

Circular-to-Rectangular Transition Duct 에서의 3차원 유동장에 관한 연구

Three-Dimensional Numerical Simulation on a Circular-to-Rectangular Transition Duct

○조 수용¹⁾, 손 호재²⁾
Soo-Yong Cho, Ho-Jae Son

The purpose of this study is to compare the predictive behaviors of the extended $k-\epsilon$ turbulence model and the standard $k-\epsilon$ turbulence model. Grid dependency is tested with the H-type grid and the O-type grid. Computations have been performed for a circular-to-rectangular transition duct. Numerical results for several sections along the streamwise have been obtained to compare with experimental results. The Reynolds number is 390,000 based on the bulk velocity at the inlet. The computed axial velocity contours, transverse velocity profiles, static pressure contours, peripheral skin friction coefficient, and peripheral wall static pressure distributions have been compared with experimental results. The computed results obtained with the extended $k-\epsilon$ turbulence model show better agreement with experimental results than those obtained with the standard $k-\epsilon$ turbulence model. Comparing to the computed results obtained with the H-type grid and O-type grid, those with H-type grid agree well with experimental results.

1. 서 론

유동방향으로 내부유로의 단면에 변화가 있는 관을 transition 관이라고 하며 이러한 관으로는 square-to-round, round-to-square, square-to-rectangular, round-to-round 등 다양하게 있다. transition 관은 공조시스템, 항공기의 추진장치, 풍동, 터빈의 확산관 등에 이용되어지고 있으며 또한 고성능 전투기에서는 엔진의 입구와 출구 시스템에 사용되어지고 있다. 이러한 관을 통하여 흐르는 유동은 유동방향으로의 유로 변화로 말미암아 강한 2차흐름이 생성되어지고 유동방향으로 곡률의 변화에 의하여 유동방향으로 와류를 형성하게 되고 부분적으로는 박리현상을 초래하여 전체 시스템에 성능을 저하한다. 이러한 문제의 해결을 위하여 내부 유동의 현상을 정확히 파악하는 것이 중요하다.

본 연구에서의 관의 형상은 circular-to-rectangular를 사용하였다. 일반적으로 사각형 단면의 형상은 전투기의 성능을 향상하기 위하여 엔진 출구의 노즐에 많이 사용되어지고 있다. 이러한 것의 대표적인 것으로 2차원 convergent-divergent (2D/C-D) 다기능 엔진 노즐이다. 이러한 형상은 Pratt & Whitney에서 개발한 것으로 기존에 적용하던 엔진 출구의 면적 변화 뿐 만 아니라 추력의 방향 조절을 위하여 개발하였다[1]. 이러한 노즐의 설치를 위하여서는 circular-to-rectangular 형상의 관이 필수적 사용되며 가능한 압력 손실을 줄이기 위하여 짧고 균일한 유동을 얻도록 하여야 한다.

Patrick and McCormick[2]은 출구에서의 사각형 형상비와 관의 면적이 변화하는 길이가 각각 다른 circular-to-rectangular 관에서의 실험을 하였으나 충분한 결과를 얻지 못하였다. 최근에 Reichert et al.[3]에 의하여 유동방향으로 관에서의 면적이 15% 정도 증가하는 관에서의 유동가시화에 관한 실험을 행하였다. 관내부에서 면적의 증가로 역구배 압력이 형성되어지나 벽면에서의 유동 박리 현상이 발생되어지지 않음이 관찰되었다. 또한 Davis[4]에 의하여 3차원 유동장에 대한 실험을 행하였다.

Burley et al.[5]에 의하여 circular-to-rectangular 관에서의 수치해석적인 연구가 행하여 졌으나 박리가 발생되어지는 영역에서의 유동장은 수치적 확산에 의하여 정확히 파악하지 못하였다. Son[6]은 Baldwin-Barth 모형과 고차 난류모형을 사용하여 수치해석적인 연구를 하였으나 관의 출구에서의 유동장은 과예측 되었다. 이러한 것은 고차 난류모형의 적용시 난류 운동에너지의 값

1) 경상대학교 항공기계공학부 (660-701, 경남 진주시 가좌동 900번지, Tel: 0591-751-6106)
2) 거제대학교 기계공학과 (656-701, 경남 거제시 일운면 산42-4, Tel: 0558-680-1599)

을 Baldwin-Barth 모형에 의하여 계산된 값을 적용하는 어려움이 있었다. 본 연구에서는 standard k-ε 난류모형과 extended k-ε 난류모형을 적용하여 계산을 행하였으며 계산격자를 H형 격자와 O형 격자에 따른 비교를 행하였다.

2. 수치해석방법

2.1 지배방정식

비정상 점성 난류유동에 관한 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho u_k u_i) + \frac{\partial P}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \rho \overline{u_i u_j} \right] = F_i \quad (2)$$

난류유동 해석을 위해서는 Boussinesq의 와점성(eddy viscosity) 가정을 이용한 two-equation 모델을 사용하였다. 본 연구에서는 난류운동에너지(k)와 난류소산율(ε)에 대하여는 standard k-ε 난류모형과 extended k-ε 난류모형[7]을 적용하였다.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j k) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) = \rho(PR - \epsilon) \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \epsilon) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right) = C_1 \frac{\rho \epsilon}{k} PR - C_2 \frac{\rho \epsilon^2}{k} + C_3 \frac{\rho}{k} PR^2 \quad (4)$$

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (5)$$

식(3)-(4)에서의 PR은 난류운동에너지 생성량이며 적용하고자 하는 난류의 모형에 따라 적용하고자 하는 상수의 값들은 적용하는 모델에 따라 차이가 있다. standard k-ε 난류모형의 상수값은 다음과 같다.

$$\sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\epsilon = 1.3, \quad C_1 = 1.44, \quad C_2 = 1.92, \quad C_\mu = 0.09, \quad C_3 = 0.0 \quad (6)$$

extended k-ε 난류모형의 경우는 다음과 같다.

$$\sigma_k = 0.75, \quad \sigma_\epsilon = 1.15, \quad C_1 = 1.15, \quad C_2 = 1.90, \quad C_\mu = 0.09, \quad C_3 = 0.25 \quad (7)$$

2.2 지배방정식의 변환 및 경계조건

계산 영역상의 모든 경계면이 좌표면에 일치하도록 하기 위하여 일반좌표계에 기초한 비직교 경계 밀착 좌표계를 사용하였다. 따라서 형상을 정확히 모사하고 계산 격자를 유동현상에 따라 적절히 배치할 수 있으며 경계조건의 적용이 원활하도록 하였다. 경계조건으로 유동의 입구에서는 실험 조건에 맞도록 끝벽 경계층(endwall boundary layer)을 포함하여 자유 유동이 유입되도록 하였으며, 입구 경계층내에서의 속도 분포는 벽면으로부터의 수직 거리에 따라 1/7승의 근사식으로 결정하였다. 입구 경계층내에서의 난류 운동에너지와 난류 소산율을 구하기 위하여 와점성계수는 평판에서의 실험식을 사용하였으며, 난류운동에너지는 실험에서 얻어진 난류강도로부터 구하였으며 난류소산율은 난류강도로부터 구하였다. 출구면에서는 모든 유동변수는 내부유동 영역으로부터 외삽하였으며, 속도는 반복계산과정 동안 입구 유동량과 출구 유동량이 같아지도록 보정하였다. 벽면에서는 벽함수를 사용하여 벽면근처의 격자수를 줄였다. 벽마찰응력은 벽면에 가장 가까운 격자점에서 벽에 평행한 속도성분의 함수로 나타난다. 수직면과 수평면에서는 symmetric 조건을 적용하였으며, 특히 O형 격자의 적용으로 발생되어지는 관 중심의 singular 점에서는 주위에서 계산되어진 값들의 평균을 적용하였다.

2.3 격자계 생성 및 이산화

H-형의 격자를 사용하게 되면 원형의 관 입구에 입의의 사각형 꼭지점을 설치하여야 한다. 이 경우에 격자에 의하여 발생하는 격자의 비틀림과 복잡한 기하학적 형상을 처리하기 위하여 Steger와 Sorenson[8]에 의해서 개발된 방법을 사용하였다. Poisson 방정식에 경계조건으로 표면 수직조건과 길이를 첨가하여 생성항을 자동적으로 구할 수 있게 하여 격자를 생성하였다. 생성항은 경계면에서의 격자 기울기와 밀집 조건식을 이용하여 구하였으며 꼭지점에서의 수치 해석상 요구되는 격자의 매끄러움과 직교성 등의 성질을 향상하였다. Fig. 1은 본 계산에 사용된 좌표계를 나타내고 있다. 비선형 편미분 방정식인 지배 방정식의 해를 구하기 위하여 제어 체적에 대하여 차분화한 후 선형화된 대수 방정식으로 바꾸어 SIMPLE 알고리즘으로 해를 구하였다. 대류항의 모델링에는 정확도를 유지하면서 안정성을 얻기 위하여 2차 중앙차분과 감쇄에 의한 2차 upwind scheme을 사용하였다. 대류항에서 4차의 감쇄항은 중앙차분의 고유한 특성으로 나타나는 진동을 감쇄시키기 위하여 적용하였으며, 지배방정식의 확산항 및 소스항은 2차 중앙차분법으로 이산화 하였다.

SIMPLE 알고리즘에서는 압력의 계산은 연속방정식으로부터 압력 보정방정식을 사용한다. 하지만 비엇갈림 격자를 사용할 경우 속도성분의 직접적인 가중 선형보간은 압력과 속도의 진동을 야기한다. 이의 해결로 압력과 속도의 강한 연계를 필요로 한다. 본연구에서는 속도-압력의 연계를 위하여 압력 기준의 예상과 다중수정 방법을 적용[9]하였다. 시간미분항에 대한 차분화는 Crank-Nicholson scheme을 사용하였으며, 이산화된 대수방정식을 풀기 위하여 반복 ADI방법을 사용하였다. 해의 수렴 조건으로는 연속방정식과 운동량방정식에 대한 이산화 방정식의 잔류량이 입구 유량 및 운동량의 10^{-5} 이내가 될 때로 하였다.

3. 계산결과 및 고찰

Fig. 2는 원주방향으로 벽면에서의 정압력계수 $[C_p=(P_{local}-P_{ref})/Q_{ref}]$ 를 나타내고 있다. Q_{ref} 는 입구에서의 동압력을 의미한다. 또한 거리(S)의 시작은 수직면에서 시작하여 수평면까지의 원주방향의 거리를 나타낸다. 본 연구에서 계산되어진 관은 $x/D_i=1$ 에서 원의 형상이 변화하여 $x/D_i=2.5$ 에서 사각형으로 형상의 변화가 있는 경우이다. 또한 이 변화는 $x/D_i=1.7$ 에서 면적이 입구면적보다 15%정도 확대되었다가 다시 입구의 면적과 같이 동일하게 줄어들게 된다. 따라서 $x/D_i=1.6$ 에서는 최대의 면적에 의하여 압력이 최대가 되어진다. 하지만 관성력의 영향을 많이 받게되는 위부분에서 최대압력이 발생되어지고 면적의 변화가 마무리되어지는 $x/D_i=2.5$ 에서는 꼭관의 형태에서처럼 최대의 속도를 갖게 됨으로 최저의 압력을 얻게된다. 반면 수평면의 부분은 면적의 증가에 의하여 압력이 증가 되었다가 수평방향으로의 면적 증가율이 감소하는 영역에서 최대압력으로 증가 후 감소하는 형태를 얻게된다. 계산의 결과로부터 standard k- ϵ 난류모형을 사용하여 얻은 결과가 extended k- ϵ 난류모형을 사용한 결과보다는 관의 출구에서 실험의 결과와 잘 일치함을 알 수 있으며 O형 격자를 사용하여 계산되어진 결과는 H형 격자를 사용하여 계산되어진 결과보다는 저예측된 결과를 얻게 되었다. 이는 사각형의 경우에는 H형 격자가 보다 잘 일치함을 알 수 있으며 입구에서의 원형 의한 영향이 격자에 미치는 영향이 미소함을 알 수 있다.

Fig. 3은 벽면 표면을 따라 벽면마찰계수 $[C_f=\tau_{wall}/Q_{ref}]$ 의 변화를 나타내고 있다. H형의 격자를 사용한 경우에 벽면의 구석 부분에 발생되어진 격자의 비틀림으로 말미암아 속도의 값이 과예측되어져 불연속의 현상이 나타나고 있음을 알 수 있다. 이 영역에 많은 격자를 사용하여 가능한 격자의 영향을 최소화 하였다. 따라서 코너부분을 지나서 부터는 이러한 영향이 줄어들었음을 알 수 있으며 실험의 경향과 잘 일치함을 알 수 있다. 압력과는 달리 속도의 분포는 extended k- ϵ 난류모형을 사용하여 얻은 결과가 standard k- ϵ 난류모형을 사용한 결과보다는 실험의 결과와 잘 일치함을 알 수 있으며 O형 격자를 사용하여 계산되어진 결과는 수직면에서의 속도예측이 저예측되었음을 알 수 있다. 하지만 O형 격자를 사용하여 계산되어진 결과는 불연속의 현상이 발생되어지지 않는 매끈한 속도분포의 예측을 하였음을 알 수 있다.

Fig. 4는 수직한 면에서부터 수평면을 따라 속도의 변화를 예측한 결과이다. H형 격자를 사용한

결과는 다소 extended $k-\epsilon$ 난류모형을 사용한 결과가 standard $k-\epsilon$ 난류모형을 사용한 결과보다 나은 결과를 얻었으나 그차이는 그리 크지 않았다. 반면 O형 격자에 의하여 예측한 결과는 H형 격자에 의하여 예측된 결과보다는 저예측 되어음을 알 수 있다. Son[6]에 의하여 사용된 난류 모형의 결과는 과예측 되어져 속도의 분포에 많은 변화를 초래하였으므로 본 연구의 결과가 속도변화를 잘 예측하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 5는 수평면에서부터 수직한 방향으로의 속도변화를 예측한 결과이다. 앞서와 마찬가지로 H형 격자를 사용하여 계산한 결과는 그차이가 크지 않으며 다소 extended $k-\epsilon$ 난류모형을 사용하여 계산된 결과가 standard $k-\epsilon$ 난류모형을 사용한 결과보다는 정확한 예측이 이루어졌으며 O형 격자를 사용하여 계산한 결과는 출구쪽으로 가면서 속도의 분포가 복잡하여지므로 격자의 영향에 의하여 저예측 되었음을 알 수 있었다.

Fig. 6은 $x/D_i=4.5$ 에서의 정압력의 분포를 나타내고 있다. 벽면에서의 압력분포와 마찬가지로 H형 격자에 의한 결과는 O형 격자를 사용한 결과보다 전체적으로 정확히 예측하고 있으며 실험의 결과와 매우 일치되는 경향을 보여주고 있다. 수평면 근처에서 압력의 저하는 관의 축소에 따라 속도의 증가에 기인하고 있으며 반면 수직면에서의 압력의 증가는 반대 현상에 의하여 발생되어지고 있다. H형 격자의 결과에서 전체 내부의 정압력의 분포는 extended $k-\epsilon$ 난류모형을 사용하여 계산한 결과가 실험의 결과에 잘 일치하고 있으며 단지 수평면의 벽면에서부터의 원주방향으로의 정압력 분포는 standard $k-\epsilon$ 난류모형을 사용한 결과가 보다 정확히 모사를 하고 있음을 알 수 있다. 따라서 Fig. 2에서의 결과와 일치되는 현상을 나타내고 있다.

Fig. 7과 Fig. 8은 유동방향을 따라 유동방향 속도의 분포를 나타내고 있으며 Fig. 7은 H형 격자를 사용하고 extended $k-\epsilon$ 난류모형을 사용한 결과를 나타내고 있다. 출구로 가면서 수직면에 형성되어진 와류의 영향에 의하여 낮은 에너지를 가진 유동이 충분히 수평면을 따라 크지 못하였음을 알 수 있다. 즉 난류의 강도가 높게 예측 되어짐으로 2차유동의 현상을 다소 낮게 예측하였음을 알 수 있다. 전체적으로 속도분포의 값은 실험과 일치하는 경향을 가지고 있음을 알 수 있다. 난류모형과 격자의 영향에 의한 차이는 Fig. 8에서 보여주고 있다. 관의 출구에서의 값들로부터 H형 격자와 extended $k-\epsilon$ 난류모형을 사용한 결과가 가장 잘 모사하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 9와 Fig. 10은 유동방향을 따라서 수직한 단면에서의 2차유동의 현상을 나타내고 있다. Fig. 9는 H형 격자를 사용한 extended $k-\epsilon$ 난류모형을 사용하여 계산되어진 결과를 나타내고 있다. 윗부분의 수평면의 수직거리가 축소되어지면서 앞부분의 속도가 옆면의 수직면 방향으로 이동되어지는 2차유동의 현상을 나타내고 있으며 이러한 유동은 출구로 향하면서 수직면의 벽면에서 중심 방향으로 나아가게 하는 2차유동의 현상을 만들게 된다. 이러한 2차유동은 벽면으로부터 와류를 형성하여 유동방향을 따라 중앙으로 확산되어진다. 유동방향을 나아가면서 낮은에너지의 와류는 점차적으로 높은 에너지의 경계층 밖의 유동과 상호작용에 의하여 와류의 강도는 점차적으로 쇠약하여지게된다. 앞서 언급한 바와 같이 와류의 강도는 다소 적게 예측되었으며 H형 격자에 의한 예측이 O형 격자를 사용하여 얻어진 결과보다는 실험의 결과와 잘 일치하고 있음을 Fig. 10을 통하여 알 수 있다.

4. 결론

circular-to-rectangular 관에서 뒷부분이 사각형으로 변화되어지므로 O형 격자보다는 H형 격자에 의하여 계산되어진 결과가 실험의 결과와 잘 일치된 결과를 나타내고 있음을 알 수 있었다. H형 격자를 사용하여 난류모형에 따른 결과는 extended $k-\epsilon$ 난류모형에 의하여 예측한 결과가 standard $k-\epsilon$ 난류모형을 사용한 결과 보다도 실험의 결과에 잘 일치하는 결과를 얻었다. 이러한 계산의 결과에서 기존에 연구되어진 Baldwin-Barth 모형이나 고차 난류 모형에 비하여 보다 잘 현상을 모사하고 있으며 단지 와류에 의한 2차유동의 현상을 저예측하고 있음을 알 수 있었다. 따라서 선택된 난류 모형에 의하여 난류강도의 예측에 차이가 발생되므로 보다 정확한 난류 모형에 대한 연구가 필요하다.

참고문헌

- [1] Stevens, H.L., Thayer, E.B. and Fullerton, J.F., "Development of the Multi-Function 2-D/C-D Nozzle," AIAA Paper 81-1491 (1981)
- [2] Patrick, W.P. and McCormick, D.C., "Circular-to-Rectangular Duct Flows: A Benchmark Experimental Study," SAE Technical Paper 871776 (1987)
- [3] Reichert, B.A., Hingst, W.R., and Okiishi, T.H., "An Experimental Comparison of Non-swirling and Swirling Flow in a Circular-to-Rectangular Transition Duct," AIAA Paper 91-0342 (1991)
- [4] Davis, D.O., "Experimental Investigation of Turbulent Flow Through a Circular-to-Rectangular Transition Duct," NASA TM 105210 (1991)
- [5] Burley II, J.R., Bangert, L.S. and Carlson, J.R., "Investigation of Circular-to-Rectangular Transition Ducts for High-Aspect ratio Nonaxisymmetric Nozzles," NASA-TP-2534 (1986)
- [6] Son, H.J. "Comparison of High-Order Turbulence Modeling for Internal Flows in Curved Ducts," Ph.D dissertation MSU (1996)
- [7] Chen, Y.S., and Kim, S.W., "Computation of Turbulent Flows using a Extended $k-\epsilon$ Turbulence Closure Model," NASA CR-179204 (1987)
- [8] Steger, J.L., and Sorenson, R.L., "Automatic Mesh-Point Clustering Near a Boundary in Grid Generation with Elliptic Partial Differential Equations," J. Computational Physics, Vol. 33, pp.405-410 (1979)
- [9] Chen, Y.S., "3-D Stator-Rotor Interaction of the SSME," AIAA Paper 88-3095, AIAA/ASME/SAE/USEE 24th Joint Propulsion Conference (1988)

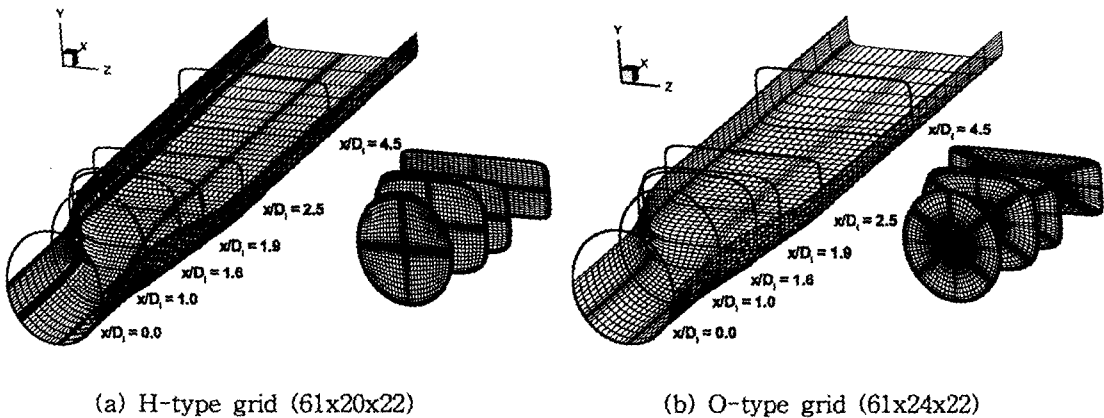


Fig. 1 Circular-to-rectangular duct geometry with symmetric parts of grid

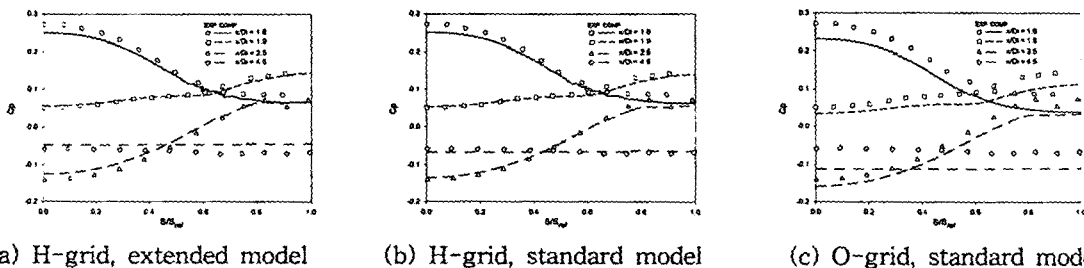
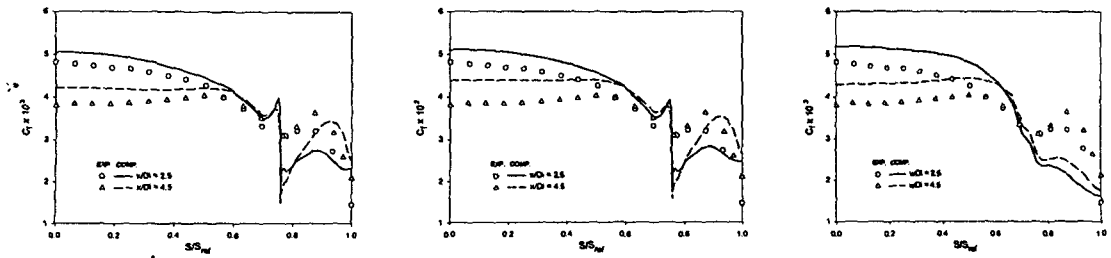
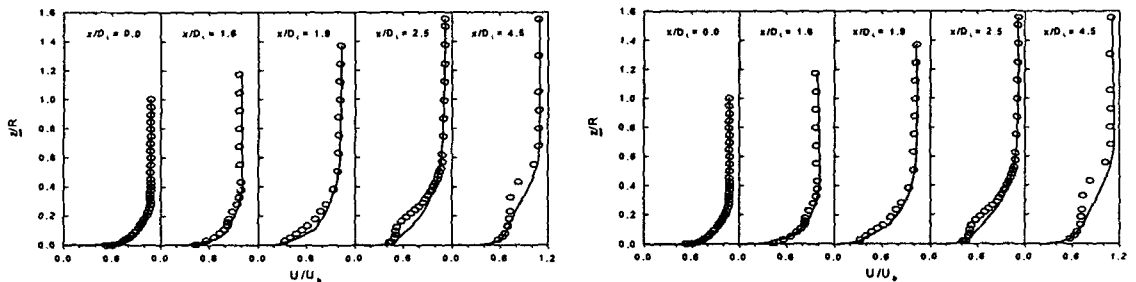


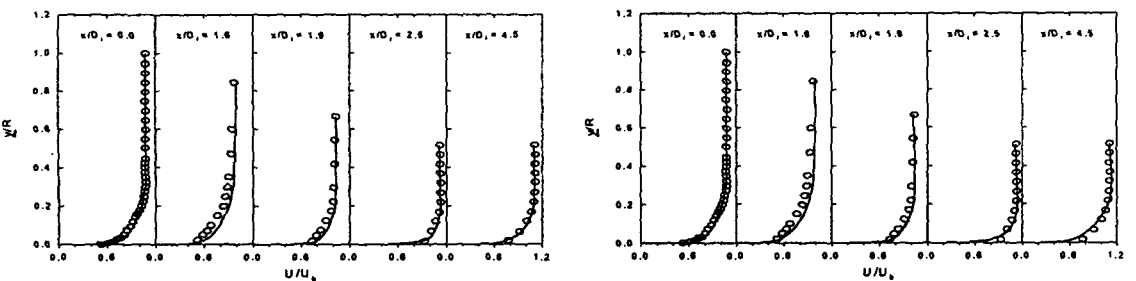
Fig. 2 Comparison of experimental and computed peripheral wall pressure coefficient distributions



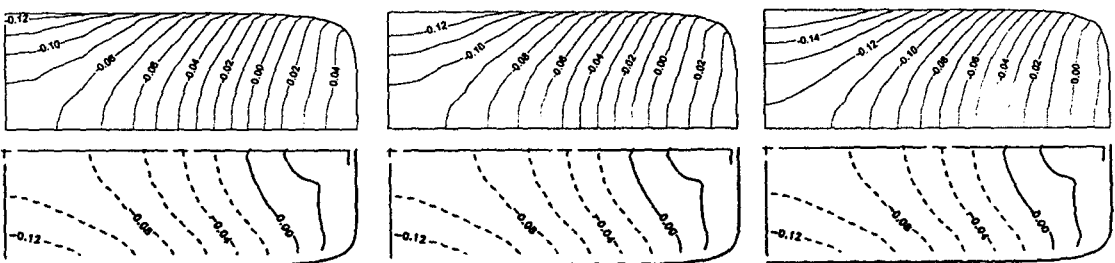
(a) H-grid, extended model (b) H-grid, standard model (c) O-grid, standard model
 Fig. 3 Comparison of experimental and computed peripheral wall friction coefficient distributions



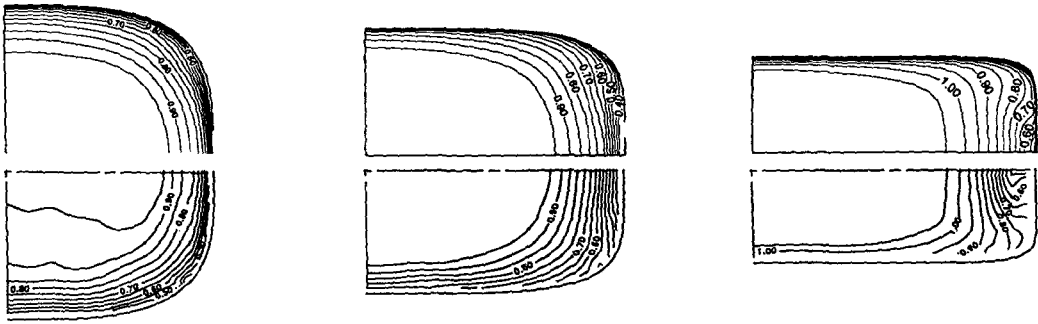
(a) H-grid, extended model (b) O-grid, standard model
 Fig. 4 Comparison of experimental and computed axial velocity from the upper wall



(a) H-grid, extended model (b) O-grid, standard model
 Fig. 5 Comparison of experimental and computed axial velocity from the side wall



(a) H-grid, extended model (b) H-grid, standard model (c) O-grid, standard model
 Fig. 6 Comparison of experimental and computed static pressure contours at $x/D_i = 4.5$

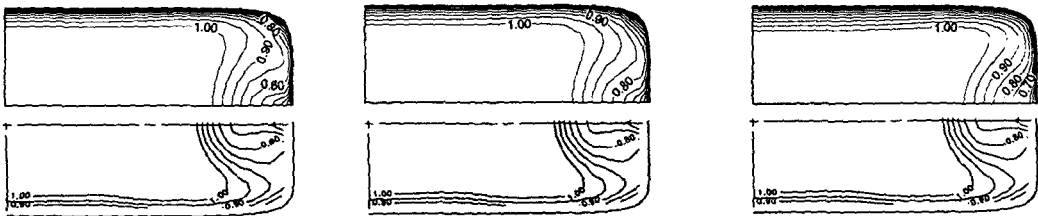


(a) $x/D_i = 1.6$

(b) $x/D_i = 1.9$

(c) $x/D_i = 2.5$

Fig. 7 Comparison of experimental and computed axial velocity contours with H-grid and extended $k-\epsilon$ turbulence model along the streamwise

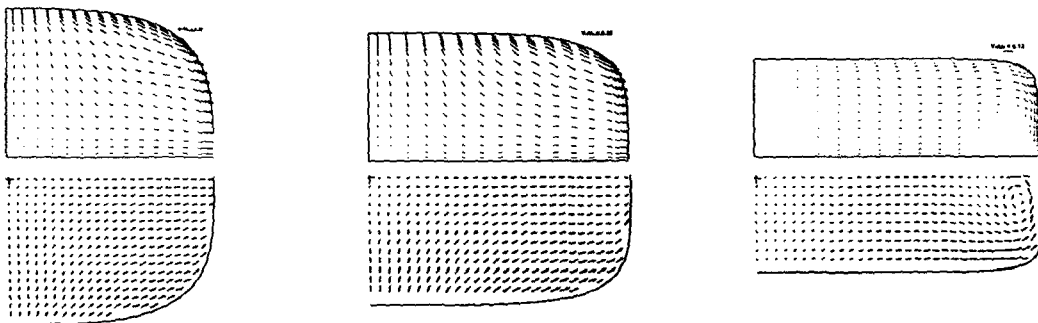


(a) H-grid, extended model

(b) H-grid, standard model

(c) O-grid, standard model

Fig. 8 Comparison of experimental and computed axial velocity contours at $x/D_i=4.5$

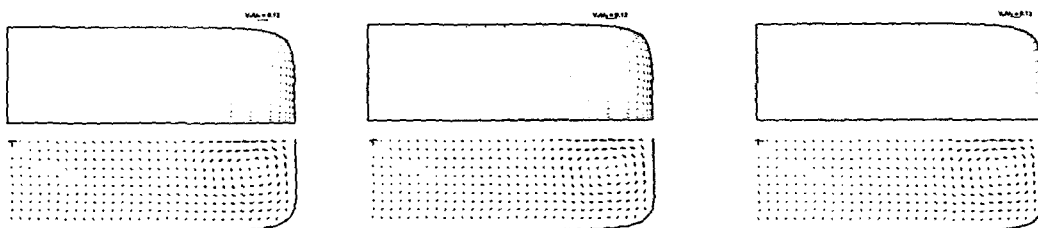


(a) $x/D_i = 1.6$

(b) $x/D_i = 1.9$

(c) $x/D_i = 2.5$

Fig. 9 Comparison of experimental and computed transverse velocity contours with H-grid and extended $k-\epsilon$ turbulence model along the streamwise



(a) H-grid, extended model

(b) H-grid, standard model

(c) O-grid, standard model

Fig. 10 Comparison of experimental and computed transverse velocity contours at $x/D_i=4.5$