리, 보존적 중첩격자기법은 공통경계조건을 가로질러 유량보존조건을 만족하므로, 공통경계영역에 강한 구배가 형성되어도 물리적으로 타당한 해를 가져온다. 또한, 격자 합류 및 이탈 기법을 도입하여 비정상문제를 해석한 결과 비정상상태의 유동해석이 가능하였고, 강한 충격파가 생기는 극초음속 영역에서 Roe 계열의 기법을 사용하여 풀 때 생기는 Carbuncle 현상을 강한 충격파가 생기는 영역에서 HLLE 기법을 사용함으로써 제거할 수가 있었다.

또한 나아갈 연구 방향으로는 2차원에서 3차원 문제로의 확장과 적절한 시간 적분법을 사용한 시간 정확성을 높이고, 공통경계에서의 공간정확도를 높이는 연구가 수행되어야겠다.

7. 참고문헌

- [1] S.C.Kwak, "Numerical Study on Steady and Unsteady Flow Field Using Chimera Grid Scheme with Application to Complex Geometry and Bodies in Relative Motion", M. S. thesis, KAIST, 1994
- [2] Z.J.Wang and H.Q.Yang, "A Unified Conservative Zonal Interface Treatment for Arbitrarily Patched and Overlapped Grids", AIAA Paper 94-0320
- [3] Z.J.Wang, H.Q.Yang and A.J.Przekwas, "Implicit Conservative interfacing for 3D Overlapped Chimera Grids", AIAA Paper 95-1683
- [4] Steger, J.L., Dougherty, F.C., Benek, J.A., "A chimera grid scheme", Advances in Grid Generation, ASME FED-5, pp.59-68, 1983
- [5] S.A.Bayyuk, K.G.Powell, & B.van Leer, "A Simulation Technique for 2-D Unsteady Inviscid Flows around Arbitrarily Moving and Deforming Bodies of Arbitrary Geometry", AIAA Paper 93-3391-CP
- [6] Yoon J.S., "Calculation of 3-D Viscous Rotational Flowfield in Turbomachinery including Tip & Hub Clearance Effect", unpublished
- [7] P.L.Roe, "Characteristic Based Schemes for the Euler Equations", Ann. Rev. Fluid Mech., vol. 18, pp.337-65, 1986
- [8] James J.Quirk, "A Contribution to the Great Riemann Solver Debate", Int. J. Numer. Methods Fluids, vol. 18, pp.555-574, 1994
- [9] Ogawa, T. & Fujii, K., "Effect of Train Shape on a Compression Wave Generated by a Train Moving into a Tunnel", 한국전산유체공학회 초록집, pp. 30-36, 1995

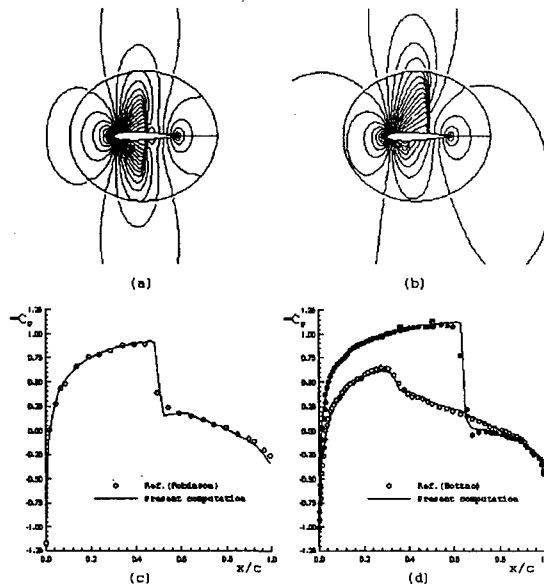


Fig. 1 NACA0012 에어포일, 마하수 0.8

등압력선도 : (a) $\alpha = 0^\circ$ (b) $\alpha = 1.25^\circ$, 표면압력계수 : (c) $\alpha = 0^\circ$ (d) $\alpha = 1.25^\circ$

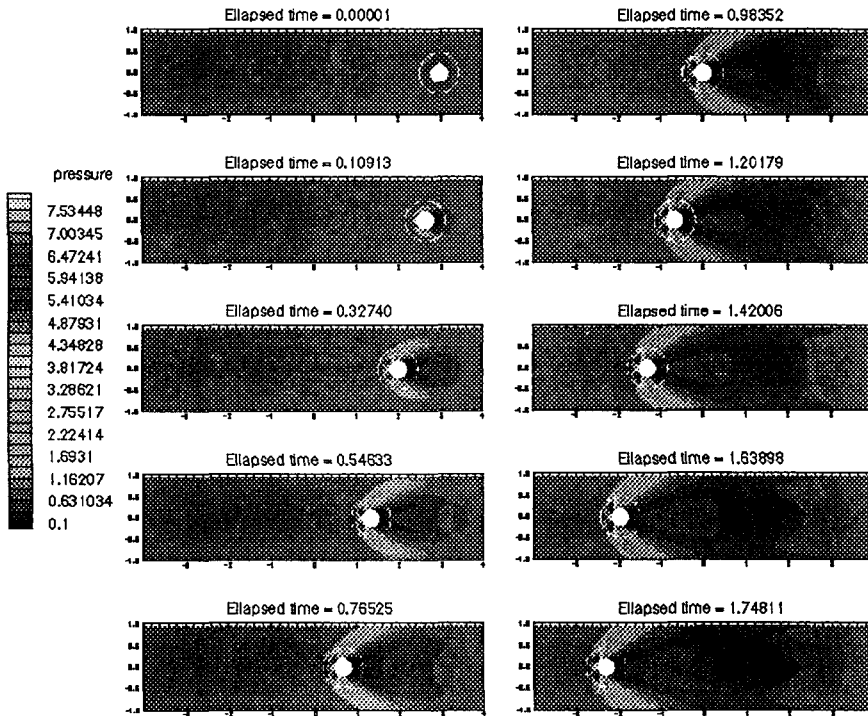


Fig. 2 마하수 3.0으로 순간적인 출발을 하는 원형실린더의 입의시간에서의 등압력선도

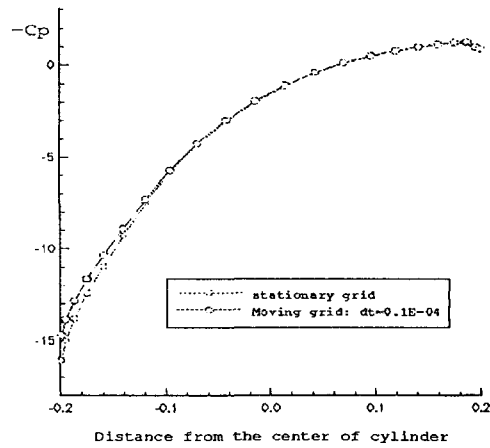
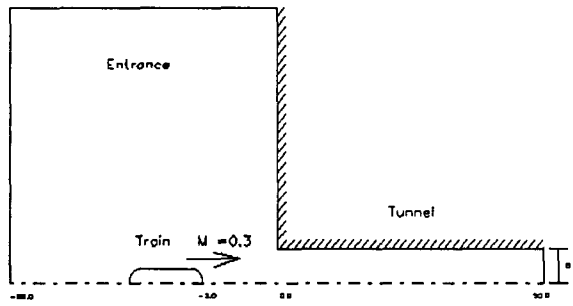
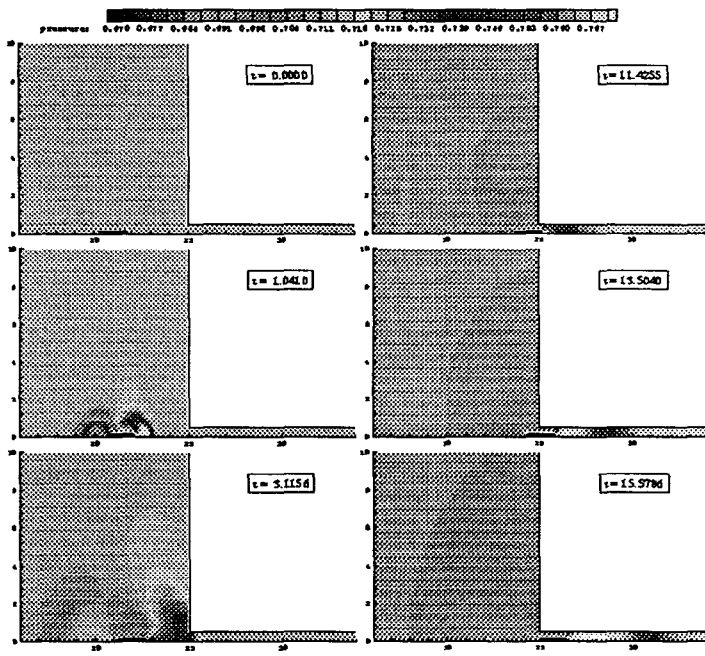


Fig. 3 정상 상태와 비정상상태의 표면압력계수 비교(실린더 문제)

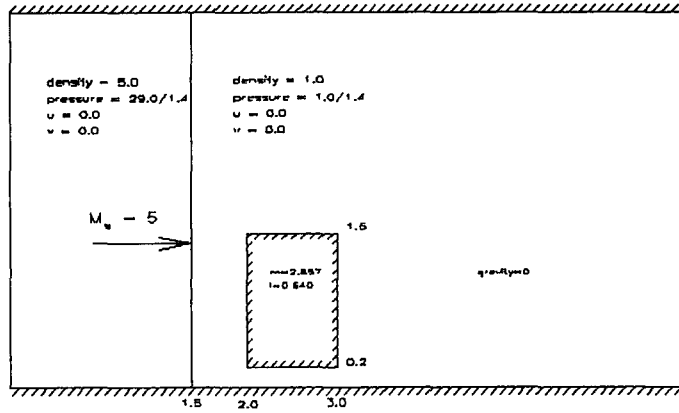


(a)

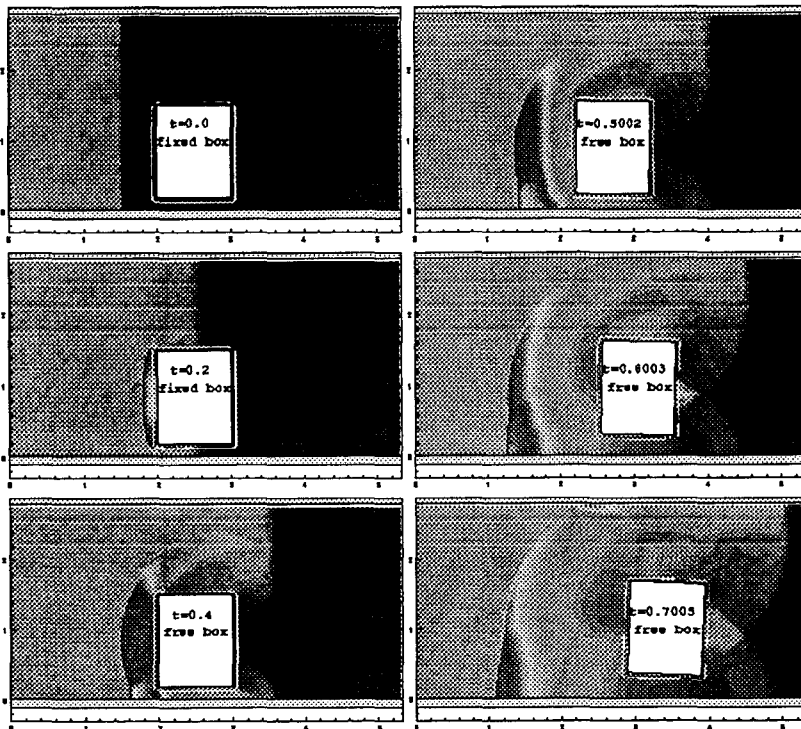


(b)

Fig. 4 터널 내로 진입하는 고속전철을 모사한 문제의 유동조건과 초기 마하수 0.3으로 순간적인 출발을 할 때와 터널 진입 때의 등압력선도



(a)



(b)

그림 5. 충격파 입사에 의한 사각형 상자의 비정상 운동 해석의 유동조건과 입의의 시간에서의 등압력선도