

Spiral Tube 내에서의 3차원 유동 해석

A numerical study of 3-D flows in spiral tubes with square cross-section

김 성원¹⁾, 허 남건²⁾

Seongwon KIM, Nahmkeon HUR

Spiral tube heat exchangers can find numerous applications in many engineering field. Flow in spiral tubes is interest to engineers due to occurrence of secondary flow which enhances the cross-sectional mixing and the heat transfer rate. In the present study, an incompressible viscous 3-D flow in spiral tubes with rectangular cross-section of various torsion rate and Reynolds number is studied by using a finite volume method. It is shown that the axial velocity profile is affected by the secondary flow motion. Because there is some difference from correlation proposed by Hur et al., a lot of analysis and arrangement of experimental results are needed. This study showed the results of variation of hydrodynamic entry length for torsion and Re numbers.

1. 서론

셸 과 튜브 형식의 열 교환기 성능 증대를 위하여 지금까지 많은 연구들이 수행되어왔다. 특히, 튜브의 벽에서 열 전달율을 증대시키기 위하여 튜브의 단면에서 2차 유동을 유발시키는 많은 방법들이 사용되었다. 2차 유동은 유동의 혼합을 증진시키기 때문에 Fouling을 감소시킬 수 있고, 또한 열 전달율을 증가시킬 수 있다. 그래서 원형 파이프 내에 Twisted tape을 삽입하거나, 삼각형, 사각형 등 다양한 단면을 갖는 Spiral tube를 사용하는 열 교환기가 연구되어왔다.

Twisted tape을 삽입한 원형 파이프에 대하여는 유동 및 열 전달에 대한 많은 실험 및 수치 해석 연구가 수행되었으나, Spiral Tube에 대한 연구는 활발하지 못하였다. Tuttle^[1] 은 타원의 단면을 갖는 Twisted pipe의 층류 유동에 대하여 연구하였지만 이 파이프는 실용성에 문제를 안고 있다.

Masliyah 와 Nandakumar^{[2][3]}는 Stream function-vorticity formulation을 사용하여 Twisted

square tube(Fig.1 참조)에서의 완전히 발달한 유동 및 열 전달에 대해서 2차원 해석을 수행하였다. 또한 이들은 종횡비가 2인 사각 단면의 Twisted tube의 유체 유동과 열 전달에 대해서도 연구하였다. Hur 등[4][5][6]은 원시함수를 사용하는 유한 체적법을 사용, 다양한 종횡비를 갖는 Spiral tube에서의 유동을 연구하였으며, Friction factor, Re No., Torsion No.

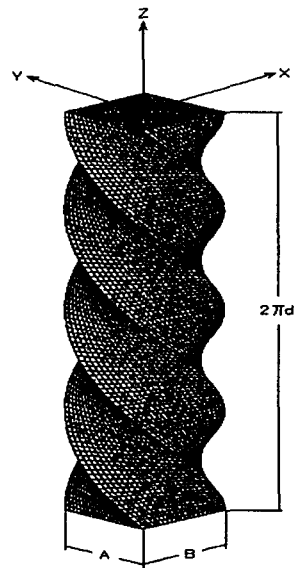


Fig. 1 Schematic of spiral tube

1) 서강대학교 대학원

2) 서강대학교 기계공학과 (서울시 마포구 신수동 산 1번지, e-mail : nhur@ccs.sogang.ac.kr)

와의 관계식을 제안하였다.

그러나 대부분의 연구는 완전히 발달된 2차원 연구에 국한되어있고, 실제 Spiral tube 열 교환기에서는 Entry length의 Effect가 중요하므로 열 교환기의 정확한 성능 해석을 위해서는 3차원 유동 해석이 필수적이거나 이에 관한 연구는 거의 진행되고 있지 않았다. 그러므로 본 연구에서는 중횡비가 1인 정사각형 단면을 갖는 Spiral tube의 3차원 층류 및 난류 유동을, 다양한 Torsion No.와 Re No.에 대하여 본 연구실에서 개발중인 유한 체적법을 사용하는 Turbo-3D 프로그램을 이용하여 수치 해석하여 Friction factor, Entry length 등 Spiral tube 열 교환기의 설계에 필요한 자료를 얻고자 한다.

2. 지배 방정식 및 해석 방법

본 연구의 해석 대상은 Fig. 1에 나타내었다. 수치 해석은 본 연구실에서 개발중인 3차원 Navier-Stokes Equation Solver인 Turbo-3D를 이용하였다. Turbo-3D의 지배 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{v}) = s_m \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{v}) + \text{div}(\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v} - \mathbf{T}) = s_v \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \phi) + \text{div}(\rho \phi \mathbf{v} - \mathbf{q}) = s_\phi \quad (3)$$

여기서 종속 변수로 밀도 ρ , 속도 벡터 \mathbf{v} , 스칼라 양 ϕ 가 사용되고, \mathbf{T} 는 응력 텐서이고, \mathbf{q} 는 flux 벡터이다. Newton 유체의 응력 텐서는 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{T} = -\left(p + \frac{2}{3} \mu \text{div} \mathbf{v}\right) \mathbf{I} + 2\mu \mathbf{D} \quad (4)$$

여기서 p 는 압력, μ 는 전달 유체의 점성 계수, \mathbf{I} 는 2차의 단위 텐서이고, \mathbf{D} 는 변형율이다. Turbo-3D의 특징은 다음과 같다.

- 비직교 경계 밀착 좌표계 사용
- 유한체적법
- 비 엷물림 격자계
- SIMPLE Algorithm
- 상류 차분법
- 층류와 난류유동 ($k-\epsilon$, RNG $k-\epsilon$) 해석 가능
- 난류해석의 경우 벽면법칙 사용
- 압력방정식은 CGM, 그외는 SIP 사용
- 임의의 장애물이 있는 유동장 해석 가능

본 연구에서 사용한 계산 격자는 3차원으로 $19 \times 19 \times 499$ 이며, ORIGIN 2000 Workstation의 R10000 CPU 1개를 사용하여 계산을 수행하였다. 각각의 Case는 약 500번의 반복 계산을 통하여 수렴하였으며 약 3시간이 소요되었다.

3. 결과 및 토의

Spiral tube내에서의 유동을 분석하기 위해서는 Re No., Torsion No. 등 무차원 파라미터들이 필요하므로 다음에 이들에 대한 정의를 나타내었다.

$$Re = \frac{\overline{W}D_h}{\nu}, \quad \gamma = \frac{D_h}{2d} \quad (5)$$

여기서 Re No.는 평균 축방향 속도(Bulk mean velocity)와 수력 직경을 사용하였고, Torsion No.는 수력 직경과 Torsion 거리 2d 의 비로 정의하였다.(Fig. 1 참조) 정의에 따라서 작은 Torsion No.는 꼬임이 적은 덕트를 가리키며, 큰 Torsion No.는 많이 꼬여 있음을 나타낸다.

3.1 층류 유동

3.1.1. 2차 유동과 축방향 속도

Fig. 2, 3은 Torsion No. 및 Re No.의 변화에 따른 완전히 발달한 층류 유동의 2차 유동 벡터와 축방향 속도 Contour를 각각 보여주고 있다. 2차 유동에 대한 벡터는 튜브 단면의 회전에 따른 상대 속도를 Tilde 속도로 다음과 같이 정의하였다. u, v 는 절대 좌표계에서의 X방향과 Y방향의 속도를 나타내고, \tilde{u}, \tilde{v} 는 단면을 따라서 회전하는 Local 좌표계의 x 및 y방향의 속도 성분을 나타내며 다음과 같이 정의된다.

$$\tilde{u} = u - \tau y w, \quad \tilde{v} = v + \tau x w \quad (6)$$

여기서 τ 는 튜브의 torsion을 표시하며 $1/d (= 2\gamma/D_h)$ 로 정의된다.

Fig. 2에서 Torsion No.가 증가함에 따라 완전히 발달한 영역에서의 2차 유동 및 축 방향 속도의 형태가 변하고 있는 것을 볼 수 있다. Torsion No.가 작을 때는 튜브의 회전 방향과 같은 방향의 2차 유동 형태가 나타나고 있으며, Torsion No.가 증가하면서 중심에서의 2차 유동이 강해지고, 모서리 부위에서 중심부의 2차 유동과 반대 방향의 약한 추가적인 Vortex가 형성되는 것을 수 있으며, 이는 Hur 등^[4]의 2차원 연구에서 얻은 결과를 다시 한번 확인할 수 있었다. 이 Vortex역시 Torsion No.가 증가하면서 그 세기가 강해지고 있다. 축 방향 속도는 Torsion No.가 증가하면서 그 형태가 모서리 부분을 제외하고는 원형 튜브에서의 형태와 유사해지는 경향을 확인할 수 있었다.

Re No.의 변화에 따른 유동 형태는 Fig. 3에 보여진다. Re No.의 증가로 2차 유동이 강해지고 있으며, 이 2차 유동에 의해 벽면 쪽으로 유동이 많이 몰리게 되어, 벽면 쪽에는 높은 속도 구배를, 그리고 중심부에는 편평한 축 방향 속도 분포를 볼 수 있다.

Fig. 4는 평균 축 방향 속도로 Normalized된 중심선에서의 축 방향 속도 프로파일을 Torsion No.의 변화에 따라 나타내었다. 이 그림에서 Torsion No.의 증가에 따라서 속도 프로파일이 벽 근처에서 속도 구배가 급해지면서 점점 편평해지는 것을 볼 수 있다. 이 격한 속도 구배가 Spiral tube에서의 유동 저항을 증가시키며, 또한 열 전달율을 증가시키는 작용을 한다. 이는 Torsion No.의 증가에 따라 2차 유동의 세기가 강해지면서 나타나는 현상이다. Masliyah 와 Nandakimar^[2]의 연구에 의하면, 2차 유동이 축방향 속도 프로파일에 그다지 큰 영향을 미치지 않는 다고 하였지만, 본 연구와 Hur 등^[4]의 연구에 의하면 2차 유

동의 형태가 축방향 속도 프로파일에 상당한 영향을 미치는 것으로 나타났다.

3.1.2 Friction Factor

열 교환기의 설계에 있어서 가자 중요한 두 개의 Parameter는 열 교환기 매질을 순환시키는 데 직접 필요한 동력과 관련있는 Friction factor와 열 교환기의 소형화에 직접적인 영향을 미치는 열 전달 계수이다. 본 연구의 범위는 유동 해석에만 국한되어 있으며 향후 연구에서 열 전달에 대한 연구를 수행할 예정이므로 본 연구에서는 Friction factor에 대해서만 연구하였다. Friction factor는 다음과 같이 정의하였다.

$$f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho \overline{W}^2} \quad (7)$$

여기서 τ_w 은 벽면에서의 전단 응력으로 다음과 같다.

$$\tau_w = \frac{D_h}{4} \left| -\frac{\partial p}{\partial z} \right| \quad (8)$$

Fig. 5에는 완전히 발달된 영역에서의 Torsion No.의 변화에 따른 Friction factor를 나타내었다. Torsion No.가 0인 경우의 해석적인 Friction factor의 값은 14.2275^[7]이며, 본 연구의 결과 값은 14.277로 매우 근사한 값을 보여 본 연구에서 사용한 수치 해석 방법의 타당성을 확인할 수 있다. Torsion No.의 증가에 따라서 Friction factor도 증가하는 경향을 볼 수 있으나 2차원 유동 해석을 수행한 Masliyah 와 Nandakimar^[2]의 연구결과 값과는 많은 차이를 나타내고 있으며 Torsion No.가 증가할수록 그 차이가 커지고 있다. Fig. 6은 층류의 Friction factor값을 Torsion No.에 따라 $f \cdot Re$ 의 형태로 표시한 그림이다. 그림으로부터 Torsion이 커짐에 따라 Friction이 커짐을 알 수 있으며 $f \cdot Re$ 로 표시했을 때 Re No.에 의한 변화는 낮은 Torsion No. 범위에서 무시할 수 있음을 알 수 있었다. Fig 7은 Spiral tube에서의 Friction factor와 같은 단면적을 갖는 Straight tube에서의 Friction factor의 비를 나타낸 그림이며, Hur 등^[4]이 층류 유동에 대하여 제안한 관계식과 본 연구에서의 결과 값을 비교한 것이다. 본 연구에서 수행한 층류 및 난류의 결과 값이 정량적으로는 관계식과 차이를 보이고 있으나 그 경향성은 유사함을 확인할 수 있었다. 그러므로, 향후 좀더 많은 해석과 실험 결과의 정리를 통하여 좀더 넓은 범위에서 맞고 정확한 상관 관계식을 구할 필요가 있다.

3.1.3 Hydrodynamic Entry Length

Torsion No. 및 Re No.에 따른 Hydrodynamic entry length를 Fig. 8에 도시하였다. 여기서 Entry length는 Friction factor의 값이 완전히 발달한 영역에서의 Friction factor값과 2%의 차이 이내에 도달한 지점까지의 길이로 하였다.^[7]

본 연구결과 층류에서의 Entry length는 Torsion No.의 증가 및 Re No.의 증가에 따라서 그 길이가 감소하고 있는 것을 확인할 수 있었다. Torsion No.의 증가 및 Re No.의 증가에 따라서 Entry length가 감소하는 것은 2차 유동의 강도가 증가하면서 경계층 내의 유체 혼합이 가속화되어 일어난 결과라고 판단된다. 특히 Torsion No.가 0인 경우, 즉 Straight tube인 경우에는, $x/(D_h Re) = 0.035 \sim 0.04$ 를 보여주고 있으며 이는 원형 튜브

에서의 Entry length 값인 $0.05^{[7]}$ 와는 약간 차이를 보이고 있다.

3.2 난류 유동

대부분 열 교환기 내에서의 유동은 난류이므로 이를 해석하기 위하여 본 연구에서는 $k - \epsilon$ Model과 벽면 법칙을 사용하여 수치 해석하였다. Fig. 9는 난류에서, 평균 축 방향 속도로 Normalized된 중심선에서의 축 방향 속도 프로파일을 Torsion No.의 변화에 따라 나타내었다. 이 그림에서 층류와 같이 Torsion No.가 증가하면서 벽 근처의 속도 구배가 급해지면서 중심부분은 점점 편평해지는 것을 볼 수 있다. 또한 Torsion No.가 클 경우 속도 프로파일이 층류 및 낮은 Torsion No.에서와 달리 축 중심으로 접근할수록 특이하게 속도 구배가 커지는 것을 볼 수 있는데, 이는 강한 2차 유동의 결과로 예측되나 분석이 좀더 필요한 부분이다.

Fig. 10은 난류 유동에서의 2차 유동 및 축 방향 속도 Contour를 Torsion No.의 변화에 따라 나타내었다. 층류에서의 경향과 유사하게 Torsion No.의 증가에 따라서 2차 유동의 세기가 강해지고 있다. 축방향 속도는 Torsion No.가 증가하면서 원형 튜브에서의 그것과 비슷한 경향을 보여주고 있다. 이것은 강한 2차 유동의 결과로 판단된다.

Fig. 11은 Torsion No.의 변화와 입구로부터의 길이에 따른 난류 유동에서의 Friction factor를 나타내었다. 층류에서는 Friction factor나 Entry length가 Re No.에 비례하나 난류에서는 대체적으로 Re No.의 0.25승에 비례하므로 그림의 축을 $f \cdot Re^{0.25}$ 로 나타내었다. 그림에서 보듯이 Torsion No.가 증가하면서 Friction factor의 값이 더욱 커지는 것을 알 수 있다. Fig. 12는 난류의 완전히 발달한 영역에서의 Friction factor값을 나타내었으며 Fig. 6의 층류에서의 결과와 비슷한 경향을 나타내었다.

Hydrodynamic entry length는 층류와 같이 Friction factor의 변화율이 2% 이상인 지점까지의 길이로 정하여 Fig. 13에 나타내었다. 층류와 달리 Torsion No.의 wms가에 따라 Hydrodynamic entry length가 선형적으로 감소함을 알 수 있었다.

4. 결론

본 연구에서는 정사각 단면을 갖는 Spiral tube내의 3차원 층류 및 난류 유동을 유한 체적법을 사용하여 수치 해석하였다.

연구결과, 층류와 난류 모두 Torsion이 커짐에 따라 2차 유동이 강하게 되며 이에 따라 축방향 속도 성분도 영향을 받게 된다는 Hur등의 2차원 유동 해석 결과를 확인할 수 있었다. 또한 완전히 발달한 friction factor의 값은 층류 및 난류 모두 Hur등이 제안한 상관관계와는 다소 차이를 보여 좀 더 많은 해석과 실험 결과의 정리가 필요함을 알 수 있었다. Hydrodynamic Entry Length에 대하여도 난류 및 층류, 그리고 Torsion과 Reynolds No.의 변화에 따른 결과를 구하였으며, 이러한 결과는 향후 Spiral Tube Heat Exchanger 설계에 응용될 수 있을 것이다.

REFERENCES

- [1] Tuttle, E. R., "Laminar Flow in Twisted Pipes, 1990, "Laminar Flow in Twisted Pipes," J. Fluid Mech., vol. 219, pp. 545-570
- [2] Masliyah, T. H. & Nandakumar, K. 1981, "Steady Laminar Flow through Twisted Pipes: Fluid Flow in Square Tubes," Trans. ASME, J. Heat Transfer, vol. 103, pp. 785-790.

- [3] Masliyah, T. H. & Nandakumar, K. 1981, "Steady Laminar Flow through Twisted Pipes: Heat Transfer in Square Tubes" Trans. ASME, J. Heat Transfer, vol. 103, pp. 791-796.
- [4] Hur, N., Yoon, S. Y. & Kim, K. H., 1992, "Effect of Torsion on Flows in Spiral Tubes with Square Cross-Section" The Fifth Asiam Congress of Fluid Mechanics, vol. 2, pp.1250-1253.
- [5] Hur, N., Yoon, S. Y. & Kim, K. H., 1992, "A Numerical Study of Laminar Flows in Spiral Tubes with Rectangular Cross-Section" 1992년도 대한기계학회 춘계학술대회 논문집(III), pp. 60-64.
- [6] Hur, N., Yoon, S. Y. & Kim, K. H., 1992, "A Numerical Study of Forced Convection Heat Transfer in Spiral Tubes with Square Cross-Section" JSME/KSME TEC, vol. 2, pp. 69-72
- [7] W. M. Kays & M. E. Crawford, 1993, Convective Heat & Mass Transfer 3rd Edition, McGraw-Hill, pp. 75-85.
- [8] C. J. Bolinder & B. Sunden, 1996, "Numerical Prediction of Laminar Flow and Forced Convective Heat Transfer in a Helical Square Duct with Finite Pitch," Int. J. Heat & Mass Transfer, vol. 39, No. 15, pp. 3101-3115.
- [9] C. J. Bolinder, 1995, "The Effect of Torsion on the bifurcation Structure of Laminar Flow in a Helical Square Duct." ASME J. Fluids Engng vol. 117, pp.242-248.

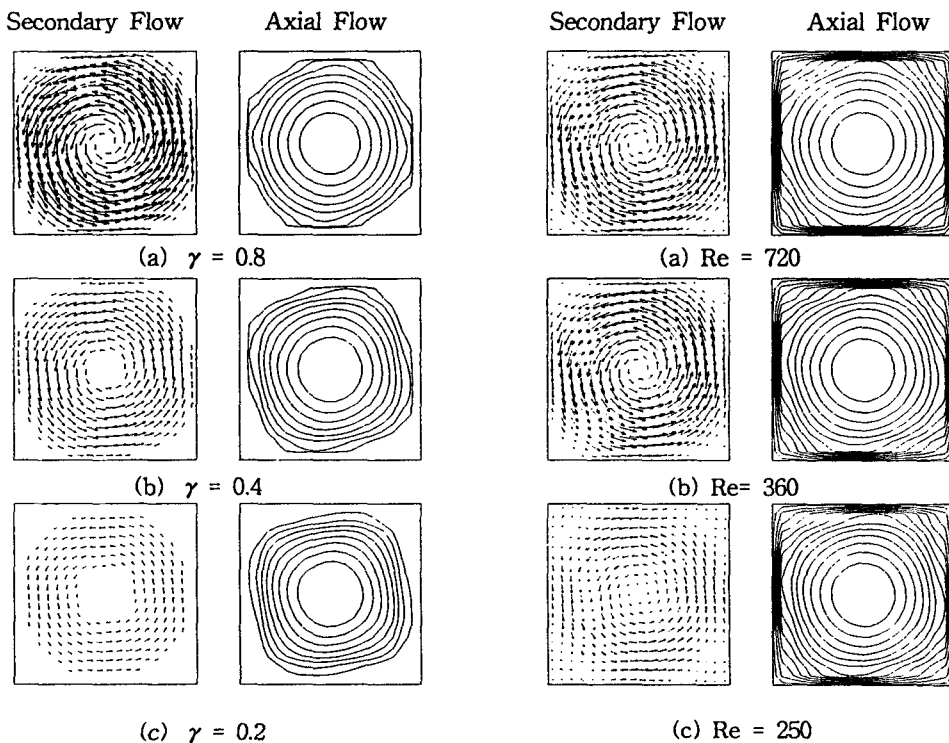


Fig.2 Effect of Torsion on Secondary & Axial Flows (Laminar Flow, Re=360)

Fig.2 Effect of Torsion on Secondary & Axial Flows (Turbulent Flow, Re=41240)

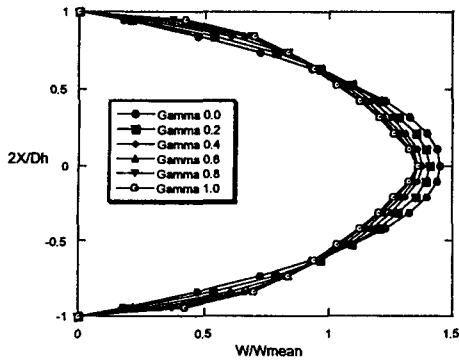


Fig. 4 Axial Velocity Profile for Various Torsion No. (Laminar Flow, Re=360)

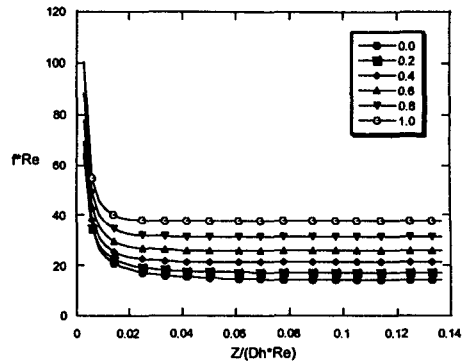


Fig.5 Friction factor Variation for Various Torsion No. (Laminar, Re=360)

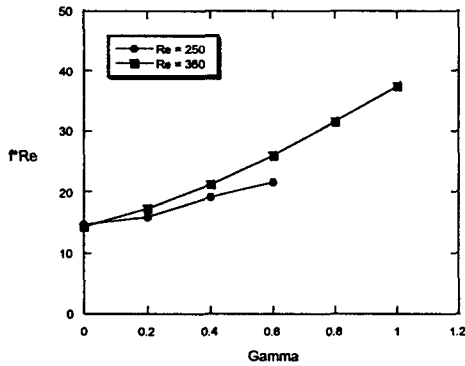


Fig. 6 Friction Factor at Fully Developed Region for Various Torsion No. and Reynolds No. (Laminar Flow)

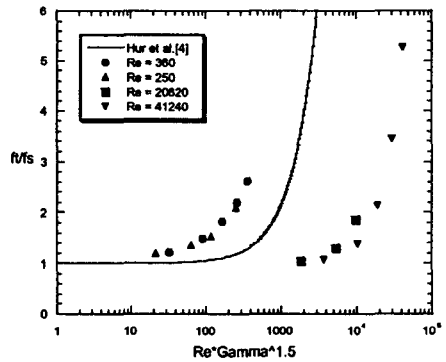


Fig.7 Variation of Friction Factor Ratio with Correl. Eqn

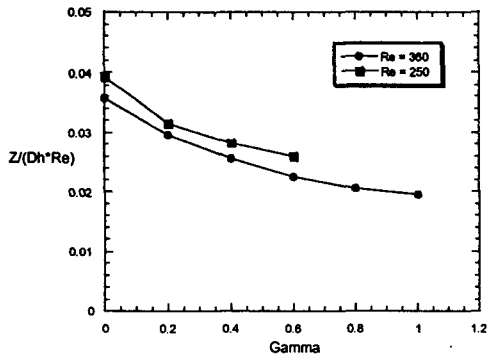


Fig. 8 Effect of Torsion on Hydrodynamic Entry Length (Laminar Flow)

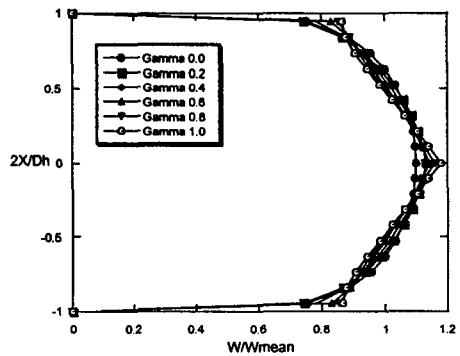


Fig. 9 Axial Velocity Profile for Various Torsion No. (Turbulent, Re=41240)

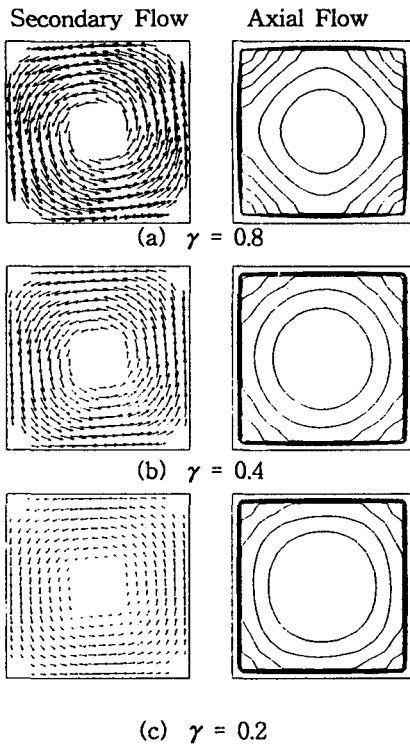


Fig.10 Secondary Flow Vectors & Axial Iso-velocity Contours with Torsion No. (Turbulent Flow, Re=41240)

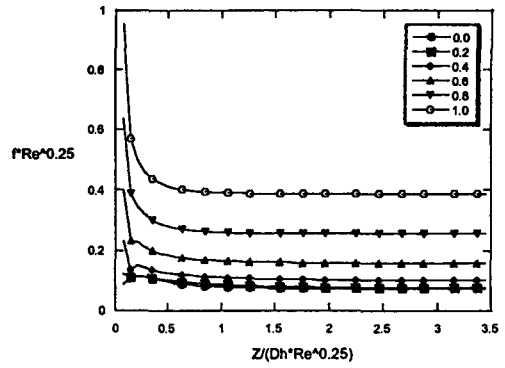


Fig. 11 Friction Factor Variation for Various Torsion No. (Turbulent, Re=41240)

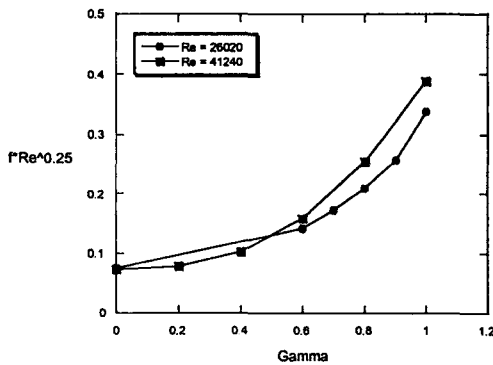


Fig.12 Friction Factor at Fully Developed Region for Various Torsion No. & Reynolds No. (Turbulent Flow)

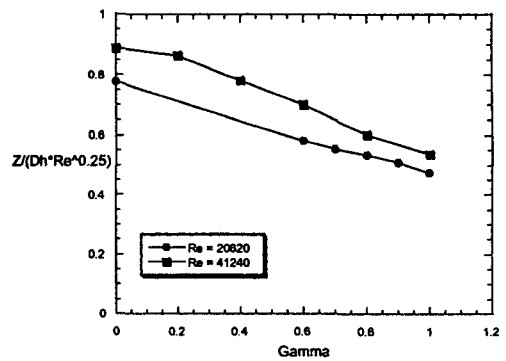


Fig. 13 Effect of Torsion on Hydrodynamic Entry Length (Turbulent Flow)