

Chimera 격자계를 이용한 Euler/Navier-Stokes Solver의 개발

Development of Euler/Navier-Stokes Solver using Chimera Grid Method

○ 이 승수¹⁾, 박 민우²⁾ 조 금원³⁾, 권 장혁⁴⁾
S. Lee, M. Park, K. W. Cho, J. H. Kwon

An Euler/Navier Stokes solver has been developed for the analysis of steady and unsteady flows. The $q-\omega$ turbulent model has been incorporated into the solver in strongly coupled manner for stability and robustness. A new Chimera hole cutting algorithm, Cut-paste algorithm, has been devised for automatic Chimera hole cutting. Number of viscous/inviscid numerical computations demonstrate the accuracy and the versatility of the solver.

1. 서 론

정상 및 비정상 유동장의 해석을 위하여 Chimera 격자계를 이용한 비정상 Euler/Navier-Stokes solver가 개발하였다. Chimera 격자계는 복잡한 물체주위에 격자구성이 용이하기 때문에 공학적으로 그 유용성이 높다. 본 논문에서 개발된 solver는 Chimera 격자계 및 다구역 격자계(Multi-block grid system)를 동시에 사용할 수 있어, solver의 수정이 없이 복잡한 유동장을 해석할 수 있다. 본 논문에 사용된 수치해석 기법은 공간 이산화 방법은 유한 체적법을 기본으로 한 Roe의 FDS(Flux Difference Scheme)이다. 또한, 2차 이상의 공간 이산화오차를 갖도록 MUSCL(Monotone Upwind Scheme for Conservation Law)방법을 적용하였다. Minmod 또는 Van Alabada의 Limiter를 이용하여 TVD(Total Variation Diminishing) 성질을 갖도록 하였다. 이중시간 적분법(Dual Time Stepping)을 도입하여 비정상 유동을 해석할 수 있도록 하였다. 난류 모델링으로는 Coakley⁽¹⁾의 low Reynolds수 $q-\omega$ 모델을 사용하였으며, 이 모델은 $k-\epsilon$ 모델과 달리 벽면 근처에서 source 항이 수학적으로 bounded되어 있어 수치적분이 용이한 것으로 알려져 있다. 수치해의 안정적 적분을 위하여 Navier-Stokes 방정식과 2개의 난류 방정식을 강하게 연계(strongly coupled)하여 내재적 방법인 ADI를 이용하여 수치해석을 수행하였다.

격자계 모듈은 Chimera 홀절단, Donor Cell 찾기의 두 단계로 구분할 수 있다. 본 연구에서는 완전히 자동적이며, 최소의 사용자 입력과 임의의 형상에 대해 강건성을 갖는 중첩 격자계를 구성하기 위하여 반복적 방법인 Cut-paste 알고리즘⁽²⁾을 고안하여 적용하였다. 또한, Donor cell 찾기에 대해 본 연구에서는 Stencil-walk와 Newton-Raphson방법을 사용한 Gradient search의 2단계 Search방법을 사용하였다. 비정상 유동에서 찾기 속도를 증가시키기 위하여 전 시간단계에서 구해진 삼각점과 계수를 다음 시간 단계의 초기치로 사용하는 동적 찾기(Dynamic search)방법을 사용하였다.

본 논문은 개발된 Euler/Navier-Stokes Solver와 Chimera 격자계 구성 방법을 소개하고 개발된 Solver의 정확도를 보이기 위하여 점성 및 비점성 유동장에 대하여 수치해석의 결과를 보일 것이다. 또한, 3차원 외부장착물 분리운동 해석을 통하여 개발된 solver의 유용성을 보일 것이다.

1) 국방과학연구소 (305-600, 대전시 유성우체국 사서함 35-3, phone 042-821-2314)

2) 국방과학연구소 (305-600, 대전시 유성우체국 사서함 35-3, phone 042-821-2313)

3) 한국과학기술원 항공우주공학과 (305-701 대전시 유성구 구성동 373-1, phone 042-869-5755)

4) 한국과학기술원 항공우주공학과 (305-701 대전시 유성구 구성동 373-1, phone 042-869-3715)

2. 지배방정식 및 수치기법

식의 기술을 간단히 하기 위하여 2차원 문제에 대하여 논하기로 한다. Navier-Stokes 방정식과 낮은 Reynolds수 $q - \omega$ 난류 방정식을 함께 적분식 형태로 쓰면 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} Q dV + \int_{\partial V(t)} F dS = \int_{\partial V(t)} F_v dS + \int_{V(t)} S dV \quad (1)$$

$$Q = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ eq \\ \omega \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} \rho k \\ \rho k u + p' n_x \\ \rho k v + p' n_y \\ (e + p')k + p' \xi_t \\ \rho k q \\ \rho k \omega \end{pmatrix}$$

$$F_v = \begin{pmatrix} 0 \\ n_x \tau_{xx} + n_y \tau_{yx} \\ n_x \tau_{xy} + n_y \tau_{yy} \\ n_x \Omega_x + n_y \Omega_y \\ \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_q}\right) \left(n_x \frac{\partial q}{\partial x} + n_y \frac{\partial q}{\partial y}\right) \\ \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega}\right) \left(n_x \frac{\partial \omega}{\partial x} + n_y \frac{\partial \omega}{\partial y}\right) \end{pmatrix} \quad S = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ C_{q1} \left(C_\mu D_q \frac{S}{\omega^2} - \frac{2}{3} \frac{D}{\omega} - 1\right) \rho \omega q \\ \left[C_{\omega 1} \left(C_\mu \frac{S}{\omega^2} - C_{\omega 3} \frac{D}{\omega}\right) - C_{\omega 2}\right] \rho \omega^2 \end{pmatrix}$$

여기에서, $p' = p + 2/3 \rho q^2$ 이며, $k = -\xi_t + n_x u + n_y v$ 이며, $\xi_t = \xi_x n_x + \xi_y n_y$ 으로 정의된다. 또한, $\Omega_x = u \tau_{xx} + v \tau_{xy} + k' \partial T / \partial x$, $\Omega_y = u \tau_{xy} + v \tau_{yy} + k' \partial T / \partial y$ 으로 정의된다. 상태방정식은 완전기체에 대하여, $p = (\gamma - 1) \{e - 1/2 \rho (u^2 + v^2 + w^2) - \rho q^2\}$ 으로 주어진다. $q - \omega$ 모델의 모델링 계수는 다음과 같이 주어진다.

$$C_{\omega 1} = 0.5 D_q + 0.055 \quad R_q = \frac{Re}{M_\infty} \frac{\rho q v}{\mu_m}$$

$$C_{q1} = 0.5 \quad C_{\omega 2} = 0.833 \quad C_{\omega 3} = 2/3$$

$$\sigma_q = 0.8 \quad \sigma_\omega = 2.0 \quad C_\mu = 0.09$$

$$S = (u_{i,j} + u_{j,i}) u_{i,j} - \frac{2}{3} D^2 \quad D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \quad D_q = 1 - \exp(-0.022 R_q)$$

난류계수는 다음 식으로부터 구한다.

$$\mu_t = C_\mu D_q \frac{Re}{M_\infty} \frac{\rho q^2}{\omega}$$

본 논문에서 개발된 solver는 TVD (Total Variation Diminishing) 방법을 사용하여 그 정확도가 높고 강건한 수치해석방법이다. TVD 방법은 반복수행에서 수치적으로 발생할 수 있는 주름을 제한자 (limiter)를 사용하여 전변화 (Total Variation)가 항상 감소하도록 고안되었다. 또한, 2~3차의 공간이산화오차를 갖도록 MUSCL (Monotone Upwind Scheme for Conservation Law)⁽⁴⁾ 방법을 적용하여 그 해석의 정확도가 높다. 비정상 유동장을 해석하기 위하여 정상류 해석 프로그램에 이중시간 적분법 (Dual Time Stepping)⁽⁵⁾을 적용하였다. 이중시간 적분법은 내재적 방법이 갖고 있는 선형화오차와 ADI (Alternate Direction Implicit) 방법의 근사 인수분해에 의한 오차를 제거하기 위하여 개발된 방법으로 임의의 시간항을 더하여 이 시간항으로 ADI 방법의 내재적 적분방법을 적용시킨 것이다. 더욱이 이중시간 적분법은 시간 축에 대한 2차의 정확도를 갖고 있다. 난류 방정식의 source term에 의하여 수치적분이 어려운 것으로 알려져 있다. 더욱이, 경계층 내의 종횡비가 큰 격자의

영향으로 수렴성이 많이 떨어지게 된다. 그러므로, 유동 방정식과 난류방정식을 강하게 연결(strongly coupled)하여 수치해석을 수행하기로 하였다. 본 논문에서는 ADI 방법을 상용하였으므로 2차원의 경우에는 6×6 의 submatrix를 3차원의 경우에는 7×7 의 submatrix를 갖는 tri-diagonal block matrix를 풀어야 한다. Chimera 격자계를 이용하므로 해를 정상점(Normal points), 삼간점(Interpolation points) 또는 홀점(Hole points)에 따라 효율적으로 Euler 방정식을 적분하기 위하여, 이중시간 적분법은 다음과 같이 변형하였다.

$$L_i D^{-1} L_j = -k_r \Delta \tau R \quad (2)$$

간류량 R 은 다음 식으로 정의된다.

$$R = \frac{Q^n - Q}{\Delta t} + \frac{1}{V} \{ (\tilde{F}AS)_{i+1/2} - (\tilde{F}AS)_{i-1/2} + (\tilde{F}AS)_{j+1/2} - (\tilde{F}AS)_{j-1/2} \\ - (F_v AS)_{i+1/2} + (F_v AS)_{i-1/2} - (F_v AS)_{j+1/2} + (F_v AS)_{j-1/2} - S \}$$

$$D = \left\{ \frac{\Delta \tau}{\Delta t} + 1 \right\} I - \frac{\Delta \tau}{V} \frac{\partial S}{\partial Q}$$

또한, index n 은 이중시간에 대한 반복계산을 나타내며, \tilde{F} 는 일반 유량 vector F 의 수치 유량 vector이며 k_r 은 blanking index이다. I-방향의 인수는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$L_i = \left[D + k_r \frac{\Delta \tau}{V} \left\{ \frac{\partial \tilde{F}_{i+1/2}}{\partial Q_{i+1}} + \frac{\partial \tilde{F}_{i+1/2}}{\partial Q_i} - \frac{\partial F_{v_{i+1/2}}}{\partial Q_{i+1}} - \frac{\partial F_{v_{i+1/2}}}{\partial Q_i} \right\} \Delta S_{i+1/2} \right. \\ \left. - \left\{ \frac{\partial \tilde{F}_{i-1/2}}{\partial Q_i} + \frac{\partial \tilde{F}_{i-1/2}}{\partial Q_{i-1}} - \frac{\partial F_{v_{i-1/2}}}{\partial Q_i} - \frac{\partial F_{v_{i-1/2}}}{\partial Q_{i-1}} \right\} \Delta S_{i-1/2} \right] \quad (3)$$

J-방향 또한 같은 형태를 취한다.

3. Chimera 격자계 구성

격자계 모듈은 Chimera 홀절단, Donor Cell 찾기의 두 단계로 구분할 수 있다. 현존하는 중첩격자계 code의 경우, PEGASUS⁽⁶⁾는 사용자가 홀점 및 홀절단 경계를 정의해 주어야 하며 DCF3D⁽⁷⁾는 구, 원뿔 등의 형상을 이용하여 홀경계를 구성하고 있다. 이들 code들의 홀절단 과정은 적절한 홀점을 얻기 위하여 사용자의 많은 노력과 시간 및 경험을 필요로 한다. 본 연구에서는 완전히 자동적이며, 최소의 사용자 입력과 임의의 형상에 대해 강건성을 갖는 중첩격자계를 구성하기 위하여 반복적 방법인 Cut-paste 알고리즘을 고안하여 적용하였다.

유동장 해석 모듈에서 사용되는 벽면과 대칭면 등의 NPBC (Non-Penetrable Boundary Condition)를 이용하여 초기 홀경계를 구성하며, 홀경계를 Zones of interference 알고리즘과 Hole-map 알고리즘에 적용하여 초기 홀점들을 구성한다. 구성된 홀경계점(프린지점)들과 부 격자계의 외각경계를 이용하여 프론트를 구성하고 이를 전진하여 새로운 홀점들을 만들어 낸다. 위의 과정을 반복하여 구성된 격자간 중첩영역은 최적의 삼간 영역을 갖게 된다. Cut-paste 방법은 프론트의 전진 여부에 따라 자동모드, 수동모드, 또는 혼합모드의 세 가지로 사용될 수 있다. 특히, 자동모드를 이용하면 격자간 교차 영역이 교체 경계면들 사이의 중간영역에서 구성되므로 해의 질을 높일 수 있게 된다. 이는 삼간이 유동의 변화가 적은 부분에서 이루어지게 되기 때문이다. 그러나, 자동모드는 다른 모드에 비하여 많은 계산시간이 필요하다.

Donor cell 찾기에 대해 본 연구에서는 Stencil-walk와 Newton-Raphson 방법을 사용한 Gradient search의 2단계 Search 방법을 사용하였다. 이는 임의의 삼간점에 대해 가장 가까

은 점을 Stencil-walk를 이용하여 찾고 그 찾아진 점이 적절한 Donor cell이 되도록 Gradient search방법을 사용하는 것이다. 또한, 비정상 유동에서 찾기 속도를 증가시키기 위하여 동적 찾기(Dynamic search)방법을 사용하였다. 이는 전 시간단계에서 구해진 삼각 점과 계수를 다음 시간 단계의 초기치로 사용하는 것이다. 상대운동 거리가 시간에 따라 작을 경우 단 1, 2회의 Newton-Raphson 반복 계산으로 만족하는 Donor cell들을 찾아낼 수 있다.

4. 수치해석 결과

개발된 Solver의 정확도를 확인하기 위하여 풍동시험 결과가 있는 RAE2822 익형의 천음속 유동장을 해석하였다. 그림 1에는 $M_\infty=0.725$, $\alpha=2.92^\circ$, $Re=6.5 \times 10^6$ 에 대한 표면 압력분포를 풍동시험치⁽⁸⁾와 ONERA⁽⁹⁾의 계산 결과와 비교하였다. 풍동시험치의 반음각은 풍동 벽면의 영향이 보정되지 않은 값으로 본 논문의 계산치는 풍동시험치와 차이를 보이고 있으나 두 계산 결과는 서로 일치하고 있음을 알 수 있다. 그림 2에는 표면 마찰계수를 풍동시험 결과와 비교하였다. 그림 3에는 두 개의 NACA0012익형이 0.5c만큼 떨어져 있는 경우의 구성된 Chimera 격자계를 보여주고 있다. Wake의 정확한 계산을 위하여 부격자계가 후방으로 길게 제작되었다. 그림 4에서는 등 마하선도를 실었다. 그림에서 보듯이 대칭적인 마하수 분포를 얻을 수 있었다.

CTS 결과가 있는 Eglin Wing+Pylon+Store⁽¹⁰⁾의 분리운동을 해석하였다. 유동의 조건은 자유류 마하수는 0.95이며 고도 26,000ft의 경우이다. 외부장착물의 무게, MOI (Moment of inertia) 및 c.g.의 위치, Ejector의 특성은 참고문헌의 것을 이용하였다. 주의 주위는 129×44×49 크기의 O-H 형태 격자계를 구성하여 주 격자로 삼았다. 또한, Pylon 주위는 121×27×26 크기의 O-O 형태의 격자계, 4개의 다구역 격자계로 구성된 외부장착물 주의의 격자계(4×130×32×25)를 이용하였다. 또한 105×51×85개로 구성된 H-H 형태의 격자계를 이용하여 삼각을 용이하게 하였다. 그림 5에는 Wing+Pylon+Store의 표면 격자계가 있다.

외부장착물 분리운동의 해석은 시간간격 $\Delta t=0.005$ 를 이용하였으며, 이는 참고문헌 9에서 사용한 값의 10배이다. 그림 6과 7에는 개발된 S/W로 계산된 궤적을 CTS의 결과와 비교하였다. 축방향의 궤적에서 차이를 보이는 것은 Euler code를 이용하여 항력이 작게 예측된 것에 기인한다. 그림 8와 9에는 Force와 Moment 계수를 CTS 결과와 비교하였다. 점성효과에 의한 항력이 포함되지 않기 때문에 항력이 작게 예측되었음을 확인할 수 있다. 큰 Yaw angle (15도 이상)에서 Yawing moment가 잘 일치하지 않는 것도 Euler code의 특성 때문이라 하겠다. 또한, 풍동에서 얻어진 공력계수는 정상상태 (Steady state)의 값이므로 속도와 각속도가 비교적 클 때 비정상력을 포함한 계산치는 풍동시험 결과와 차이를 보이게 된다. 대체적으로 본 논문의 결과와 풍동시험 결과는 아주 잘 일치하는 것을 볼 수 있다. 그림 10에는 외부장착물의 표면 압력 분포를 풍동 시험치와 비교한 것이다. 그림 8,9와 비교하면 Pylon에 의한 외부장착물 표면 압력의 영향을 확인할 수 있다. 초기 위치에서는 Pylon의 영향이 가장 크며 시간이 지남에 따라 그 영향이 작아 짐을 알 수 있다. 계산된 시간에 따른 비정상 표면 압력분포는 풍동 시험치와 아주 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

5. 결론

정상/비정상 유동장을 해석할 수 있는 Euler/Navier-Stokes Solver가 개발되었다. 풍동시

험치가 알려져 있는 경우에 대하여 solver의 정확도를 확인하였으며, 운동 방정식과 결합하여 외부장착물이 날개로부터 분리 궤도를 예측하여 이를 풍동시험치와 비교하여 개발된 solver의 유용성을 보였다. 앞으로는 3차원 Navier-Stokes solver를 완결하는 연구를 수행할 것이다.

참고문헌

1. Coakley, T. J., "Turbulence Modeling Methods for the Compressible Navier-Stokes Equations," AIAA paper 93-1693, 1983.
2. K. W. Cho, J. H. Kwon and S. Lee, "Development of an Efficient Overlapped Grid System for the Steady and Unsteady Problems," 6th International Conference on Numerical Grid Generation in Computational Field Simulations, pp.171-180, Greenwich, July 6-9, 1998
3. 이 승수, "흡입구 유동을 고려한 항공기 유동장의 수치해석," 한국항공우주학회지 제25권 제5호, 1997.
4. Van Leer, B., "Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme. V. A Second Order Sequel to Godunov's Method," J. of Comp. Physics, Vol. 32, 1976.
5. Merkle, C. L., and Athavale, M., "Time-Accurate Unsteady Incompressible Flow Algorithms Based on Artificial Compressibility," AIAA paper 87-1137, 1987.
6. Suhs, N. E., "Tutorial : PEGASUS Version 4.0," 2nd Overset Composite Grid and Solution Technology Symposium, Florida, 1994.
7. Meakin, R. L., "Tutorial : DCF3D," 2nd Overset Composite Grid and Solution Technology Symposium, Florida, 1994.
8. Cook, P. H, McDonald, M. A., and Firmin, M. C. P., "Aerofoil RAE 2822 Pressure Distributions and Boundary Layer and Wake Measurement," AGARD Advisory Report No. 138, 1979.
9. Thilbert, J. J., Private Communication, 1995.
10. Lijewski, L. E. and Suhs, N. E., "Time-Accurate Computational Fluid Dynamics Approach to Transonic Store Separation Trajectory Prediction," J. of Aircraft. Vol. 31, No. 4, 1994.

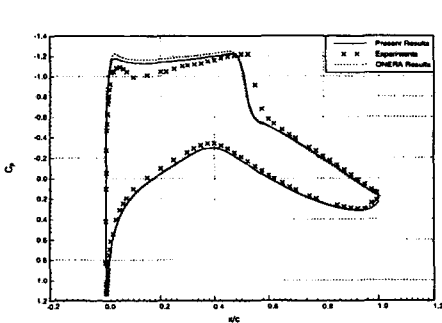


Fig.1 Surface Pressure Coefficients, RAE2822
 $M_\infty = 0.725, \alpha = 2.92^\circ, Re = 6.5 \times 10^6$

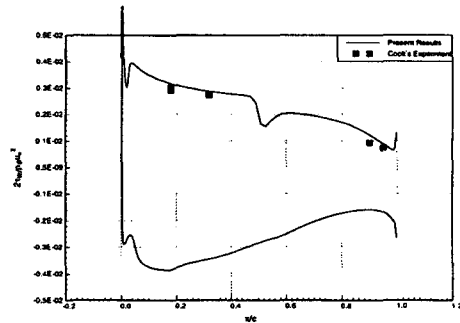


Fig.2. Surface Skin Friction

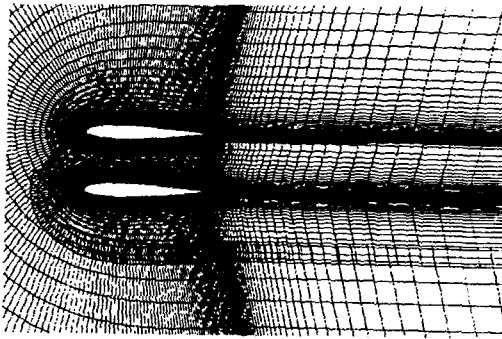


Fig3. Chimera Grid System over two NACA0012 Airfoils

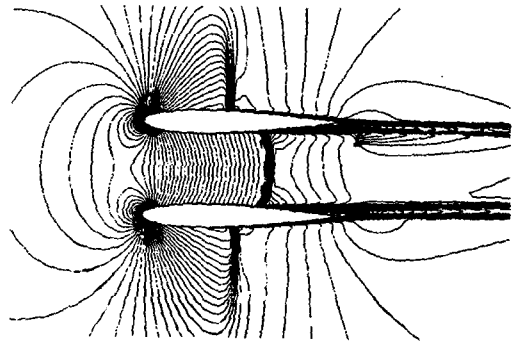


Fig.4 Iso-Mach Contours

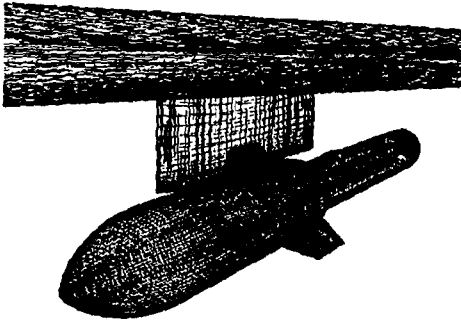


Fig. 5 Surface Grid of Wing/Pylon/Store

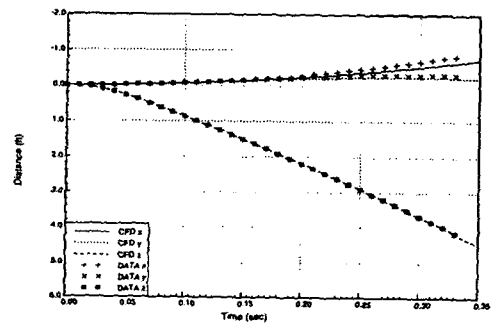


Fig 6 Linear Trajectories

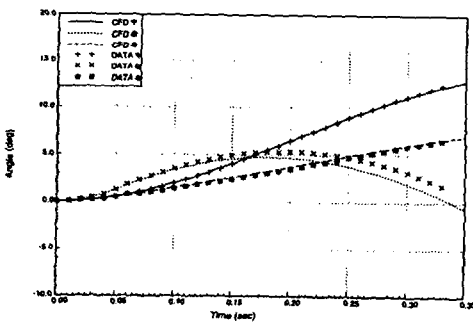


Fig. 7 Angular Trajectories

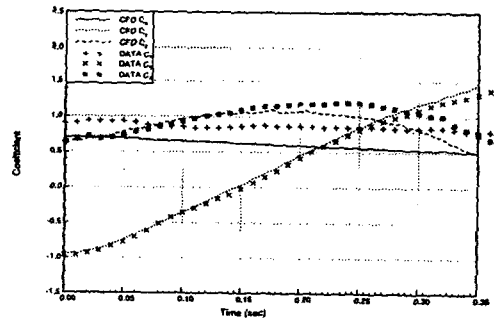


Fig. 8 Force Coefficients

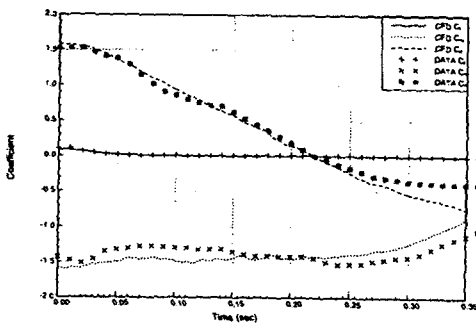


Fig 9 Moment Coefficients

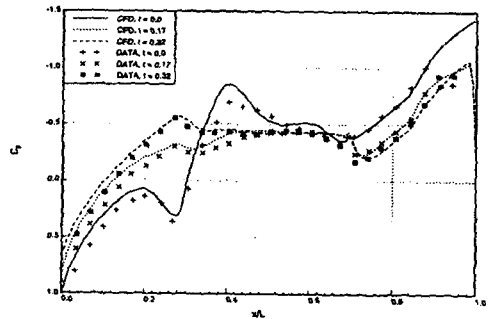


Fig. 10 Surface Pressure Coef. $\phi = 5^\circ$