

2-방정식 난류모델을 이용한 고양력 익형 주위의 비압축성/압축성 유동장 해석

Incompressible/Compressible Flow Analysis over High-Lift Airfoil Using Two-Equation Turbulence Models

김창성, 김종암, 노오현
(서울대학교 항공우주공학과)

ABSTRACT

The two-dimensional incompressible and compressible Navier-Stokes codes are developed for the computation of the viscous turbulent flow over high-lift airfoils. Incompressible code using pseudo-compressibility and dual-time stepping method involves a conventional upwind differencing scheme for the convective terms and LU-SGS scheme for time integration. Compressible code also adopts an FDS scheme and LU-SGS scheme. Several two-equation turbulence models (the standard $k-\epsilon$ model, the $k-\omega$ model, and $k-\omega$ SST model) are evaluated by computing the flow over single and multi-element airfoils. The compressible and incompressible codes are validated by computing the flow around the transonic RAE2822 airfoil and the NACA4412 airfoil, respectively. Both the results show a good agreement with experimental surface pressure coefficients and velocity profiles in the boundary layers. Also, the GA(W)-1 single airfoil and the NLR7301 airfoil with a flap are computed using the two-equation turbulence models. The grid systems around two- and three-element airfoil are efficiently generated using Chimera grid scheme, one of the overlapping grid generation methods.

서론

최근 들어 컴퓨터 성능의 향상으로 전산유체역학(CFD)을 이용한 설계 방법이 다중요소 익형 설계의 새로운 분야로 자리잡고 있다. 실제적인 설계과정에 앞서 다중요소 익형 주위의 유동장을 효율적이고 정확하게 해석할 수 있는 유동 해석 코드 개발이 선행되어야 한다. 본 연구의 목적은 이러한 다중요소 익형 주위의 복잡하고 난해한 난류 점성 유동장을 정확하고 효율적으로 해석할 수 있는 코드를 개발하는 것이다.

일반적으로 다중요소 익형 주위의 자유류 마하수는 0.1에서 0.4이고, 레이놀즈수는 10^6 에서 4×10^7 이므로 비압축성 유동으로 가정될 수 있다. 따라서 다중요소 익형 주위의 유동장을 효율적으로 해석하기 위해 비압축성 Navier-Stokes 코드를 개발하였다. 그러나, 자유류 마하수가 증가하여 앞전 슬랫에 많은 공력 하중이 작용하는 경우에는 압축성 효과를 반드시 고려해야 한다.[1] 또한, 실속각에 가까운 높은 받음각에서는 비압축성 코드가 수렴을 잘 하지 않고 비정상성(unsteadiness)을 나타낼 수 있다. 이러한 이유로 본 연구에서는 압축성 Navier-Stokes 코드 계산도 병행하였으며 그 결과를 비압축성 계산 결과 및 실험 결과와 함께 비교하였다.

최대 양력 받음각에 가까운 비교적 높은 받음각에서의 난류 합류 경계층이나 유동 박리현상 등과 같은 복잡하고 난해한 물리적 현상으로 인해 다중요소 익형 주위의 유동장을 수치적으로 정확하게 해석하는 것은 매우 어렵다. 이러한 난류 유동 해석을 위해 본 연구에서는 세 가지의 2-방정식 난류 모델($k-\epsilon$, $k-\omega$, $k-\omega$ SST)을 적용하였다. 전형적인 $k-\epsilon$ 모델들은 경계층내부에서 점성 효과를 고려하기 다양한 벽함수(wall functions)를 적용하여 비교적 좋은 결과들을 보여주고 있다. 이러한 $k-\epsilon$ 모델들과는 달리 $k-\omega$ 모델은 이러한 함수식을 사용하지 않고도 경계층내부에서 좋은 결과들을 보여 주고 있다. 따라서 코드의 병렬처리에 요구되는 간결성에서 $k-\omega$ 모델이 $k-\epsilon$ 모델들에 비해 우수성을 갖는다. 그러나, $k-\omega$ 모델은 원방 경계의 자유류값에 아주 민감하기 때문에 세심한 주의가 요구되지만 $k-\epsilon$ 모델들은 자유류값에 거의 영향을 받지 않는다. 이와 같이 경계층내부와 원방에서의 두 난류 모델이 갖는 장점만을 채택한 $k-\omega$ SST 모델이 Menter에 의해 개발되었다.

이상의 세가지 난류 모델을 각각 압축성과 비압축성 유동장 해석에 적용하였다. 압축성 코드는 RAE 2822 천음속 익형에 적용하고, 비압축성 코드는 NACA 4412 익형에 적용하여 실험결과와 비교 검증하였다. 그리고, 이 두 코드를 NASA GA(W)-1 익형에 적용하여 압축성 효과를 살펴보고 그 결과들을 실험 결과와도 비교하였다. 또한 뒷전 플랩이 장착된 NLR 7301 다중요소 익형에도 적용하였다.

수치 해법

지배 방정식

지배 방정식은 2차원 비정상 압축성/비압축성 Navier-Stokes 방정식으로 보존형 텐서형으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho u_k) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j u_i) &= -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \hat{\tau}_{ji}}{\partial x_j} \\ \frac{\partial \rho e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho e u_j) &= -\frac{\partial p u_j}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j}[u_i \hat{\tau}_{ij} - q_j] \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, τ_{ji} 와 q_j 는 각각 전단 응력과 heat flux를 나타내며, 완전한 압축성 방정식을 구성하기 위해 다음과 같은 상태방정식이 적용된다.

$$p = \rho(\gamma - 1) \left[e - \frac{1}{2}(u^2 + v^2) \right]$$

그러나, 비압축성 코드는 열전달이 중요하지 않은 경우에 에너지 방정식을 포함하지 않는다. 그리고 밀도를 일정하게 가정하면 식 (1)은 다음과 같이 간단하게 표현된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} &= 0 \\ \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(u_j u_i) &= -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \hat{\tau}_{ji}}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (2)$$

Turbulence Models

난류 유동장 해석을 위해 Wilcox의 $k-\omega$ 모델[9, 10], 벽면 함수를 사용하지 않은 표준형 $k-\varepsilon$ 모델[13], 그리고 Menter의 $k-\omega$ SST 모델[11, 12]을 적용하였다. 가장 많이 사용되고 있는 2-방정식중의 하나인 $k-\varepsilon$ 모델들은 벽면 근처의 정확한 경계층 내부 유동 계산을 위해 여러 가지 벽함수들을 사용한다. 이러한 벽함수들은 코드화하는 데 많은 수고를 요구한다. 그러나 원방 경계에서의 자유류값에 영향을 받지 않는 장점이 있다. 반면에 $k-\omega$ 모델은 복잡한 벽함수를 사용하지 않고도 경계층 내부의 유동을 잘 예측하므로 코드의 병렬 처리화 등에 있어서 방정식을 코드화하기가 편리한 장점이 있다. 그러나, 원방에서의 자유류값에 아주 민감하므로 세심한 주의가 요구된다. 이러한 두 난류 모델의 장점만을 채택한 것이 $k-\omega$ BSL 모델이다. 이 모델에 난류 전단응력의 전달 효과를 고려하여 난류 생성항이 소산항보다 과다한 값을 갖지 않게 보정한 것이 $k-\omega$ SST 모델이다. 이 난류 모델은 벽함수를 사용하지 않고 원방에서의 자유류값에도 영향을 받지않는 성질을 가지며 수치 결과도 여러 경우에 있어서 실험과 잘 일치하는 것으로 알려져 있다.

Numerical Approach

지배 방정식은 유한 체적법에 근거하여 계산되었다. Pseudo-compressibility 기법과 dual-time stepping 기법[6, 7, 8]을 적용한 비압축성 코드는 공간 이산화에 있어서 압축성 코드와 같이 Roe의 FDS(Flux Difference Splitting) 기법에 근거한 풍상 차분법[3, 4]이 사용되었으며 MUSCL 내삽 기법을 적용하여 3차의 공간 정확도를 갖도록 하였다. 시간 적분에 있어서도 비압축성 코드와 압축성 코드 모두 적용이 간편하고 경제적인 Yoon의 LU-SGS 기법[5]이 사용되었다.

다중요소 익형은 일반적으로 복잡한 형상을 갖기 때문에 단일 블록으로 격자계를 구성하기가 매우 어렵다. 그래서, patched 격자계나 겹침 격자계 혹은 비정렬 격자계 등이 현재 많이 사용되고 있다. 본 연구에서는 효율적인 점성 격자구성을 위해 겹침 격자계 중의 하나인 Chimera 격자계[2]를 적용하였다. 각 격자계간 정보전달은 강건하고 적용이 편리한 bilinear interpolation 알고리즘을 적용하였다

수치 코드 검증

압축성 코드 검증

압축성 코드의 검증을 위해 받음각 2.79도, 마하수 0.73, 레이놀즈수 6.5×10^6 에서 RAE 2822 천음속 익형을 계산하였다. 계산 격자는 129×65 크기의 O형 격자를 적용하였으며 벽면에서의 첫번째 격자 간격은 날개길이의 1×10^{-5} 배의 크기를 갖는다. 또한, 격자 밀집도에 따른 난류 모델들의 민감도를 살펴보기 위해 241×81 크기의 밀한 격자도 적용하였다. 원방 경계는 두 격자 모두 날개코드 길이의 약 25 배까지 확장하였다. 세가지 난류 모델을 적용한 수치 결과들은 Cook 등[17]이 수행한 실험 결과와 비교하였다. 조밀한 격자와 성긴 격자를 사용하였을 때의 표면 압력분포와 경계층내의 속도 분포는 거의 동일하였다. 두 격자를 사용했을 경우의 표면압력계수는 그림 1에 나타나 있다. $k-\omega$ 모델이 다른 두 난류 모델과 충격파 위치에 있어 약간의 차이를 보이고 있으나 전체적으로 실험 결과와 잘 일치하고 있다. 각 모델의 특성은 그림 2에 있는 날개 윗면의 $x/c = 0.574, 0.650, 0.750, 0.900$ 에서의 속도 분포를 보면 더욱 분명히 알 수 있다. 충격파 근처에서는 $k-\omega$ 모델이 실험결과와 비교적 잘 맞지만 충격파 이후의 후류 영역으로 갈수록 $k-\omega$ SST 모델이 실험 결과와 잘 일치하는 것을 알 수 있다. 수렴성은 압축성 코드에 있어서 세가지 난류 모델이 모두 비슷한 경향을 가지며 초기 오차값의 10^{-4} 배까지 약 2000번의 반복회수가 필요하였다.

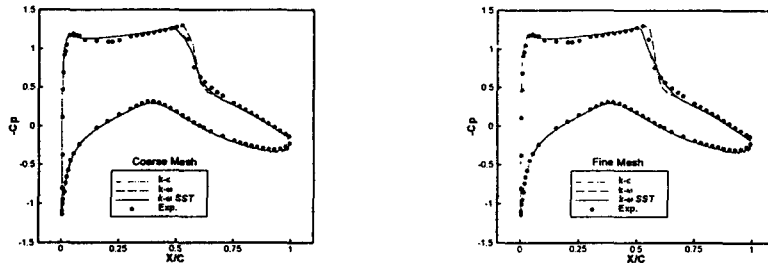


Figure 1. Surface Pressure Coefficients of RAE 2822 ($M = 0.73, Re = 6.5 \times 10^6, AOA = 2.79$)

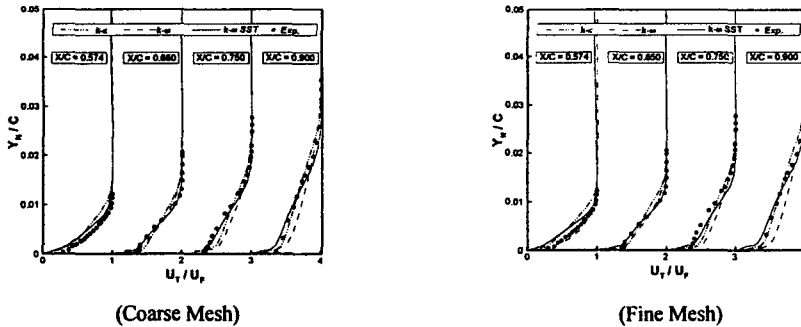


Figure 2. Velocity Profiles of RAE 2822 on the upper surface ($M = 0.73, Re = 6.5 \times 10^6, AOA = 2.79$)

비압축성 코드 검증

비압축성 코드의 검증을 위해 NACA 4412 익형을 받음각 13.87도, 레이놀즈수 1.52×10^6 에서 계산을 수행하였다. 계산 격자는 241×81 크기의 O형 격자를 사용하였으며 벽면에서의 첫번째 격자 간격은 날개코드 길이의 1×10^{-5} 배의 크기를 갖는다. 원방 경계는 날개 길이의 약 25 배까지 확장하였다. 수치 계산 결과는 Coles와 Wadcock[18]이 수행한 실험 결과와 비교하였다. 실험 조건에 의하여 천이점을 날개 윗면과 아랫면의 각각 $x/c = 0.025$ 와 0.103 으로 하였다. 천이를 고려하기 위해 그 영역의 전방류에서는 난류 에너지 전달 방정식의 생성항의 값을 0으로 주었다. 이 결과는 천이를 고려하지 않은 계산 결과와 함께 그림 3에서 실험 결과와 비교되었다. 이러한 천이 효과가 경계층 내부의 속도 분포에 미치는 영향은 그림 4에 나타나 있다. 날개 윗면의 $x/c = 0.620, 0.731, 0.842, 0.879$ 에서의 속도 분포를 실험 결과와 비교하였다. 유동 박리가 시작된 이후의 후류 역압력 구배 영역에서 $k-\omega$ SST 모델이 실험 결과와 아주 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. 세가지 난류 모델을 적용한 비압축성 코드의 수렴성은 모두 비슷한 경향을 가지며 초기 오차값의 10^{-4} 배까지 약 3000번의 반복회수가 필요하였다. 그리고, 천이 효과를 고려한 경우의 수렴성이 천이를 고려하지 않은

경우보다 안정적인 수렴 경향을 보였다.

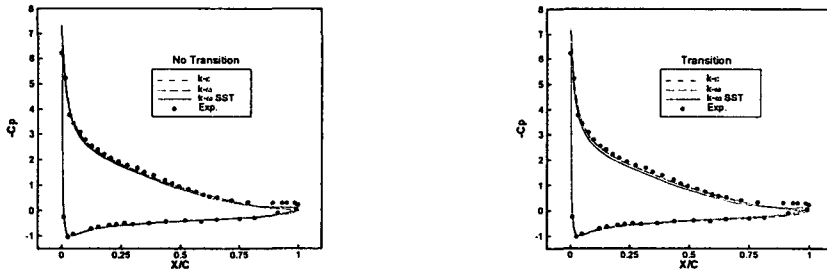


Figure 3. Surface Pressure Coefficients of NACA 4412 ($Re=1.52 \times 10^6$, $AOA=13.87$)

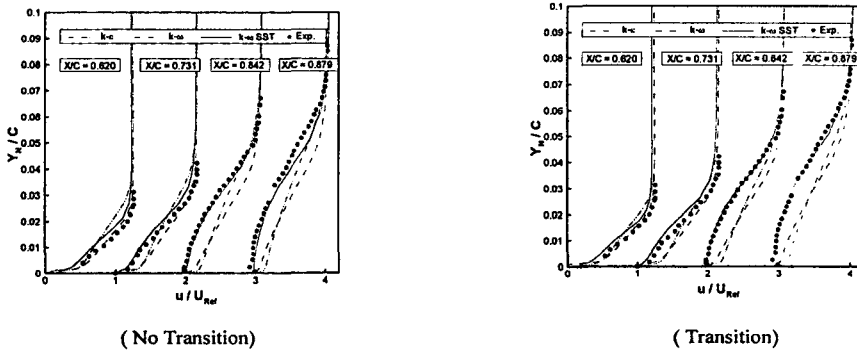


Figure 4. Velocity Profiles of NACA 4412 ($Re=1.52 \times 10^6$, $AOA=13.87$)

수치 계산 결과

NASA GA(W)-1 익형

압축성 코드와 비압축성 코드를 사용하여 NASA GA(W)-1 익형 주위의 유동장을 해석하였다. 이 익형은 최대 두께가 날개코드 길이의 17%이며 뾰족한 앞전 형상을 갖고 뒷전 부근 아랫면에서는 오목한 형상을 갖는다. 유동조건은 자유류 마하수가 0.15, 레이놀즈수가 6.3×10^6 이고, 받음각은 최대 양력 받음각 근처인 16.04도이며 뒷전 부근에 박리 기포가 부착되어 있다. 계산 격자는 241×65 크기의 O형 격자로서 벽면에서의 첫번째 격자 간격은 날개코드 길이의 10^{-6} 배의 크기를 갖도록 하였다. 원방 경계는 날개 길이의 약 25 배까지 확장하였다.

McGheet와 Beasley[19]이 실행한 실험에 의거하여 천이점은 날개 윗면과 아랫면 모두 $x/c=0.08$ 인 점으로 하였으며 그 영역의 전방류에서 난류 에너지 전달 방정식의 생성항의 값을 0으로 주었다. 그림 5에는 각각 비압축성과 압축성 코드의 표면압력분포 결과가 나타나 있으며 실험치와 함께 비교하였다. 전반적으로 세가지 난류 모델 결과가 비압축성과 압축성 유동 모두에서 실험 결과와 비교적 잘 일치하고 있다.

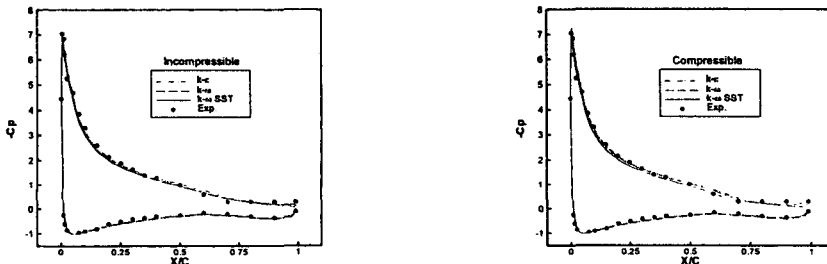


Figure 5. Surface Pressure Coefficients of NACA 4412 ($Re=1.52 \times 10^6$, $AOA=13.87$)

보다 세밀한 차이는 그림 6에 나타나 있는 경계층내부에서의 비압축성과 압축성 속도 분포를 보면 확인할 수 있다. 날개 윗면의 $x/c = 0.50, 0.70, 0.80,$ and 0.93 에서의 속도 분포를 보면 세가지 난류 모델이 앞서 검증에서의 결과와 유사한 경향을 가지는 것을 알 수 있다. 무엇보다도 이 속도 분포의 비교를 통하여 경계층내부에서의 압축성 효과를 발견할 수 있다. 비압축성 속도 분포가 압축성 속도 분포보다 경계층의 두께를 크게 예측하고 있으며, 이는 날개 윗면의 벽면 근처에서 실제 유동이 주위보다 낮은 밀도분포를 갖는데 반해 비압축성 가정은 이 차이를 무시한 결과이다. 초기 오차값의 10^{-4} 배까지 수렴하는 데 필요한 반복 회수는 비압축성의 경우 약 5000번, 압축성의 경우 약 3000번이며 계산 시간은 CrayT3E에서 4개의 프로세서를 사용하여 각각 550초, 720초가 소요되었다. 이 경우와 같이 날개 뒷전 부근의 윗면에 박리 기포가 있는 경우에는 비압축성 코드가 비정상성을 나타낼 수 있으며 압축성 코드에 비해 수렴 효율성에서 크게 우월하지 못하다. 오히려 압축성 코드가 비압축성 코드에 비해 수렴성이 훨씬 안정적이며 강건함을 확인하였다. 이는 pseudo-compressibility 기법을 적용한 비압축성 코드가 실속 받음각 근처와 같은 비교적 높은 받음각에서는 연속 방정식을 완전히 만족시키지 못하는 경향성을 갖기 때문으로 알려져 있다.

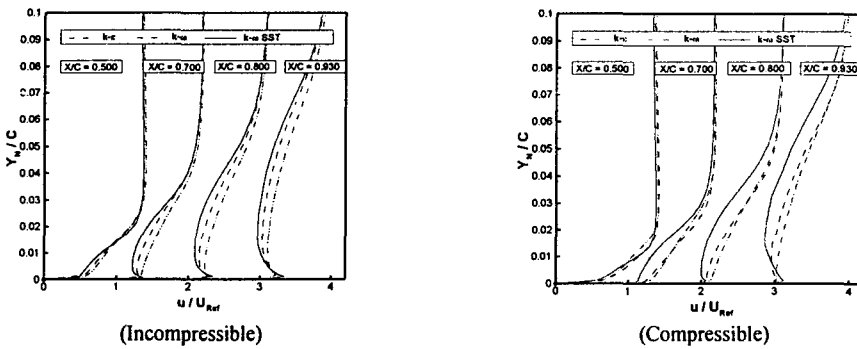


Figure 6. Velocity Profiles of NACA 4412 ($Re=1.52 \times 10^6$, $AOA=13.87$)

플랩이 장착된 NLR 7301 익형

압축성 코드와 비압축성 코드를 뒷전 플랩이 장착된 NLR7301 익형 주위의 유동장 해석에 적용하였다. 유동조건은 자유류 마하수가 0.185, 레이놀즈수가 2.51×10^6 이다. 받음각은 10.1도이며 모든 유동흐름이 날개 표면에 부착되어 있으며 유동박리는 없는 조건이다. Berg[15]가 실행한 실험에서 플랩은 날개코드 길이의 5.3%의 겹침(overlap)과 2.6%의 간격(gap)으로 주날개와 연결되어있으며 플랩각은 20도이다. 이를 위해 계산 격자계는 305×81 크기의 주격자와 161×51 크기의 부격자를 사용하는 Chimera 격자 기법을 적용하여 효율적으로 구성하였다. 주격자와 부격자 모두 벽면에서의 첫번째 격자 간격은 날개길이의 10^{-6} 배의 크기를 갖도록 하였다. 원방 경계는 날개코드 길이의 약 30 배까지 확장하였다.

그림 7에는 각각 비압축성과 압축성 코드의 표면압력분포 결과가 나타나 있으며 실험치와 함께 비교하였다. 전반적으로 세가지 난류 모델 결과가 비압축성과 압축성 유동 모두에서 실험 결과와 비교적 잘 일치하고 있다. 이 받음각에서는 합류 경계층내의 속도 분포가 없어서 실험결과와 비교할 수 없으나 비압축성과 압축성에서의 각 난류 모델의 특성이 유사할 것으로 예측된다.

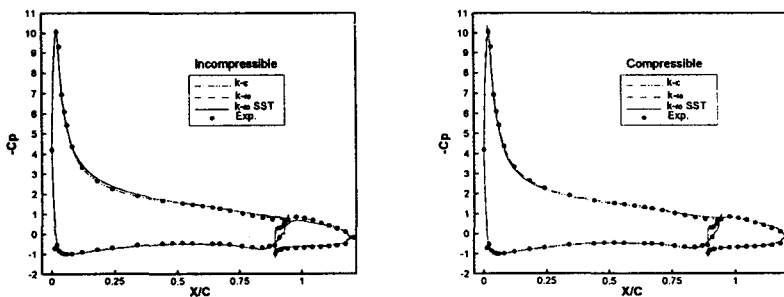


Figure 7. Surface Pressure Coefficients of NLR 7301 with Flap ($Re=2.51 \times 10^6$, $AOA=10.1$)

결론

본 연구에서는 압축성/비압축성 Navier-Stokes 코드를 개발하여 높은 받음각에서의 고양력 익형 주위의 난류 유동장을 해석하기 위해 세 가지의 2-방정식 난류 모델($k-\varepsilon$, $k-\omega$, $k-\omega$ SST)을 적용하였다. 압축성과 비압축성 코드는 각각 RAE2822 천음속 익형과 NACA 4412 익형 주위 유동장을 해석하고 각 난류 모델의 특성을 살펴보고 실험 결과와도 잘 일치함을 검증하였다. 또한 NASA GA(W)-1 익형과 플랩이 장착된 NLR 7301 익형 주위의 유동장을 해석하여 압축성 효과가 각 난류 모델에 미치는 영향과 경계층 내부에 미치는 영향, 그리고 수렴성에 미치는 영향 등을 살펴보았다. 비교적 낮은 받음각에서 비압축성 코드가 계산 반복횟수나 계산 시간에서도 훨씬 효율적이거나, 실속 받음각 근처의 높은 받음각에서와 같이 유동 박리가 있는 경우에 비압축성 코드의 수렴성이 압축성 코드에 비해 강건하지 못함을 확인하였다. 그리고, 앞서 살펴 보았듯이 세가지 2-방정식 난류 모델 중에서 $k-\omega$ SST 모델이 실험 결과와 비교적 잘 일치하였으며 특히 역압력 구배가 있는 후류 영역에서 아주 우수한 성능을 보임을 확인하였다.

참고 문헌

1. Brune, G. W. and McMasters, J. H., "Computational Aerodynamics Applied to High-Lift System," Edited by P. A. Henne, Progress in Astronautics and Aeronautics, Vol. 125, 1990, pp. 389 - 493.
2. Steger, J. L., Doughty, F. C., and Beneck, J. A., "A Chimera Grid Scheme," Advances in Grid Generation, FED, Vol.5, ASME, Edited by Ghia, K. N., New York, 1983, pp. 59-69.
3. Roe, P. L., "Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors and Difference Schemes," Journal of Computational Physics, Vol.43, 1983, pp.357-372.
4. B. van Leer, "Upwind-Difference Methods for Aerodynamic Problems Governed by the Euler Equations," Lectures in Applied Mathematics, Vol.22, 1985, pp.327-337.
5. Yoon, S. and Kwak, D., "Three-Dimensional Incompressible Navier-Stokes Solver Using Lower-Upper Symmetric-Gauss-Seidel Algorithm," AIAA Journal, Vol. 29, June 1991, pp. 874-875.
6. Rogers, S. E., Wiltberger, N. L., Kwak, D., "Efficient Simulation of Incompressible Viscous Flow over Single and Multielement Airfoils," Journal of Aircraft, Vol.30, No.5, Sept-Oct. 1993, pp736-743.
7. Rogers, S. E. and Kwak, D., "Upwind Differencing Scheme for the Time Accurate Incompressible Navier-Stokes Equations," AIAA Journal, Vol. 28, No. 2, February 1990, pp. 253-262.
8. Ok, H. and Eberhardt, D. S., "Development of an Unsteady Incompressible Navier-Stokes Solver and Its Application to the Computations of Separated Flows," AIAA Paper 91-3266, 1991
9. Wilcox, D. C., "Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulence Models," AIAA Journal, Vol. 26, No. 11, 1988, pp. 1299-1310
10. Wilcox, D. C., "Simulation of Transition with a Two-Equation Turbulence Model," AIAA Journal, Vol. 32, No. 2, Feb. 1994, pp. 247-255
11. Menter, F. R., "Influence of Freestream Values on the $k-\omega$ Turbulence Model Predictions," AIAA Journal, Vol. 30, No. 6, August 1992, pp. 1651-1659
12. Menter, F. R., "Two-Equation Eddy-Viscosity turbulence Models for Engineering Applications," AIAA Journal, Vol. 32, No. 8, August 1994, pp. 1598-1605
13. Thangam, S., and Speciale, C. G., "Turbulent Separated Flow Past a Backward-Facing Step: A Critical Evaluation of Two-Equation Turbulence Models," Institute for Computer Applications in Science and Engineering, ICASE Rept. 91-23, 1991.
14. Guilmineau, E., Piquet, J., and Queutey, P., "Two-Dimensional Turbulent Viscous Flow Simulation Past Airfoils At Fixed Incidence," Computers & Fluids, Vol. 26, No. 2, pp. 135-162, 1997.
15. Berg, B. v. d., "Boundary Layer Measurements On a Two-Dimensional Wing With Flap," NLR TR 79009 U, Jan. 1997.
16. Braden, J. A., Whipkey, R. R., Jones, G. S., and Lilley, D. E., "Experimental Study of the Separating Confluent Boundary-Layer," NASA Contractor Report 3655.
17. Cook, P. H., McDonald, M. A. and Firmin, M. C. P., "Aerofoil RAE 2822 - Pressure Distributions, and Boundary Layer and Wake Measurements," AGARD AR 138, May 1979, A6-1 to A6-77.
18. Coles, D., and Wadcock, A. J., "Flying-Hot-Wire Study of Flow Past an NACA 4412 Airfoil at Maximum Lift," AIAA Journal, Vol. 17, April 1979, pp. 321-329.
19. McGhee, R., J and Beasley, W. D., "Low-speed aerodynamic characteristics of a 17-percent-thick airfoil section designed for general aviation applications," NASA TN D-7428, N74-11821, 1973.