

# 희박기체영역에서의 직접모사법에 의한 축대칭 형상 주위의 유동장 해석에 관한 연구

Studies on Flowfields Around Axisymmetric Bodies in the Rarefied Gas Regime  
Using the Direct Simulation Monte Carlo Method

이동대<sup>1)</sup>, 박형구<sup>2)</sup>

In this study we calculated the flowfields around the axisymmetric bodies in the rarefied gas regime by using the DSMC. A flat-ended cylinder was selected as a representative axisymmetric body and the gas used for all calculations was nitrogen. With zero angle of attack, an increasingly rapid rise in density and the effect of shock waves near the flat-ended face were examined. And on the cylinder surface velocity slips and boundary layers could be observed in the results. Larsen-Borgnakke model was used for the energy redistribution in inelastic collisions. And by considering all internal energy modes, the distributions of translational, rotational and vibrational temperatures were plotted. The calculations were performed for various Knudsen numbers. Especially the rotational temperatures calculated for a case were compared with the experimental results. And the simulation results show good agreements with the experimental ones.

## 1. 서 론

우주항공 기술의 발달을 통해 고성능 로켓 등의 발사가 빈번히 이루어지고 있다. 이들 물체의 형상은 간단하게 보면 대부분 축대칭형인데, 이런 형상 주위의 외부 유동장 해석을 통해 물체가 겪는 공기, 열역학적인 연구들의 필요성이 증대되고 있다. 이런 물체가 겪게되는 유동 영역은 연속체영역 뿐만 아니라, 밀도가 매우 희박해 연속체의 가정이 적용될 수 없는 영역도 통과하므로 전체 유동장 해석을 위해 Navier-Stokes코드를 사용할 수는 없다.

기체의 희박도에 따라 구분되는 유동영역의 전체에 적용 가능한 지배방정식은 Boltzmann 방정식인데, 이는 분자적 관점에서 기체유동을 기술한 것으로서 입자의 분포함수에 대한 지배 방정식이다. 그러나 이 방정식은 적분·미분방정식으로서 분자간 충돌로 인해 발생하는 적분 항으로 인해, 이 방정식의 해법으로서 우리가 연속체 영역에서 유동해석에 사용해온 FDM계열의 방법은 여러 가지의 난점을 가지고 있다. 이에 Boltzmann방정식의 직접적인 풀이가 아닌, 분자의 운동을 모사하는 모사방법이 희박기체유동장 해석에 이용되기 시작했는데, 그 중 실제적인 문제에 가장 유용하게 사용될 수 있는 것은 Bird에 의해 처음 제안된 DSMC(Direct Simulation Monte Carlo)방법[1]이다.

본 논문에서는 DSMC방법을 이용하여 축대칭 형상 주위의 축대칭 흐름에 대한 계산을 수

1) 전남대학교 기계공학과 대학원

2) 전남대학교 기계공학과

행하였는데, 축대칭 형상으로 앞면이 평면인 원통을 택하였다. 원통형상 주위의 유동장 계산결과를 실제 우주선이나, 로켓 주위의 유동장 결과와 비교할 수는 없겠지만, 해석기법은 이후 수정 적용가능하고 희박기체영역에서의 물체 전면부에서의 기체의 압축으로 인한 효과나 실린더 전면부의 충격파 현상 등을 고찰할 수도 있다.

또 계산시에는 병진모드와 더불어 내부에너지 모드인 회전모드와 진동모드의 여기도 계산에 고려되었고, 열해리 반응도 처리될 수 있도록 하였다. 각 모드의 에너지는 거시적으로는 각각의 해당 온도로 나타낼 수 있는데, 비평형상태에서는 이들 온도가 각기 다르다. 충격파로 인해 비평형상태에 있는 실린더 전면부에서의 이런 온도들의 분포양상 또한 고찰되었다.

## 2. 계산방법

축대칭 흐름을 처리하기 위한 방법으로는, 분자운동을 3차원적으로 고려하면서 반경 방향과 축방향의 두 좌표만을 메모리에 저장하기 위해 분자운동후의 좌표변환을 수행하는 Bird가 오래 전에 제안한 방법[2]과, 1993년에 Nanbu가 Taylor instability에 관한 문제를 풀면서 제안한 방법[3,4]이 있다. 이 Nanbu의 방법은 좌표변환이 필요 없고, 계산 효율 면에서 약간 우수하다. 그러나 본 연구에서는 메모리 측면에서 효율적인 Bird의 방법을 채택하였다.

밀도가 희박하다 하더라도 실제 충돌의 횟수를 다 고려할 수 없으므로, 계산시에는 실제 충돌을 대표할 수 있는 충돌만을 생각해야만 한다. 충돌 샘플링이란 각 셀별로 매 time step마다 입자가 어떤 확률로 충돌하고, 또 얼마만큼의 충돌을 고려해야 하는지를 결정하는 것으로서, 실제 계산시간 중 상당부분을 차지하고 있다. 여러 가지의 방법들이 현재 사용되고 있는데, 가장 널리 사용되는 것은 Bird가 제안한 비시계수법(NTC(No Time Counter) method)이다. 본 논문에서도 이 방법을 이용하였다.

충돌과정을 미시적 관점에서 보자면, 분자가 갖는 force field에 의해 분자가 너무 접근하면 강한 반발력에 의해 다시 거리가 멀어지면서 일반적으로는 속도나 내부에너지가 바뀌면서 산란되는 과정이다. 그리고 거리에 따른 분자간 작용하는 힘의 관계를 나타내주는 것이 바로 분자모델(molecular model)이다. DSMC계산에서 각 경우에 대한 실제 힘-거리사이의 관계곡선을 사용하는 것은 매우 어렵다. 그래서 여러 가지 간략화를 시킨 분자모델들이 존재하는데, 본 논문에서는 Bird가 제안한 현상론적인 분자모델인 VHS모델을 사용하였다.

충돌후의 속도만을 계산하면 되는 탄성충돌이 있는 반면, 이원자분자 이상의 경우는 충돌시에 내부에너지의 변화를 수반할 수도 있는데 이런 충돌을 비탄성충돌이라 한다. 이를 위해서는 충돌후에 병진에너지 및 각 내부에너지를 충돌짜을 이룬 각각의 분자에 잘 분배시켜주어야 하는데, 이를 위해서 Larsen-Borgnakke모델을 사용하였다.

## 3. 결과

Harvey의 실험결과[5]와 비교하기 위해 다음과 같은 조건하(case 1)에서 계산하였다. Harvey의 실험조건을 보면 사용한 기체는 질소이고  $Kn=0.043$ ,  $M_\infty=21.3$ ,  $T_\infty=17.1K$ ,  $T_{wall}=377K$ 이었다. 이 조건에서는 회전온도만이 실험값으로 주어져 있다. 실험조건에 주어린 마하수를 이용해 실제의 속도를 구해보기 위해, 음속  $a=\sqrt{\gamma RT}$ 의 정의식을 이용하는데,  $\gamma$  대신에  $\frac{\xi+2}{\xi}$ 를 사용하고,  $R$ 대신에  $\frac{k}{m}$ 을 사용한다. 질소의 경우, 전체 자유도  $\xi$ 는 5이고, 질

량  $m$ 은  $4.65 \times 10^{-26} \text{Kg}$ , 또 Boltzmann상수  $k$ 는  $1.380658 \times 10^{-23} \text{J} \cdot \text{K}^{-1}$ 임을 이용하면 음속은  $84.31 \text{m/s}$ 이고 실제 자유유동의 속도는  $1795.8 \text{m/s}$ 가 된다. Harvey의 실험조건에서 Knudsen수가 실린더의 직경에 기준을 두고 있다면, 평균자유경로는 실린더의 직경과 Kn의 곱으로 적을 수 있고, 계산된 평균자유경로는  $0.00086 \text{m}$ 이다. 이것을 기초로 본 계산에서는 셀의 크기를  $0.0005 \text{m}$ 로 하였다. 또 분자운동과 충돌을 따로 고려하기 위해서는 시간간격은 적절한 크기를 가져야 하는데, 본 계산에서는 최빈속력으로 평균자유경로에 해당되는 거리를 가는데 걸리는 시간의  $1/5$ 를 취하였다. 분자운동의 최빈속력(most probable speed)이  $c'_m = \sqrt{2kT_\infty/m}$ 임을 이용하면, 시간간격은  $1.707 \times 10^{-6} \text{sec}$ 이다. 또 초기상태에서의 수밀도  $n_\infty$ 는  $\lambda = (\sqrt{2} \pi \bar{d}^2 n_\infty)^{-1}$ 의 관계식으로부터 구하면  $n_\infty = 1.505 \times 10^{21}$ 이다.

Fig. 1에서는 case 1의 전체 유동장의 흐름상태를 보여주고 있다. Streamline을 보면 실린더의 표면에서 경계층이 발달해감을 알 수 있다. 이 현상을 보다 쉽게 관찰하기 위해 Fig. 2와 Fig. 3에 각각 3지점(실린더의 시작지점, 중간지점, 끝지점)에서의 x방향의 속도와 y방향의 속도를 도시하였다. 그림을 보면 하류쪽으로 가면서 경계층이 발달해감을 쉽게 알 수 있다. 그리고 실린더의 표면에서는 상당량의 속도 slip이 있음을 알 수 있다. Kn에 따른 유동장의 변화를 보기 위해 case1과 다른 조건은 같게 하고 Kn가 0.02가 되도록 계산조건을 바꾸고 이 경우를 case 2라 했다. Fig. 4과 Fig. 5에 Fig. 2와 Fig. 3과 유사한 그림을 나타내었다. 그림을 보면 Kn이 작은 경우에 속도 slip이 약간 주는 경향을 볼 수 있고, 또 경계층의 두께는 case 2가 case 1의 경우보다 더 얇음을 알 수 있다.

Fig. 6과 Fig. 7에는 수밀도의 분포에 관한 그림이다. Fig. 6을 보면 실린더의 전면부에서 기체의 압축이 급격히 이루어짐을 알 수 있다. 또 Fig. 8에는 계산된 병진온도와 회전온도의 분포가 그려져 있다. 회전온도에 대해서는 Harvey의 실험결과와 비교되었는데, 비교적 잘 일치함을 알 수 있다. 또한 Fig. 6과 Fig. 8을 통해 보면 밀도가 급격히 상승되기 전에 온도는 이미 그 최대값을 가짐을 알 수 있다. Case 1의 경우에는 진동에너지의 여기가 크지 않으므로, 병진과 회전온도에 대한 contour만을 Fig. 9와 Fig. 10에 도시하였다.

또 하나의 계산조건[6]으로서 Mars Microprobe의 overshoot trajectory중 고도  $54.88 \text{km}$ 에서의 조건을 택하였다(case 3). 자유유동속도는  $6168 \text{m/s}$ , 수밀도는 약  $2.733 \times 10^{21}$ , 자유류의 온도는  $149.9 \text{K}$ , 표면의 온도는  $1800 \text{K}$ 이었다. 이 경우는 유동장내에 열해리반응이 발생한다. Fig. 11에 centerline을 따르는, 초기 수밀도로 정규화된 수밀도와 초기온도로 정규화된 각 온도의 분포가 그려져 있다. Case 1에서처럼 밀도가 급상승하기 전에 이미 온도는 각각의 최대값을 이미 갖고 있다. Fig. 12 - Fig. 15에는 각 온도의 contour를 그려놓았다.

#### 4. 결론

밀도가 희박한 영역에서는 상당히 두꺼운 경계층이 형성되고, 고체 표면에서도 상당한 크기의 속도 slip이 존재하고 있음을 확인할 수 있었다. 또  $\text{Kn}=0.043$ 인 case 1의 경우에 대해서는 회전온도만의 비교였지만 실험결과와의 비교를 통해 계산의 타당성을 점검할 수 있었다. 열해리 반응이 존재하는 고속의 유동장에 놓인 실린더 주위의 유동장도 해석하여, 실린더 전면부의 충격파내의 비평형상태의 병진, 회전, 진동온도의 분포를 확인할 수 있었다.

참고문헌

- [1] Bird, G. A., Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows, Clarendon Press, 1994
- [2] Bird, G. A., Molecular Gas Dynamics, Clarendon Press, 1976
- [3] Nanbu, K., "Stochastic solution method of the Boltzmann equation II. simple gas, gas mixture, diatomic gas, reactive gas and plasma," Lecture Notes, KAIST, 1995
- [4] Riechelmann, D and Nanbu, K., "Monte Carlo direct simulation of the Taylor instability in rarefied gas," Physics of Fluids A 5 (11), 1993, pp. 2585-2587.
- [5] Harvey, J. K., Celenligil, M. C., Dominy, R. G. and Gilmore, M. R., "Flat-ended circular cylinder in hypersonic rarefied Flow," Journal of Thermophysics, Vol. 6, No. 1., 1992, pp. 35-43.
- [6] Moss, J. N., Wilmoth, R. G. and Price, J. M., "DSMC simulations of blunt body flows for Mars entries: Mars Pathfinder and Mars Microprobe Capsules," 32nd AIAA Thermophysics Conference, AIAA paper 97-2508, 1997.

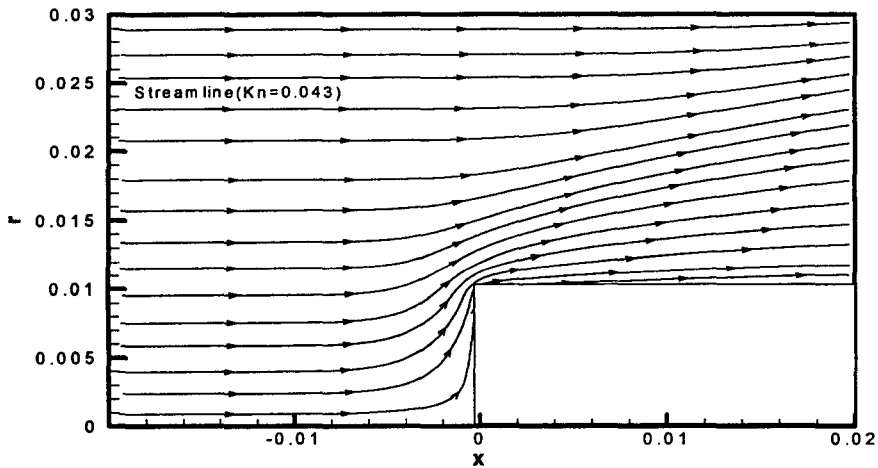


Fig. 1. Streamlines at Kn=0.043 (case 1)

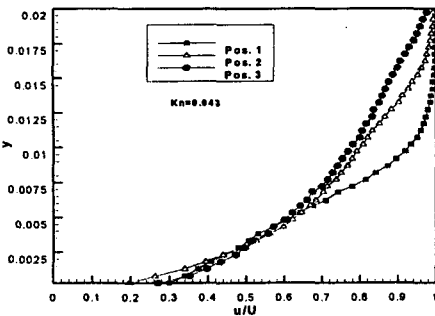


Fig. 2. X-directional velocity profile at Kn=0.043 (case 1)

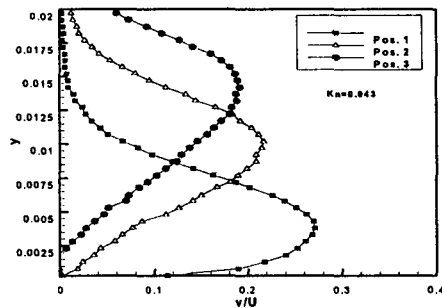


Fig. 3. Y-directional velocity profile at Kn=0.043 (case 1)

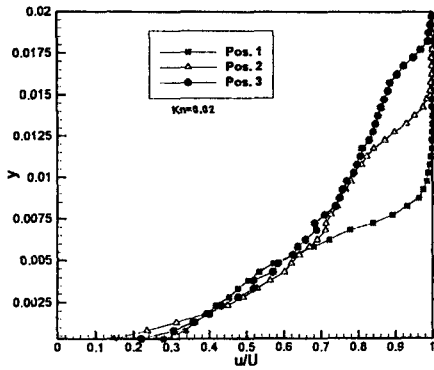


Fig. 4. X-directional velocity profile at  $Kn=0.02$  (case 2)

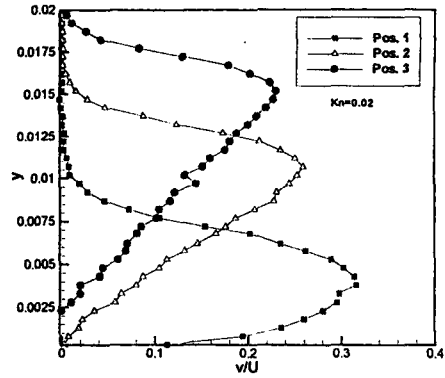


Fig. 5. Y-directional velocity profile at  $Kn=0.02$  (case 2)

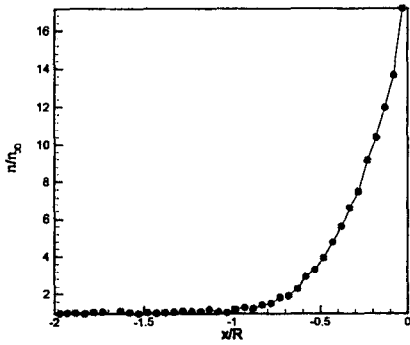


Fig. 6. Density profile along the centerline at  $Kn=0.043$  (case 1)

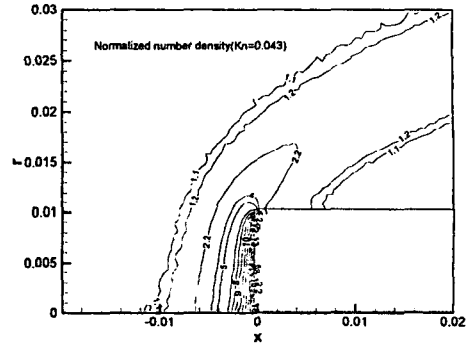


Fig. 7. Density contours at  $Kn=0.043$  (case 1)

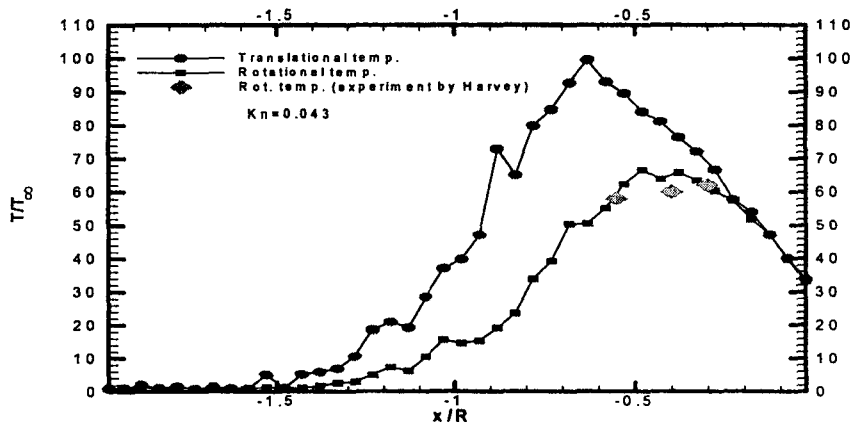


Fig. 8. Predicted translational and rotational profiles along the centerline and the comparison with the experimental results by Harvey (case 1)

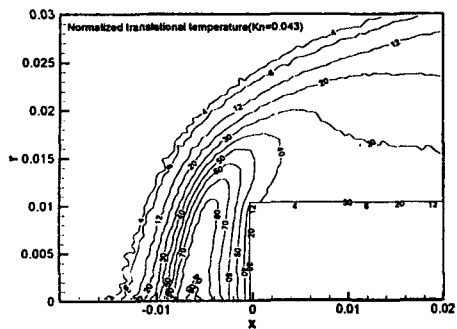


Fig. 9. Translational temperature contours at  $Kn=0.043$  (case 1)

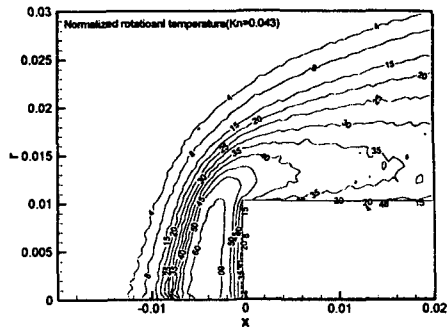


Fig. 10. Rotational temperature contours at  $Kn=0.043$  (case 1)

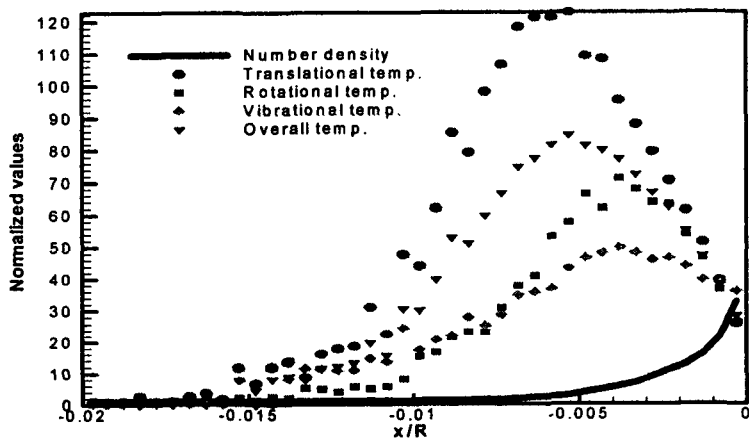


Fig. 11. Normalized number density and temperature profiles along the centerline (case 3)

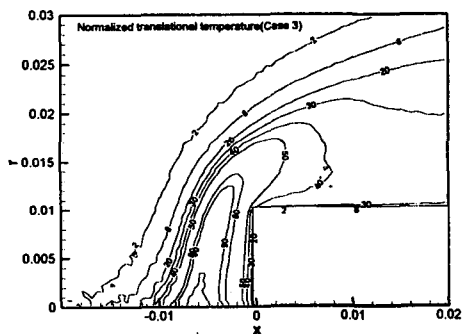


Fig. 12. Translation temperature contours(case3)

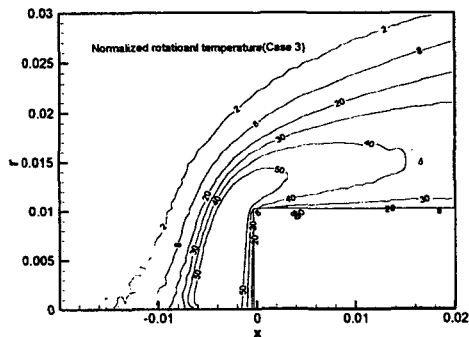


Fig. 13. Rotational temperature contours(case 3)

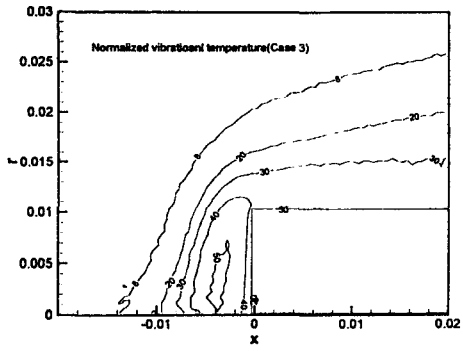


Fig. 14. Vibrational temperature contours(case 3)

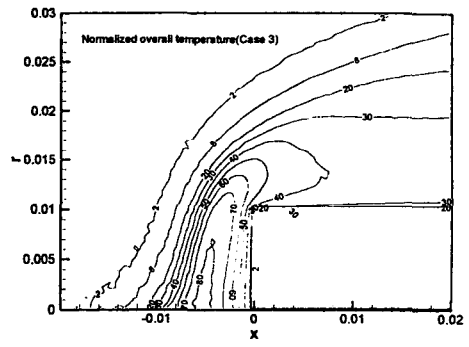


Fig. 15. Overall temperature contours(case 3)