

## 최소 차수 확장 칼만 필터를 이용한 속도센서없는 유도전동기 벡터제어

이승현<sup>\*</sup>, 정교범<sup>\*</sup>  
홍익대학교 전기공학과

### Speed Sensorless Vector Control of Induction Motors Using a Minimum-order Extended Kalman Filter

Seung-Hyun Lee<sup>\*</sup>, Gyo-Bum Chung<sup>\*</sup>  
Dept. of Electrical Engineering, Hongik University

**Abstract** - This paper proposes a speed sensorless vector control of induction motor using a minimum-order EKF(extended kalman filter). Minimum-order EKF has the advantage of reducing the computational estimation cost because the stator current is not estimated. EKF does not deteriorate the performance of the overall speed control system, even though the measurements are relatively noisy.

The estimated rotor speed is used for vector control and overall speed control. Computer simulations of the speed sensorless vector control are carried out to test the usefulness of the minimum-order EKF algorithm.

위칭 기법은 공간 벡터(space vector) 펄스폭 변조 방식을 사용하였다. 그리고, 제안된 최소 차수 확장 필터를 이용하는 속도센서없는 유도전동기의 벡터제어 특성을 시뮬레이션 연구를 통해 확인하였고, 적용범위를 제시하였다.

#### 2. 유도전동기의 상태공간 모델

유도전동기의 동기좌표계에서 d-q모델을 구하기 위해, 샘플링 시간  $t_s$  값이 매우 작다고 가정하면 테일러 근사화의해서 이산 시변 선형 상태 방정식과 출력 방정식이 유도되며 식 (1), (2)와 같다[7,8].

#### 1. 서 론

유도전동기의 센서리스 벡터제어를 위한 회전자 속도의 추정을 위해서는, 정확한 전동기 상수, 정밀한 유도전동기의 모델링 및 마이크로프로세서를 이용한 복잡한 실시간 연산이 필요하다. 그러나 유도전동기의 비선형성과 외란 등의 영향으로 계산된 결과는 실제 상황과는 맞지 않기 때문에 현재까지 이 문제에 대한 많은 연구가 수행되고 있다[1-6].

최근 확장 칼만 필터 알고리즘을 유도전동기의 파라미터 추정[1-3], 또는 회전자 속도 추정에 이용하는 연구가 발표되었다[4,5]. 그러나 모든 상태변수를 고려한 전차수(full-order) 확장 칼만 필터는 계산량이 많아 수행시간이 길어지는 문제점이 있어, 유도전동기의 고정자 동특성을 무시한 축소 차수 모델의 사용이 제안되었다[5].

본 논문에서는 속도센서없는 유도전동기의 벡터 제어할 때 축소 모델의 과도응답 특성을 개선하기 위해 보조 방정식을 사용한 최소 차수 확장 칼만 필터를 제안한다. 최소 차수 확장 칼만 필터는 측정잡음을 고려하여 공분산을 설정하므로 추정오차를 최소화할 수 있으며, 알고리즘 수행 시간을 단축할 수 있다. 추정된 속도는 전 구간 속도제어 및 간접 벡터제어를 수행하는데 사용되었으며, 인버터 스

$$x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k) \tag{1}$$

$$y(k) = Hx(k) \tag{2}$$

$$A(k) = \begin{bmatrix} 1 - a_1 t_s & -\omega_e t_s & \frac{k}{r_r} t_s & -\omega_r k t_s \\ \omega_e t_s & 1 - a_1 t_s & \omega_r k t_s & \frac{k}{r_r} t_s \\ \frac{L_m}{r_r} t_s & 0 & 1 - \frac{1}{r_r} t_s & -\omega_{sl} t_s \\ 0 & \frac{L_m}{r_r} t_s & \omega_{sl} t_s & 1 - \frac{1}{r_r} t_s \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$B(k) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} t_s & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} t_s \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$x(k) = [i_{\alpha s}(k) \ i_{\beta s}(k) \ \lambda_{\alpha r}(k) \ \lambda_{\beta r}(k)]^T \tag{5}$$

$$u(k) = [v_{\alpha s}(k) \ v_{\beta s}(k)]^T \tag{6}$$

여기서,

$r_s, r_r$  : 고정자 및 회전자 저항

$L_s, L_r$  : 고정자 및 회전자의 자기 인덕턴스

$L_m$  : 상호 인덕턴스

$$\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}, \quad r_r = \frac{L_r}{r_r}$$

$$a_1 = \frac{r_s}{\sigma L_s} + \frac{L_m^2}{\sigma L_s r_r L_r}, \quad k = \frac{L_m}{\sigma L_s L_r}$$

출력변수는 측정 가능한 상태변수인 고정자 전류가 요구되며 식 (7)과 같다.

$$y(k) = [i_{as}(k) \quad i_{ds}(k)]^T \quad (7)$$

출력 행렬은 식 (8)과 같다.

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

### 3. 최소 차수 확장 칼만 필터 알고리즘

전 차수 칼만 필터의 상태변수는 고정자 전류, 회전자 자속으로 구성할 수 있다. 그러나 고정자 전류는 직접 측정 가능하므로 추정할 필요가 없다. 따라서 최소 차수 칼만 필터는 측정 가능한 고정자 전류를 제외한 상태변수의 추정을 수행하므로 구현하기 쉽고, 수행 시간을 단축시킬 수 있다.

최소 차수 구조는 식 (1)의 상태변수에서 식 (9)과 같이 측정 가능한 고정자 전류 벡터와 추정 해야할 회전자 자속 벡터로 나눌 수 있다. 고정자 전류 벡터는 출력변수와 같으며, 회전자 자속벡터에 회전자 속도  $\omega_r$ 을 첨가하여 증가된 3차 상태모델을 만들 수 있다[1].

$$x(k) = \begin{bmatrix} I_s(k) \\ \Lambda_r(k) \end{bmatrix} \quad (9)$$

새로운 상태벡터를 이용해서 식 (1)의  $A(k)$ 와  $B(k)$ 를 벡터로 분할하여 다시 정리하면 식 (10)과 같다.

$$\begin{bmatrix} I_s(k) \\ \Lambda_r(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_s(k) \\ \Lambda_r(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} \\ B_{21} \end{bmatrix} u(k) \quad (10)$$

상태벡터  $\Lambda_r(k)$ 로 보조 방정식을 전개하고 정리하면 식 (11)이 유도된다.

$$\Lambda_r(k+1) = A_{22} \Lambda_r(k) + [A_{21} I_s(k) + B_{21} u(k)] \quad (11)$$

상태벡터  $I_s$ 로 보조 방정식을 전개하여 정리하면 식 (12)와 같은 출력 방정식을 만들 수 있으며 왼쪽 항은 측정 가능한 변수이다.

$$[I_s(k+1) - F_{11} I_s(k) - G_{11} u(k)] = F_{12} \Lambda_r(k) \quad (12)$$

회전자 속도  $\omega_r$ 은 상태벡터  $\Lambda_r(k)$ 로 유도한 보조 방정식에 첨가하여 추정할 수 있고 새로운 상태 방정식 식 (13)을 유도할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \Lambda_r(k+1) \\ \omega_r(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{22} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Lambda_r(k) \\ \omega_r(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{21} I_s(k) + B_{21} u(k) \\ 0 \end{bmatrix} u(k) \quad (13)$$

또한, 출력 방정식은 식 (14)과 같이 유도된다.

$$[I_s(k+1) - A_{11} I_s(k) - B_{11} u(k)] = [A_{12} \quad 0] \begin{bmatrix} \Lambda_r(k) \\ \omega_r(k) \end{bmatrix} \quad (14)$$

보조행렬  $A_{12}$ 와  $A_{22}$ 에 회전자 속도  $\omega_r$ 이 포함되어 있으므로 식 (13), (14)은 비선형 방정식이 되며, 노이즈 성분을 고려하여 다음과 같이 상태 공간 모델로 표현할 수 있다.

$$x(k+1) = f[x(k), U(k)] + Gw(k) \quad (15)$$

$$y(k) = h[x(k)] + v(k) \quad (16)$$

여기서,

$$x(k) = [x_1 \quad x_2 \quad x_3]^T = [\lambda_{qr} \quad \lambda_{dr} \quad \omega_r]^T \quad (17)$$

$$U(k) = [I_s \quad u(k)]^T = [i_{qs} \quad i_{ds} \quad v_{qs} \quad v_{ds}]^T \quad (18)$$

$$y(k) = [I_s(k+1) - A_{11} I_s(k) - B_{11} u(k)] \quad (19)$$

식 (15)를 각 상태변수에 대해 전개하면 다음과 같다.

$$x_1(k+1) = \left(1 - \frac{1}{\tau_r} t_s\right) x_1(k) - (\omega_e - x_3(k)) t_s x_2(k) + \frac{L_m}{\tau_r} t_s (i_{qs}(k) + w_1) \quad (20)$$

$$x_2(k+1) = (\omega_e - x_3(k)) t_s x_1(k) + \left(1 - \frac{1}{\tau_r} t_s\right) x_2(k) + \frac{L_m}{\tau_r} t_s (i_{ds}(k) + w_2) \quad (21)$$

$$x_3(k+1) = x_3(k) + \frac{P}{2J} w_3 \quad (22)$$

식 (15)에서 노이즈 가중행렬은 식 (23)과 같다.

$$G = \begin{bmatrix} \frac{L_m}{\tau_r} t_s & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L_m}{\tau_r} t_s & 0 \\ 0 & 0 & \frac{P}{2J} \end{bmatrix} \quad (23)$$

$L_m$  : 상호 인덕턴스

$$\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}, \quad \tau_r = \frac{L_r}{r_r}$$

$$a_1 = \frac{r_s}{\sigma L_s} + \frac{L_m^2}{\sigma L_s \tau_r L_r}, \quad k = \frac{L_m}{\sigma L_s L_r}$$

출력변수는 측정 가능한 상태변수인 고정자 전류가 요구되며 식 (7)과 같다.

$$y(k) = [i_{\alpha}(k) \quad i_{\beta}(k)]^T \quad (7)$$

출력 행렬은 식 (8)과 같다.

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

### 3. 최소 차수 확장 칼만 필터 알고리즘

전 차수 칼만 필터의 상태변수는 고정자 전류, 회전자 자속으로 구성 할 수 있다. 그러나 고정자 전류는 직접 측정 가능하므로 추정할 필요가 없다. 따라서 최소 차수 칼만 필터는 측정 가능한 고정자 전류를 제외한 상태변수의 추정을 수행하므로 구현하기 쉽고, 수행 시간을 단축시킬 수 있다.

최소 차수 구조는 식 (1)의 상태변수에서 식 (9)과 같이 측정 가능한 고정자 전류 벡터와 추정 해야할 회전자 자속 벡터로 나눌 수 있다. 고정자 전류 벡터는 출력변수와 같으며, 회전자 자속벡터에 회전자 속도  $\omega_r$ 를 첨가하여 증가된 3차 상태모델을 만들 수 있다[1].

$$x(k) = \begin{bmatrix} I_s(k) \\ \Lambda_r(k) \end{bmatrix} \quad (9)$$

새로운 상태벡터를 이용해서 식 (1)의  $A(k)$ 와  $B(k)$ 를 벡터로 분할 하여 다시 정리하면 식 (10)과 같다.

$$\begin{bmatrix} I_s(k) \\ \Lambda_r(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_s(k) \\ \Lambda_r(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} \\ B_{21} \end{bmatrix} u(k) \quad (10)$$

상태벡터  $\Lambda_r(k)$ 로 보조 방정식을 전개하고 정리하면 식 (11)이 유도된다.

$$\Lambda_r(k+1) = A_{22} \Lambda_r(k) + [A_{21} I_s(k) + B_{21} u(k)] \quad (11)$$

상태벡터  $I_s$ 로 보조 방정식을 전개하여 정리하면 식 (12)와 같은 출력 방정식을 만들 수 있으며 왼쪽 항은 측정 가능한 변수이다.

$$[I_{s(k+1)} - F_{11} I_{s(k)} - G_{11} u(k)] = F_{12} \Lambda_r(k) \quad (12)$$

회전자 속도  $\omega_r$ 은 상태벡터  $\Lambda_r(k)$ 로 유도한 보조 방정식에 첨가하여 추정할 수 있고 새로운 상태 방정식 식 (13)을 유도 할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \Lambda_r(k+1) \\ \omega_r(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{22} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Lambda_r(k) \\ \omega_r(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{21} I_s(k) + B_{21} u(k) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

또한, 출력 방정식은 식 (14)과 같이 유도된다.

$$[I_s(k+1) - A_{11} I_s(k) - B_{11} u(k)] = [A_{12} \quad 0] \begin{bmatrix} \Lambda_r(k) \\ \omega_r(k) \end{bmatrix} \quad (14)$$

보조행렬  $A_{12}$ 와  $A_{22}$ 에 회전자 속도  $\omega_r$ 이 포함되어 있으므로 식 (13), (14)은 비선형 방정식이 되며, 노이즈 성분을 고려하여 다음과 같이 상태 공간 모델로 표현 할 수 있다.

$$x(k+1) = f[x(k), U(k)] + Gu(k) \quad (15)$$

$$y(k) = h[x(k)] + v(k) \quad (16)$$

여기서,

$$x(k) = [x_1 \quad x_2 \quad x_3]^T = [\lambda_{\alpha r} \quad \lambda_{\beta r} \quad \omega_r]^T \quad (17)$$

$$U(k) = [I_s \quad u(k)]^T = [i_{\alpha s} \quad i_{\beta s} \quad v_{\alpha s} \quad v_{\beta s}]^T \quad (18)$$

$$y(k) = [I_s(k+1) - A_{11} I_s(k) - B_{11} u(k)] \quad (19)$$

식 (15)를 각 상태변수에 관해 전개하면 다음과 같다.

$$x_1(k+1) = \left(1 - \frac{1}{\tau_r} t_s\right) x_1(k) - (\omega_e - x_3(k)) t_s x_2(k) + \frac{L_m}{\tau_r} t_s (i_{\alpha}(k) + w_1) \quad (20)$$

$$x_2(k+1) = (\omega_e - x_3(k)) t_s x_1(k) + \left(1 - \frac{1}{\tau_r} t_s\right) x_2(k) + \frac{L_m}{\tau_r} t_s (i_{\beta}(k) + w_2) \quad (21)$$

$$x_3(k+1) = x_3(k) + \frac{P}{2J} w_3 \quad (22)$$

식 (15)에서 노이즈 가중행렬은 식 (23)과 같다.

$$G = \begin{bmatrix} \frac{L_m}{\tau_r} t_s & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L_m}{\tau_r} t_s & 0 \\ 0 & 0 & \frac{P}{2J} \end{bmatrix} \quad (23)$$

유도전동기의 노이즈가 포함된 고정자 전류를 이용하여 회전자 순시속도를 추정하기 위한 칼만 필터 알고리즘은 비선형 특성을 가지고 있으므로, 선형화 과정을 통해 구현된 확장(Extended) 칼만 필터 이용하며 다음과 같은 과정으로 구성된다[8].

I) Initialization

$$E[x(0)] = \hat{x}_0 \quad (24)$$

$$E[(x(0) - \hat{x}_0)(x(0) - \hat{x}_0)^T] = P_0 \quad (25)$$

여기서 초기치  $x(0)$ 는 평균  $\hat{x}_0$ 와 공분산  $P_0$ 를 갖는다. 시스템 노이즈  $w(k)$ 와 출력측정 노이즈  $v(k)$ 는 각각  $x(0)$ 에 독립이며, 공분산 행렬  $Q$ 와  $R$ 을 갖는 평균값 0인 화이트 가우시안 노이즈이다.

II) Time update

$$\hat{x}(k+1|k) = f[\hat{x}(k|k), u(k)] \quad (26)$$

$$P(k+1|k) = F(k)P(k|k)F(k)^T + Q \quad (27)$$

여기서,  $F(k)$ 는 식 (15)의  $f(\cdot)$ 를 선형화한 Jacobian 행렬이며 식 (28)과 같다.

$$F(k) = \left. \frac{\partial f[x(k), U(k)]}{\partial x(k)} \right|_{\hat{x}(k|k)} \quad (28)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 - \frac{1}{\tau_r} t_s & -(\omega_e - x_3(k))t_s & t_s x_2(k) \\ (\omega_e - x_3(k))t_s & 1 - \frac{1}{\tau_r} t_s & t_s x_1(k) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

III) Measurement Update

$$\hat{x}(k+1|k+1) = \hat{x}(k+1|k) + K(k+1)[y(k+1) - h(\hat{x}(k+1|k))] \quad (29)$$

$$P(k+1|k+1) = P(k+1|k) - K(k+1)H(k)P(k+1|k) \quad (30)$$

여기서, 칼만 게인  $K(k+1)$ 은 식 (31)과 같다.

$$K(k+1) = P(k+1|k)H(k)^T [H(k)P(k+1|k)H(k)^T + R]^{-1} \quad (31)$$

여기서,  $H(k)$ 는 식 (16)의  $h(\cdot)$ 를 선형화한 Jacobian 행렬이며 식 (32)과 같다.

$$H(k) = \left. \frac{\partial h[x(k)]}{\partial x(k)} \right|_{\hat{x}(k|k)} \quad (32)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{k}{\tau_r} t_s & -kt_s x_3(k) & -kt_s x_2(k) \\ kt_s x_3(k) & \frac{k}{\tau_r} t_s & kt_s x_1(k) \end{bmatrix}$$

회전자 속도 추정을 위한 최소 차수 확장 칼만 필터 알고리즘은 I→II→III→II→III…… 순서로 수행된다.

최소 차수 확장 칼만 필터가 최적의 속도 추정을 하기 위해 공분산  $P_0$ ,  $Q$ ,  $R$ 행렬의 조정이 필요하다. 그러나 실제 시스템에서 정확한 공분산을 알 수 없으므로 여러 번 시행을 거쳐 속도 추정 특성이 좋은 것을 선정한다.

4. 시뮬레이션

최소 차수 확장 칼만 필터를 이용하여 3 hp 유도전동기를 벡터제어하기 위한 전체적인 시스템의 구성을 그림 1에 나타내었으며, 시뮬레이션에 사용한 데이터는 표 1과 같다[9].

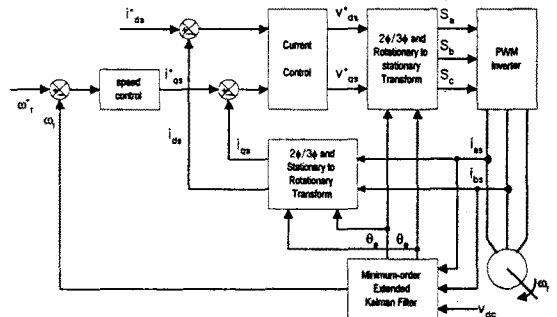


그림 1 최소 차수 칼만 필터 알고리즘을 이용한 벡터 제어기 블록도

표 1. 유도전동기의 정격 및 파라미터

정격용량 [hp]	3	$r_s$ [ $\Omega$ ]	0.435
정격전압 [V]	220	$r_r$ [ $\Omega$ ]	0.816
정격속도 [rpm]	1710	$L_s$ [H]	0.6931
J(관성) [ $kgm^2$ ]	0.089	$L_r$ [H]	0.7131
극 수 [pole]	4	$L_m$ [H]	0.7131

그림 2는 고속에서 추정된 속도를 사용하여 유도전동기 속도 제어를 수행하였을 경우, 지령치에 대한 실제 속도 및 추정 속도를 나타내었다. 고속에서 실제속도와 추정속

도의 오차가 거의 없음을 확인할 수 있다.

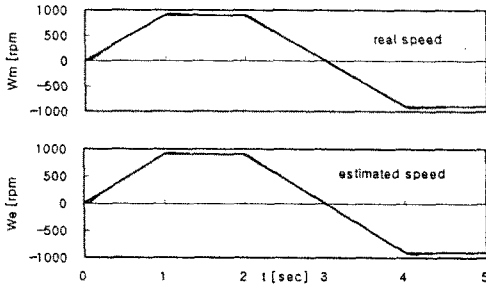


그림 2 고속에서 정역 운전 특성 (900rpm ~ -900rpm)

그림 3은 저속에서 측정 노이즈를 출력 전류의 10%로 설정한 경우, 지령치에 대한 실제 속도 및 추정 속도를 나타내었다.

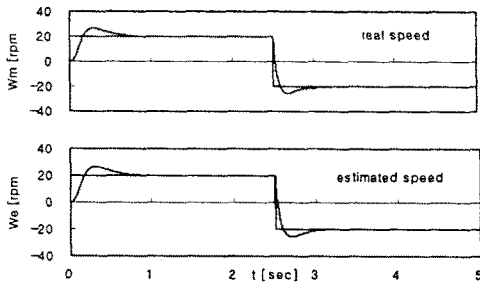


그림 3 저속에서 정역 운전 특성 (20rpm ~ -20rpm, 측정 노이즈 출력 전류의 10% 인가시)

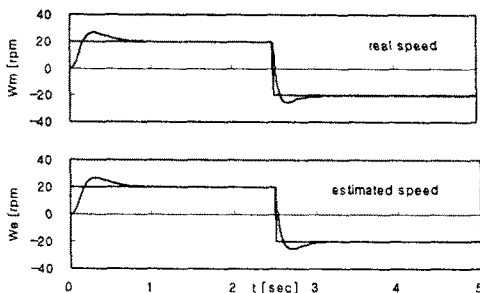


그림 4 저속에서 정역 운전 특성 (20rpm ~ -20rpm, 측정 노이즈 출력 전류의 20% 인가시)

그림 4는 저속에서 측정 노이즈를 출력 전류의 20%일 경우 실제 속도 및 추정 속도를 나타내었다. 그림 3의 10%경우와 비교할 때, 출력 파형의 변화가 거의 없음을 확인할 수 있다. 이로서 최소 차수 확장 칼만 필터를 이용한 유도전동기 속도 제어는 노이즈의 영향을 받지 않음을 확인할 수 있다.

## 5. 결 론

본 논문에서는 최소 차수 확장 칼만 필터를 이용한 속도 센서없는 유도전동기 백터제어를 제안하였다. 측정 가능한 고정자 전류를 제외한 3차의 최소 차수 상태 방정식을 이용하여 확장 칼만 필터 알고리즘을 수행하였다. 칼만 필터는 측정 노이즈를 고려하여 공분산을 설정하므로 최소 차수로 구성 할 때 측정 노이즈에 무관하게 고속 영역과 저속 영역에서 속도 추정하는 것을 확인하였다. 이 방법은 수행시간이 단축되므로 앞으로 저가격의 마이크로프로세서에서 적용하여 산업 현장에서 널리 이용될 수 있으리라 생각된다.

## [참고문헌]

- [1] David J. Atkinson, Paul P. Acarney, and John W. Finch, "Observers for Induction Motor State and Parameter Estimation", IEEE Tran. IAS, Vol. 27, No. 6, Nov/Dec, 1991
- [2] F. Schütte, S. Beineke, A. Rolfmeier, H. Grotstollen, "Online Identification of Mechanical Parameters Using Extended Kalman Filters", IEEE-IAS. Annual Meeting, pp.501-508, 1997.
- [3] Peter Vas, "Parameter Estimation, Condition Monitoring, and Diagnosis of Electrical Machines", Oxford Science Publications, pp.284-302, 1993.
- [4] Y. R. Kim, S. K. Sul, and M. H. park, "Speed Sensorless Vector Control of Induction Motor Using Extended Kalman Filter", IEEE Trans. Ind. App., vol. 30, no. 5, pp.1225-1233, 1994.
- [5] 이승현, 정교범, "유도전동기 축소모델을 이용한 센서리스 칼만 필터 속도 추정기", 전력전자 학술회의 논문집, pp. 245-248, 1998.
- [6] Bimal K. Bose, "Power Electronics and Variable Frequency Drives", IEEE Press, pp.465-477, 1996.
- [7] D. W. Novotny and T. A. Lipo, "Vector Control of AC Drives", Oxford Univ. Press, pp.257-275, 1996.
- [8] Frank L. Lewis, "Optimal Estimation", John Willy & Sons, pp.260-272, 1986.
- [9] Paul C. Krause, "Analysis of Electric Machinery", McGraw-Hill Book Company, pp.325-358, 1986.