

에너지 보존법칙과 전력계통 안정도
직접 해석법에서의 응용

문 영현, 이 용훈, 조 병훈, 류 현수, 최 병곤
연세대학교 전기공학과

Energy Conservation Law and its application
for Direct Energy method of Power System Stability

Young-Hyun Moon, Yong-Hoon Lee, Byoung-hoon Cho, Heon-Su Ryu, Byoung-Kon Choi
Dept. of Electrical Engineering, Yonsei University

Abstract -Many papers have recently been presented to develop energy functions for power systems. However, earlier studies adopted case-by-case approaches, which failed to give a general approach to deal with various kinds of generator models.

In this paper, two useful theorems are developed regarding the integral relationships of the generator power versus its phasor current and voltage. By using the proposed theorems, an exact energy conservation law can be derived from the complex integral. The proposed energy conservation law, which is free of the generator model, can be utilized to develop energy functions for various kinds of generator models including the speed governors and excitors. An illustrative example is given for a multimachine system with the Eq' model of generator. This thesis also shows a possibility of more accurate and fast stability analysis by using the proposed Energy Conservation Law.

KEYWORDS: power system stability; direct energy method; multimachine system energy function; complex integral approach; energy integral; energy conservation law

1. 서 론

안정된 전력을 공급하기 위한 최근 관심을 끌고 있는 방법은 에너지 함수에 의한 전압안정도의 직접해석법이다. 지금까지의 에너지 함수에 관한 논문에서는 대부분 이 저항이 없는 전력계통을 이용한 고전적인 발전기 모델을 사용하였다는 한계가 있다. 구조 보존 에너지 개념 [1,6]과 질량 중심 에너지 분석 [4]의 연구로 무효전력과 전송선로 저항 [12-15] 을 고려할 수 있어서 상당한 에너지 함수의 발전을 가져왔다. 최근의 에너지 함수의 결과중의 하나는 전송선로에서 일정한 R/X비를 가진다는 가정하에 다기 계통에 대한 선로저항을 고려한 에너지 함수이다. 그러나 이러한 접근법 역시 고전적인 발전기 모델에 근거하며 자속감쇄 효과 고려에 있어서 단점이 있다. 이것은 Sasaki [17]에 의하여 지적되어 졌고 많은 사람들이 세부발전기 모델 [2-3,7-9]에 연관된 에너지 함수를 개발하였으며, 조속기와 여자기를 고려한 에너지 함수 [11] 개발의 시도가 있었다. 그러나 이러한 방법들도 각각의 경우에 근거한 접근법이어서 다양한 발전기 모델을 사용하는 전력계통에 대한 체계적 에너지 함수를 제공하지 못하고 있다. 이 논문에서는 전압과 페이저 전류를 유추한 발전기 전력의 적분관계에 관한 두 가지 유용한 정리가 개발되어 있다. 복소 적분은 모션 전압에 대한 모션 전류방정식을 적분함으로써 얻어지며

여기서 유도된 에너지 함수는 다기 전력계통에서의 다양한 종류의 발전기 모델을 택한 일반적 에너지함수를 유도할 수 있게 한다.

2. 에너지 보존법칙 및 에너지함수 유도

2.1 발전기 입출력 관련 경로적분 정리

다기 에서 각각의 발전기의 페이저를 표현은 다음과 같다.

$$E'_{Gi} = (E'_{di} + jE'_{qi})e^{j(\delta_i - \omega t)} \quad (1.a)$$

$$V_{Gi} = (V_{di} + jV_{qi})e^{j(\delta_i - \omega t)} \quad (1.b)$$

$$V_{Gi} = V_i e^{j\theta_i} \quad (1.c)$$

$$I_{Gi} = (I_{di} + jI_{qi})e^{j(\delta_i - \omega t)} \quad (1.d)$$

$$\Psi_{Gi} = (\Psi_{di} + j\Psi_{qi})e^{j(\delta_i - \omega t)} \quad (1.e)$$

$$\begin{aligned} E'_{Gi} &= (E'_{di} + jE'_{qi})e^{j\omega t} & I_{Gi} &= (I_{di} + jI_{qi})e^{j\omega t} \\ V_{Gi} &= (V_{di} + jV_{qi})e^{j\omega t} & \Psi_{Gi} &= (\Psi_{di} + j\Psi_{qi})e^{j\omega t} \end{aligned} \quad (2)$$

$$V_i = \sqrt{V_{di}^2 + V_{qi}^2} \quad (3)$$

발전기 출력의 적분은 전류와 전압 페이저에 의한 복소 선적분에 의해 다음과 같이 표현된다.

$$\int_{V_{i_0}}^{V_{i_1}} (P_{Gi} d\theta_i + \frac{Q_{Gi}}{V_i} dV_i) = \int_{\Psi_{i_0}}^{\Psi_{i_1}} Im(I'_{Gi} dV_{Gi}) \quad (정리 1)$$

P_{Gi}, Q_{Gi} : 유효, 무효 발전기 출력

증명)

$$\begin{aligned} \int_{V_{i_0}}^{V_{i_1}} (P_{Gi} d\theta_i + \frac{Q_{Gi}}{V_i} dV_i) &= \int_{V_{i_0}}^{V_{i_1}} Re \left[\frac{P_{Gi} + jQ_{Gi}}{V_i} (V_i d\theta_i - j dV_i) \right] \\ &= \int_{V_{i_0}}^{V_{i_1}} Re \left[\frac{P_{Gi} + jQ_{Gi}}{V_i e^{j\theta_i}} d \left(\frac{V_i e^{j\theta_i}}{j} \right) \right] \\ &= \int_{\Psi_{i_0}}^{\Psi_{i_1}} Re \left[\frac{P_{Gi} + jQ_{Gi}}{V_{Gi}} \frac{dV_{Gi}}{j} \right] \\ &= \int_{\Psi_{i_0}}^{\Psi_{i_1}} Im(I'_{Gi} dV_{Gi}) \end{aligned}$$

만약 i 발전기에 대한 발전기 고정자/계통망 과도 천이의 영향을 무시한다면, 다음 과 같이 쓸 수 있다.

$$\int_{V_{i_0}}^{V_{i_1}} (P_{Gi} d\theta_i + \frac{Q_{Gi}}{V_i} dV_i) = \int_{\Psi_{i_0}}^{\Psi_{i_1}} P_{Gi} d\theta_i + \int_{\Psi_{i_0}}^{\Psi_{i_1}} (I_{di} dV_{di} - I_{qi} dV_{qi}) \quad (정리 2)$$

$$\text{여기서 } P_{Gi} = \frac{\omega}{\omega_s} (I_{di} \Psi_{di} - I_{qi} \Psi_{qi})$$

위의 정리 2의 증명은 부록에 있다. 발전기 전력관계를 나타낸 식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P_m = P_m - M_i \omega_i - D_i \omega_i \quad (4)$$

여기서 D_i : 발전기 계동 계수이다.

첨리 2와 식(4)을 사용하여 다음을 얻을 수 있다.

$$\int_{V_0}^{V^{\theta,0}} (P_G d\theta + \frac{Q_G}{V_i} dV_i) = \int_{V_0}^{V^{\theta,0}} P_m d\theta - \frac{1}{2} M_i (\omega_i^2 - \omega_0^2) - \int_{V_0}^{V^{\theta,0}} D_i \omega_i^2 dt + \int_{V_0}^{V^{\theta,0}} (I_G dV_G - I_G dV_G) \quad (5)$$

2.2 에너지 보존법칙

전력계통의 에너지함수는 등가역학모델(EMM)에서 축적된 에너지를 고려함으로써 구할 수 있다.

그런데 발전기 완전 모델은 초기과도상태, 과도상태, 정상상태에 대하여 각각 두개의 리액턴스 성분을 가지고 있어서 발전기 모델에 대한 실제 등가역학모델(EMM)을 개발하는데 난해하므로 여기서 에너지함수는 모션 전류방정식의 적분 관계를 고려함으로써 유도된다.

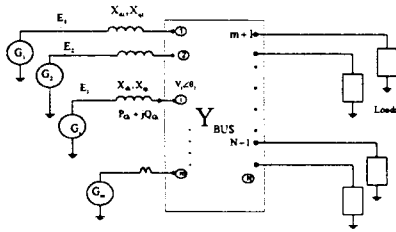


그림1 다기 모션 계통도

다기 모션 계통의 회로에서 모션 전류 및 전압은 다음과 같이 표현 가능하다.

$$I_{BUS} = Y_{BUS} V_{BUS} \quad (6)$$

$$V_{BUS} = \begin{bmatrix} V_G \\ V_{NG} \end{bmatrix} = [V_i, V_j, \Lambda, V_N]^T \quad (7)$$

여기서 V_G : 발전기의 페이저 전압 벡터 (m -차원)

V_{NG} : 발전기가 없는 모션의 전압 벡터 ($n-m$ 차원)

모션 주입 전류벡터 I_{BUS} 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$I_{BUS} = I_G - I_L \quad (8)$$

$$Y_{BUS} V_{BUS} - I_G + I_L = 0 \quad (9)$$

(9)식은 복소 적분 취하면

$$W = \int_{V_0}^{V^{\theta,0}} (Y_{BUS} V_{BUS} - I_G + I_L)^* dV_{BUS} = 0 \quad (10)$$

$$W = \int_{V_0}^{V^{\theta,0}} \left[\sum_{i=1}^m Y_{ij} V_i^* V_j + \sum_{i=1}^m I_G^* dV_i - \sum_{i=1}^m I_L^* dV_i \right] = 0 \quad (11)$$

여기서 적분경로 c 는 계통경로에 의해 의함.

한편, 다음과 같은 일반적인 식이 성립한다.

$$V_i = V_i e^{j\theta_i} \quad (12.a)$$

$$I_G = \frac{P_G + jQ_G}{V_i} = \frac{P_G + jQ_G}{V_i} e^{-j\theta_i} \quad (12.b)$$

$$I_L = \frac{P_L + j(Q_L - Q_{CL})}{V_i} = \frac{P_L + j(Q_L - Q_{CL})}{V_i} e^{-j\theta_i} \quad (12.c)$$

$$Y_{BUS} = [G_{ij} + jB_{ij}] \quad (12.d)$$

$$dV_i = e^{j\theta_i} dV_i + jV_i e^{j\theta_i} d\theta_i \quad (12.e)$$

여기서 V_i : V_i 의 최대치 모션전압

위의 식들을 식(11)에 대입 하여 풀면 허수부분이 다음과 같이 구해진다.

$$W_{BMO} = \int_{V_0}^{V^{\theta,0}} [\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m G_{ij} (V_i \sin \theta_i dV_j + V_j \sin \theta_j d\theta_i) - B_{ij} (V_i \cos \theta_i dV_j - V_j \sin \theta_j d\theta_i)] - \sum_{i=1}^m [P_G d\theta_i + \frac{Q_G}{V_i} dV_i] + \sum_{i=1}^m [P_L d\theta_i + \frac{Q_L - Q_{CL}}{V_i} dV_i] = 0 \quad (13)$$

여기서 $\theta_i = \theta_i - \theta_0$

이 B_{ij} -항들은 Double Summation의 성질을 이용하고 발전기 출력 P_G 와 Q_G 는 P_{mi} 와 연관된 에너지 항으로 바꿀 수 있으므로 다음과 같은 에너지 보존법칙을 구할 수 있다.

$$\sum_{i=1}^m \frac{1}{2} M_i \omega_i^2 + \sum_{i=1}^m \left[-\frac{1}{2} B_{ii} V_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m V_i V_j B_{ij} \cos \theta_{ij} \right] + \sum_{i=1}^m \int_{V_0}^{V^{\theta,0}} G_{ii} V_i^2 d\theta_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m G_{ij} (V_i V_j \cos \theta_{ij} d\theta_i + V_j \sin \theta_j dV_i) - \sum_{i=1}^m \left[\int_{V_0}^{V^{\theta,0}} P_m d\theta_i + \int_{V_0}^{V^{\theta,0}} (I_G dV_G - I_G dV_G) \right] + \sum_{i=1}^m \left[\int_{V_0}^{V^{\theta,0}} P_L d\theta_i + \int_{V_0}^{V^{\theta,0}} \left(\frac{Q_L - Q_{CL}}{V_i} \right) dV_i \right] + \sum_{i=1}^m \left[\int_{V_0}^{V^{\theta,0}} D_i \omega_i^2 dt \right] = C \quad (14)$$

2.3 에너지함수

식(14)에서 시간 적분 항을 무시하면, 다음과 같은 에너지함수가 전력 계통에서 구해진다.

$$E = \sum_{i=1}^m \frac{1}{2} M_i \omega_i^2 + \sum_{i=1}^m \left[-\frac{1}{2} B_{ii} V_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m V_i V_j B_{ij} \cos \theta_{ij} \right] + \sum_{i=1}^m \int_{V_0}^{V^{\theta,0}} G_{ii} V_i^2 d\theta_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m G_{ij} (V_i V_j \cos \theta_{ij} d\theta_i + V_j \sin \theta_j dV_i) - \sum_{i=1}^m \left[\int_{V_0}^{V^{\theta,0}} P_m d\theta_i + \int_{V_0}^{V^{\theta,0}} (I_G dV_G - I_G dV_G) \right] + \sum_{i=1}^m \left[\int_{V_0}^{V^{\theta,0}} P_L d\theta_i + \int_{V_0}^{V^{\theta,0}} \left(\frac{Q_L - Q_{CL}}{V_i} \right) dV_i \right] \quad (15)$$

에너지함수에 대한 시간도함수의 반응수성질(Semi-negativeness)의 증명

식(14)로 에너지함수 식(15)은 다음과 형태로 표현이 가능하다.

$$E = C - \sum_{i=1}^m \int_{V_0}^{V^{\theta,0}} D_i \omega_i^2 dt \quad (16)$$

여기서 $C = E(t_0) = E(\omega_0, \delta_0, V_0, \theta_0)$

시간에 대한 도함수는

$$\frac{dE}{dt} = - \sum_{i=1}^m D_i \omega_i^2 \leq 0 \quad (17)$$

위의 부등식은 다음과 미분 연쇄 법칙을 이용한 일반적 방법을 통하여 확인할 수 있다.

$$\frac{dE}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial E}{\partial \omega_i} \frac{d\omega_i}{dt} + \frac{\partial E}{\partial \delta_i} \frac{d\delta_i}{dt} + \frac{\partial E}{\partial V_i} \frac{dV_i}{dt} + \frac{\partial E}{\partial \theta_i} \frac{d\theta_i}{dt} + \frac{\partial E}{\partial V_a} \frac{dV_a}{dt} + \frac{\partial E}{\partial V_q} \frac{dV_q}{dt}$$

$$= -\sum_{i=1}^n D_i \omega_i^2 \quad (18)$$

식(18)는 에너지함수의 시간에 대한 도함수를 구하는 유일한 방법인데 복잡한 과정을 필요로 한다. 여기서 중요한 사실은 위와 같은 복잡한 과정을 거치지 않고도 제안된 에너지 법칙의 시간에 대한 도함수가 반응수 성질을 가지고 있다는 것을 직관적으로 쉽게 유추할 수 있다. 그러므로 제안된 법칙을 안정도 판별에 적용 시에 빠르고 명확한 판별기준이 될 수 있다는 것과 다양한 발전기 모델의 안정도 판별에 강력한 도구로 사용될 수 있다는 것을 보여준다.

위의 사실로부터, 에너지함수 식(15)은 전력계통에서 구조보존 에너지함수(Preserved Structure Energy Function)와 같은 성질을 가지고 있으며, 에너지 보존 법칙(14)은 다양한 에너지함수를 유도하는 일반적인 접근법을 제공한다고 볼 수 있다.

3. 에너지함수 응용

제안된 에너지 보존법칙은 일반적으로 사용되는 Eq-방법, 2축-방법, 4축-방법과 같은 일반적인 발전기 모델의 에너지함수를 유도하는데 적용될 수 있다. 위의 에너지 보존법칙은 기계적입력 P_{mi} , 발전기 단자전압 V_{di} 와 V_{qi} 의 변화에 영향을 받는 경로의존 적분 항을 포함하고 있어서 조속기나 AVR(자동 전압 조절기)에 의한 제어효과가 반영된 에너지함수의 개발에도 효과적으로 사용될 수 있다.

Eq-모델에 대한 에너지함수

Eq'-모델을 가진 다기 계통에서 에너지 적분의 유도를 고려해보자. 이 경우에는 발전기 전류분석을 쉽게 하기 위해 발전기 저항을 무시한다. 그러면 모든 발전기가 다음과 같은 형태로 표현 가능 하다.

$$T_{do} \frac{dE_q'}{dt} = -E_q' - (X_a - X_a') I_a + E_{fd} \quad (19)$$

$$M_i \frac{d\omega_i}{dt} = T_{mi} - E_q' I_q - (X_q - X_q') I_q - D_i \omega_i \quad (20)$$

$$I_a = \frac{(E_q' - V_i \cos \delta_{Li})}{X_a} \quad (21.a)$$

$$I_q = V_i \sin \delta_{Li} / X_q \quad (21.b)$$

$$P_{mi} = E_q' I_q + (X_q - X_q') I_q \quad (21.c)$$

여기서, $\delta_{Li} = \delta_i - \theta_i = \text{Ang } E_q' - \text{Ang } V_i$: Load Angle (21.d)

발전기 단자 전압은 다음과 같이 주어진다.

$$V_q = E_q' - X_a' I_a$$

$$V_a = X_q I_q \quad (22)$$

위 식을 이용함으로써 다음 식을 쉽게 구할 수 있다.

$$\int_{t_0}^* (I_a dV_q - I_q dV_a) = \int_{t_0}^* I_a dE_q' - \frac{1}{2} X_a (I_a^2 - I_{a0}^2) - \frac{1}{2} X_q (I_q^2 - I_{q0}^2) \quad (23)$$

식(19)을 사용하면,

$$\int_{t_0}^* I_a dE_q' = \int_{t_0}^* \frac{1}{(X_a - X_a')} \left(-T_{do} \frac{dE_q'}{dt} - E_q' + E_{fd} \right) dE_q'$$

$$= \frac{1}{(X_a - X_a')} \left[-T_{do} \int_{t_0}^* \left(\frac{dE_q'}{dt} \right)^2 dt - \frac{1}{2} (E_q'^2 - E_{q0}^2) + \int_{t_0}^* E_{fd} dE_q' \right] \quad (24)$$

(23)식과 (24)식을 에너지 보존법칙(14)식에 대입해서 풀면 다음과 같은 식이 된다.

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n M_i \omega_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left[X_a I_a^2 + X_q I_q^2 + \frac{1}{(X_a - X_a')} E_q'^2 \right]$$

$$+ \sum_{i=1}^n \left[-\frac{1}{2} B_i V_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n V_i V_j B_{ij} \cos \theta_{ij} \right] + \sum_{i=1}^n \int_{t_0}^* G_i V_i^2 d\theta_i$$

$$+ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n G_{ij} \int_{V_{i0}, \theta_{i0}}^{(V_i, \theta_i)} (V_i V_j \cos \theta_{ij} d\theta_i + V_i \sin \theta_{ij} dV_j)$$

$$- \sum_{i=1}^n \left[\int_{t_0}^* P_{mi} d\delta_i - \frac{T_{do}}{(X_a - X_a')} \int_{t_0}^* \left(\frac{dE_q'}{dt} \right)^2 dt - \frac{1}{(X_a - X_a')} \int_{t_0}^* E_{fd} dE_q' \right]$$

$$+ \sum_{i=1}^n \left[\int_{t_0}^* P_{Li} d\theta_i + \int_{t_0}^* \left[\frac{Q_{Li} - Q_{Gi}}{V_i} \right] dV_i \right] + \sum_{i=1}^n \int_{t_0}^* D_i \omega_i^2 dt = C_1 \quad (25)$$

경로 의존 에너지함수를 구하기 위한 가정.

- i) 모든 선로 저항은 무시 가능.
- ii) 모든 조속기와 여자기는 고정되어 있다. 모든 P_{mi} 와 E_{fdi} 는 상수이다.
- iii) 유효 전력부하는 상수, 무효전력 부하는 모션 전압에 의존한다.

위의 가정으로 에너지함수를 구하면

$$E_1 = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} M_i \omega_i^2 - \sum_{i=1}^n \left[\frac{1}{2} B_i V_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n V_i V_j B_{ij} \cos \theta_{ij} \right]$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left[X_a I_a^2 + X_q I_q^2 + \frac{E_q'^2}{(X_a - X_a')} \right] - \sum_{i=1}^n \frac{E_{fdi} (E_q' - E_{q0i})}{(X_a - X_a')}$$

$$+ \sum_{i=1}^n \left[-P_{mi} (\delta_i - \theta_{i0}) + P_{Li} (\theta_i - \theta_{i0}) + \int_{t_0}^* \left(\frac{Q_{Li}(V_i) - Q_{Gi}(V_i)}{V_i} \right) dV_i \right] \quad (26)$$

위의 에너지함수에서 발전기 전류 I_a, I_q 는 (21.a)식과(21.b)식을 사용하여 소거할 수 있다. 소거한 후의 위의 에너지함수는 Padiyar[3,4]에 의하여 발표된 에너지함수와 일치하게 된다. 식(26)의 시간 도함수의 반응수성질(semi-negativeness)도 다음과 같이 쉽게 증명된다.

$$\frac{dE_1}{dt} = -\sum_{i=1}^n \left[D_i \omega_i^2 + \frac{T_{do}}{(X_a - X_a')} \left(\frac{dE_q'}{dt} \right)^2 \right] \leq 0 \quad (27)$$

선로 저항이 고려된 경우에는, 식(26)에서 선로의 컨덕턴스와 결합된 경로의존 적분 항으로서 에너지함수를 쉽게 얻을 수 있다. 또한 여기서 2축 발전기 모델에 대한 에너지함수도 쉽게 유도해 낼 수 있다는 것도 위의 식들을 확인해 보면 알 수 있다.

조속기를 고려한 에너지함수

에너지함수의 또 다른 적용의 예로 조속기를 고려한 경우의 에너지함수에 대해 알아 보겠다. 에너지함수에서 조속기를 고려한 증명 예로 그림 2에 조속기-터빈 계통이 간략화 된 1차 전달함수로 표현된 블록선도가 있다

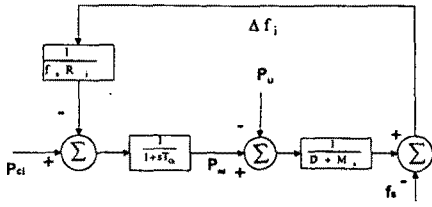


그림2 1차 감쇄 주파수 제어 계통

위의 블록선도에서 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\dot{P}_m = -\frac{1}{T_G} P_m - \frac{1}{\omega_s R_i T_G} \omega_s + \frac{P_{ci}}{T_G} \quad (28)$$

여기서 $\omega_s = 2\pi f_s$, $\omega_i = 2\pi(f_i - f_s)$

미소변화를 적용하면,

$$\Delta \dot{P}_m = -\frac{1}{T_G} \Delta P_m - \frac{1}{\omega_s R_i T_G} \omega_i \quad \text{단) } \Delta P_{mi} = P_{mi} - P_{ci} \quad (29)$$

P_m 관계된 적분 항은 다음과 같이 구해진다.

$$\int_{t_0}^t P_m d\delta_i = P_{ci}(\delta_i - \delta_{i0}) + \int_{t_0}^t \Delta P_m d\delta_i \quad (30)$$

그리고

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^t \Delta P_m d\delta_i &= \int_{t_0}^t \Delta P_m \omega_i dt \\ &= \int_{t_0}^t \Delta P_m (-\omega_s R_i T_G \Delta \dot{P}_m dt - \omega_s R_i \Delta P_m) dt \\ &= -\frac{1}{2} \omega_s R_i T_G (\Delta P_m^2 - \Delta P_{m0}^2) - \int_{t_0}^t \omega_s R_i \Delta P_m^2 dt \quad (31) \end{aligned}$$

(31) 식을 (30)에 대입하면

$$\int_{t_0}^t P_m d\delta_i = P_{ci}(\delta_i - \delta_{i0}) - \frac{1}{2} \omega_s R_i T_G (\Delta P_m^2 - \Delta P_{m0}^2) - \int_{t_0}^t \omega_s R_i \Delta P_m^2 dt \quad (32)$$

이식을 쉽게 풀게 풀기 위해 P_{ci} 는 고정되었고 P_m 는 상수라고 가정한다. 모든 모션 전압과 발전기 내부 전압 E_g 또한 상수로 취급한다. 발전기의 돌극성은 $X_g \equiv X_d$ 라고 가정함으로써 무시한다.

위와 같은 가정은 일반적으로 과도안정도 해석에서 허용된 가정들이다. (32)식을 이러한 가정하에 에너지 보존(25)식에 대입하면 다음과 같은 에너지함수와 시간도함수를 유도해 낼 수 있다.

$$\begin{aligned} E_2 &= -\frac{1}{2} \sum_i \sum_j B_{ij} V_i V_j \cos \theta_{ij} \\ &+ \sum_i \left(\frac{1}{2} M_i \omega_i^2 - \frac{E_g V}{X_d} \cos \delta_{Li} + \frac{1}{2} \omega_s R_i T_G \Delta P_m^2 - P_{ci}(\delta_i - \delta_{i0}) \right) \\ &+ \sum_i \int_{t_0}^t P_{ci} d\theta_i \quad (33) \end{aligned}$$

$$\frac{dE_2}{dt} = -\sum_i [\omega_s R_i \Delta P_m^2 + D_i \omega_i^2] \leq 0 \quad (\text{For all } t) \quad (34)$$

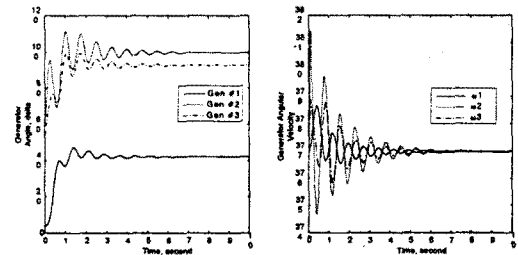
위의 시간 도함수에서 반응수(semi-negativeness) 성질은 에너지 보존이나 미분 연쇄법칙을 하면 구할 수 있다.

4. 시뮬레이션 결과 고찰

에너지 보존이 에너지함수에 관한 식(14)와 (15)을 통하여 증명되어진다. 다양한 경우의 고장과 고장시간에 대해서 실험을 했으며 계통의 에너지는 두 가지 방법의 의하여 구해졌다. 계통의 계폭을 따라 경로적분으로 구한 것이 Energy1즉 식 (15)에 의해 구해진 값이고 Energy2는 계통의 손실을 적분해 가면서 구한 값이다. 샘플계통으로 WSCC 3-Generator 계통과 New England 10-Generator 계통이 적용되었다. 여자기와 조속기 데이터는 [17,18]을 참고 하였다.

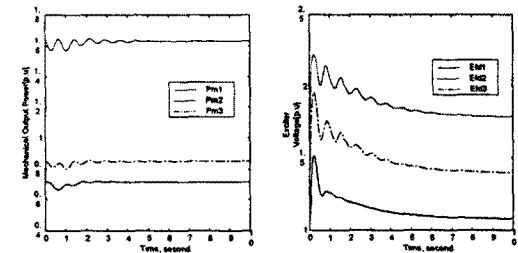
WSCC 3-Generator 계통

고장발생 조건은 우연한 경우 7번 모션이 0초에서 고장 났고 0.1초에서 7번과 5번 모션을 차단한 상태로 고장이 제거 되었다고 가정한 상태에서 10초간 모의실험을 했다.



(a) 발전기 각

(b) 각 속도

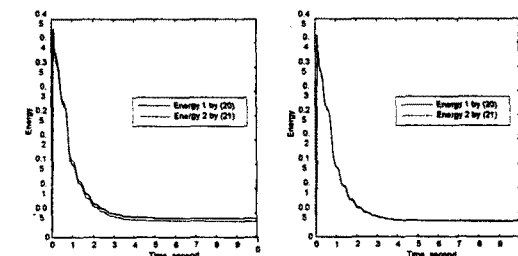


(c) 기계적 출력

(d) 여자기 전압

그림 3 발전기 상태 결과

그림3은 시간모의에 대한 발전기 상태의 결과 그래프이다.



(a) 시간간격 0.01초

(b) 시간 간격 0.001 초

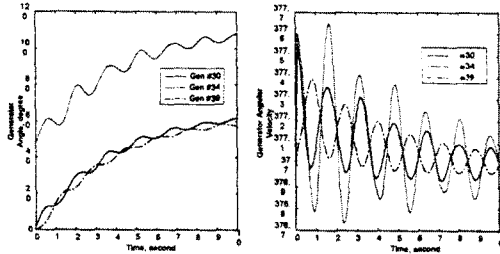
그림 4 에너지 값

그림4는 경로적분 방법으로 trapzoidal 방법이 사용되었는데 이것의 정확성을 알아보기 위해 시간 간격을 0.1초와 0.01초의 두 가지 방법으로 실험했을 경우의 결과 그래프이다. 이것을 볼 때 시간간격을 줄이면 보다 더 정확한 에너지 값이 구해짐을 알 수 있다.

New England 10-Generator 계통

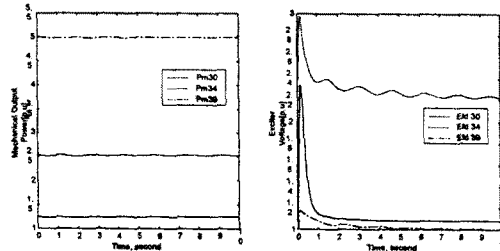
제안된 에너지 보존법칙의 적합성을 위해 39모선의 경우에서 다양한 고장의 경우에 대해 살펴 보겠다. 여기서는 시간간격 0.001초의 시간간격으로 10초 동안 수행되었다.

첫 번째 경우는 그림 5에서는 30번 모선에 고장이 발생했을 경우 30번 모선과 34번 39번 모선의 발전기상태에 관한 그림이다. 그림 6에 구해진 두 개의 에너지 곡선은 거의 일치함을 알 수 있고 이것으로 제안된 에너지 보존법칙이 샘플계통에 대해 모두 성립되는 것을 확인할 수 있다.



(a) 발전기 각

(b) 각 속도



(c) 기계적 출력

(d) 여자기 전압

그림 5 발전기 상태 결과

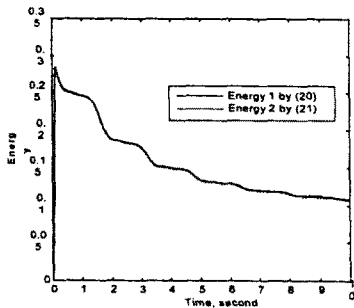
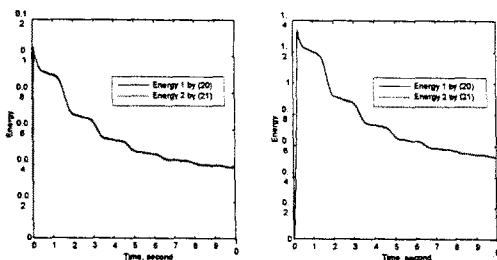


그림 6 에너지 값



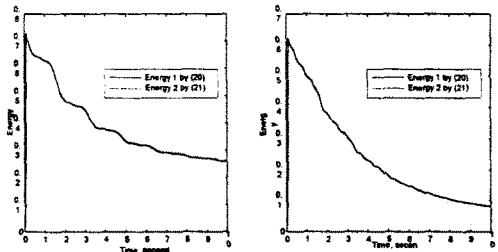
(a) 고장제거 0.06초

(b) 고장제거 0.22초

그림 7 다른 고장구간에서 에너지

그림 7 은 고장제거 시간에 에너지함수가 어떤 영향을 받는지 알아보기 위해 같은 고장모선에 대해 0.06초와 0.22초에 대한 결과를 확인해 본 결과 여기서도 역시 에너지함수가 성립되는 것을 확인할 수 있다.

그림 8은 서로 다른 고장 모선에 대한 결과의 에너지함수 그래프이다.



(a) 14번 모선고장시

(b) 25번 모선고장시

그림 8 다른 모선 고장시의 에너지 계산

5. 결 론

전력계통 상태해석에서 일반적으로 쓰이는 에너지함수의 직접법은 무손실 전력계통에 대한 고전 모델을 적용 하였으므로 자속감쇄 효과나 조속기 여자기의 영향을 고려할 수 없다.

이러한 문제를 해결하기 위해 본 논문은 모선 페이저 전압에 대한 모선 전류방정식의 복소 선적분을 바탕으로 전송선로의 저항과 자속감쇄 효과를 고려한 에너지 적분을 유도하는 새로운 접근법을 보였다. 그래서 발전기 전력의 페이저 전류와 전압을 유추해서 에너지 적분의 관계 나타낸 유용한 몇 가지 정리가 개발되었다.

제안된 함수를 9모선(WSCC 3-Generator)과 39모선(New England 10-Generator) 계통에 적용 다양한 조건하에서 결과를 비교했고 제안된 에너지함수 식이 정확히 성립함을 확인했다.

[참 고 문 헌]

- [1] A. R. Bergen and D. J. Hill, "A Structure Preserving Model for Power System Stability Analysis," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, Vol. PAS-100, NO.1, p.25-33, January 1981.
- [2] K. R. Padiyar and K. K. Ghosh, "A Novel Structure Preserving Energy Function for Direct Stability Evaluation of Power Systems with Known Modes of Instability," *Electric Machines and Power Systems*, Vol.13, p.135-148, 1987.
- [3] K. R. Padiyar and K. K. Ghosh, "Direct stability evaluation of power systems with detailed generator models using structure preserving energy functions," *International Journal of Electric Energy and Power Systems*, Vol.13, p.135-148, 1987.
- [4] Th. Van Cutsem and M. Ribbens-Pavella, "Structure Preserving Direct Methods for Transient Stability Analysis," *Proc. 24th IEEE Conference on Design & Control*, Ft. Lauderdale, FL, p.70-76, December 1985.
- [5] P. W. Sauer, S. Ahmed-Zaid and M. A. Pai, "Systematic Inclusion of Stator Transients in Reduced Order Synchronous Machine Models," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, Vol. PAS-103, NO.6, p.1348-1355, June 1984.
- [6] N. A. Tsolas, A. Arapostathis and P. P. Varaiya, "A Structure Preserving Energy Function for Power System Transient Stability Analysis."

IEEE Trans. on Circuit and Systems, Vol. CAS-32, NO.10, p.1041-1049, October 1985.

- [7] A. R. Bergen, D. J. Hill and C. L. DeMarco, "A Lyapunov function for multimachine power systems with generator flux decay and voltage dependent loads," *International Journal of Electric Power and Energy Systems*, Vol.8, No.1, p.2-10, 1986
- [8] T. R. Athay, R. Podmore and S. Virmany, "A practical method for direct analysis of transient stability," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, Vol. PAS-98, NO.2, p.573-584, March/April 1979.
- [9] P. W. Sauer, at al., "A direct method for transient stability analysis of power systems with detailed models," *Electric Machines and Power Systems*, Vol.15, No.1, p.1-16, 1988
- [10] A. A. Fouad, at al., "Direct transient stability assessment with excitation control," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol.4, NO.1, p.75-81, FEB, 1989
- [11] Y.-H. Moon, T.-H. Roh, E.-H. Lee, "Temptive Lyapunov Direct Method to Reflect Speed Governor Effects", *Proc. of the IASTED International conference*, pp. 146-149, 1996, 6
- [12] Y.H. Moon, E.H. Lee, T.H. Roh, "Development of an Energy function Reflecting the Transfer Conductances for Direct Stability Anaysis in Power Systems", *IEE Proceedings on Generation, Transmission and Distribution*, Vol. 144, No. 5, pp. 503-509, 1997, 9
- [13] PAI, M.A., and MURTHY, P.G.: On Lyapunov functions for power systems with transfer conductances, *IEEE Trans. Autom. Control*. 1973, AC-18, (2), pp. 181-183
- [14] GUDARU, U.: A general Lyapunov functions for power systems with transfer conductances, *Int. J. Control. Autom. Control*. 1973, AC-18, (2), pp. 181-183
- [15] HENNER, V.E.: Comment on On Lyapunov function for power systems with transfer conductances, *IEEE Trans. Autom. Control*. 1974, AC-19, (5), pp.621-623
- [16] M. A. Pai, *Energy Function Analysis for Power System Stability*, Kluwer Academic Publishers, 1989.
- [17] Peter W.Sauer and M.A.Pai, *Power System Dynamics and Stability*, Prentice Hall, Inc., 1998.
- [18] M.A.Pai, *Energy Function Analysis for Power System Stability*, Kluwer Academic Publishers, 1989.
- [19] Y.-H. Moon, H.-S. Hong, H.-J. Kuk, J.-G. Lee, "Energy Based Power System Analysis by Using Energy Integral", submitted to *CDC98*.
- [20] 문영현, 노태훈, 김백, 이용혁, 최병곤, 부하 전압의존성을 고려한 에너지함수 직접법 안정도 해석, 대한 전기학회 논문지, 제 46권, 5호, pp.641-647, May 1997

[부록]

A. 정리 2 의 증명

발전기 완전모델은 고정자 권선의 저항을 무시하면 다음과 같은 단자 전압방정식이 구해진다.

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d\psi_{\alpha}}{dt} = \frac{\omega_s^*}{\omega_s} \psi_{\alpha} + V_{\alpha} \quad (A.1)$$

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d\psi_{\beta}}{dt} = -\frac{\omega_s^*}{\omega_s} \psi_{\beta} + V_{\beta} \quad (A.2)$$

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{dV_{\alpha}}{dt} = V_{\alpha} \quad (A.3)$$

여기서 $\omega_s^* = \omega_s + \omega_r$, ω_s : 정격 각속도

일반적으로 고정자/계통의 전기적인 동력을 신속히 유추할 수 있어서, 모든 자속감쇄 변화를 고정기간동안 알 수 있다. 이러한 가정을 이용하면 식 (A.1)- (A.3)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\omega_s^*}{\omega_s} \psi_{\alpha} + V_{\alpha} \approx 0 \quad (A.4)$$

$$-\frac{\omega_s^*}{\omega_s} \psi_{\beta} + V_{\beta} \approx 0 \quad (A.5)$$

$$V_{\alpha} \approx 0 \quad (A.6)$$

식 (1.b), (1.d), 와 (2)로부터, 다음과 같은 기준변화 관계를 얻는다.

$$I_{\alpha} = (I_{\alpha} + jI_{\beta}) e^{j\delta_1 - \frac{\omega_s^* t}{2}} \quad (A.7)$$

$$V_{\alpha} = (V_{\alpha} + jV_{\beta}) e^{j\delta_1 - \frac{\omega_s^* t}{2}} \quad (A.8)$$

V_{α} 의 미분은 다음과 같다.

$$dV_{\alpha} = e^{j\delta_1 - \frac{\omega_s^* t}{2}} (dV_{\alpha} + jdV_{\beta}) + (V_{\alpha} + jV_{\beta}) e^{j\delta_1 - \frac{\omega_s^* t}{2}} d\delta_1 \quad (A.9)$$

위식을 이용해서 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^{\infty} \text{Im}[I_{\alpha}^* dV_{\alpha}] &= \int_{t_0}^{\infty} [(I_{\alpha} V_{\alpha} + I_{\beta} V_{\beta}) d\delta_1 + \int_{t_0}^{\infty} (I_{\alpha} dV_{\beta} - I_{\beta} dV_{\alpha}) \\ &\approx \int_{t_0}^{\infty} \frac{\omega_s^*}{\omega_s} (I_{\beta} \psi_{\beta} - I_{\alpha} \psi_{\alpha}) d\delta_1 + \int_{t_0}^{\infty} (I_{\alpha} dV_{\beta} - I_{\beta} dV_{\alpha}) \end{aligned} \quad (A.10)$$

$$\text{여기서 } V_{\beta} = (V_{\alpha} + jV_{\beta}) e^{-j\delta_1}$$

$$P_{\beta} = \frac{\omega_s^*}{\omega_s} (I_{\beta} \psi_{\beta} - I_{\alpha} \psi_{\alpha}) \quad (A.11)$$

위식에서 두 번째 단계는 식 (A.4) 와 (A.5)를 사용함으로써 얻어진다.

정리 1와 (A.11) 을 (A.10)에 대입하면 다음과 같이 구해진다.

$$\int_{t_0}^{\infty} P_{\beta} d\delta_1 + \int_{t_0}^{\infty} (I_{\alpha} dV_{\beta} - I_{\beta} dV_{\alpha}) \quad (A.12)$$

Q.E.D.