

간접경계적분법을 이용한 변압기 cover plate에서의 와전류 해석

김상영, 김 동훈, 한 송엽
서울대학교 전기공학부

Eddy Current Analysis in Cover Plate of Power Transformers using Indirect Boundary Integral Equation Method

Sang-Young Kim, Dong-Hun Kim, Song-Yop Hahn
School of Electrical Engineering, Seoul National University

Abstract - In this paper, the indirect BIEM(boundary integral equation method) is adopted to analyze 3-D eddy currents in cover plate of power transformer. In indirect BIEM, the equivalent magnetic surface charge density and the equivalent magnetic surface current density are the unknowns. Using triangular constant elements, the integral equations are discretized into boundary element equations of minimum order. Eddy currents are obtained in terms of equivalent magnetic surface sources. And the local overheating can be predicted using the eddy currents distribution in cover plate of power transformer.

1. 서 론

대용량의 인입 교류 전류를 갖는 변압기 덮개판(cover cover)에서의 와전류에 기인한 국부 과열은 덮개판에서의 전력 손실을 크게 할 뿐만 아니라 구조에 손상을 끼칠 수도 있다. 그러므로 대전류 변압기 설계에 있어서 와전류에 의한 국부 과열을 줄이는 것이 중요한 요소가 된다. 더구나 와전류의 집중적인 분포로 인해 생기는 국부 과열은 변압기의 오일과 절연을 파괴할 뿐만 아니라, 변압기의 수명을 단축시키는 요인이 된다. 지금까지는 변압기의 코어에 의한 손실은 많이 유한요소법(FEM, Finite Element Method), 경계요소법(BEM, Boundary Element Method) 등 기존의 방법으로 연구되었으나, 인입 전류에 의한 덮개판에서의 와전류 계산은 많지 않았다. 본 논문에서는 와전류에 의한 국부 과열을 해석하기 위해, 우선적으로 변압기 덮개판에서 유기되는 와전류를 간접경계법을 이용하여 해석하였다.

일반적으로 수치해석법으로 많이 사용되는 유한요소법을 사용하면 3차원 문제에 있어서 모델링 및 공간요소 분할이 어렵고, 요소수가 많아지기 때문에 다루기가 어렵지만 경계요소법을 사용하면 이매질간의 경계부분만이 요소분할을 필요로 하기 때문에 요소의 수도 매우 적고 요소분할도 간단하여, 3차원 문제의 경우에 유용하다.

간접경계적분법에서는 등가자기표면전하밀도 σ_m , 등가 자기표면전류밀도 K_m 을 미지변수로 취한다. 그러므로 간접경계적분법의 미지변수가 직접경계적분법보다 절반이상 줄어들게 된다.

간접경계적분법에 의한 교류자장 정식화는 등가자기표면전류밀도, 등가자기표면자하밀도, 그리고 그린함수로

표현된다. 시스템 행렬 방정식을 풀어 구해진 등가자기 표면원의 분포로 와전류를 계산한다.

간접경계적분법을 적용하여 3상 인입전류에 의해 유기되는 변압기 덮개판에서의 와전류를 간접경계적분법을 이용하여 계산하였다.

2. 본 론

2.1 간접경계적분법의 원리

일정한 자기투자를 μ 와 전기전도율 σ 을 갖는 내부영역 $+$ 와 자유공간인 외부영역 $-$ 는 매질의 경계면 Σ 에 의해 구분된다. 전류원 J 에 의해 외부자계 H_a^- 가 인가되면, 매질 내부의 자계 H^+ 는 경계면 Σ 에 분포하는 등가자기표면전류밀도 K_m 과 매질 내부의 전자장 지배방정식을 만족하는 그린함수 G^+ 로 아래와 같이 정의 된다.

$$H^+ = \nabla \times \int_{\Sigma} K_m G^+ ds \quad (1)$$

여기서, $G^+ = \frac{e^{-kr}}{4\pi r}$, $k = (\omega\mu\sigma)^{\frac{1}{2}}$, $r = |r_o - r_s|$ 이고, r_o 는 관찰점이며 r_s 는 단위원이 위치하는 점이다.

매질 외부의 자유공간에서의 자계세기 H^- 는 인가 자계 H_a^- 와 매질 내부의 자화 및 와전류에 의해 자유공간에 발생하는 자계 H_s^- 의 합으로 간주된다. 자계 H_s^- 는 경계면 Σ 의 표면에 분포하는 등가자기표면전하밀도 σ_m 과 자유공간의 자계를 기술하는 그린함수 G^- 에 의하여 다음과 같이 정의된다.

$$H_s^- = -\nabla \int_{\Sigma} \sigma_m G^- ds \quad (2)$$

$$H^- = H_a^- + H_s^- \quad (3)$$

여기서, $G^- = \frac{1}{4\pi r}$ 이다.

경계면에서의 경계조건과 위 식 (1),(2),(3)식에서 다음과 같은 간접경계적분방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} K_m(r_o) + \int_{\Sigma} n \times [K_m(r_s) \times \nabla G^+(r_o | r_s)] ds \\ - \int_{\Sigma} \sigma_m(r_s) [n \times \nabla G^-(r_o | r_s)] ds \\ = -n \times H_a^-(r_o) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \sigma_m(r_o) - \int_{\Sigma} \sigma_m(r_s) [\mathbf{n} \cdot \nabla G^-(r_o | r_s)] ds \\ & + \frac{\mu}{\mu_0} \int_{\Sigma} \mathbf{n} \cdot [K_m(r_s) \times \nabla G^+(r_o | r_s)] ds \\ & = -\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}_a^-(r_o) \end{aligned} \quad (5)$$

2.2 경계요소방정식

기준벡터를 사용하여 i 번째 경계요소에서 등가자기 표면전류밀도 K_{mi} 를 표현하면

$$K_{mi} = K_{mxi} \mathbf{u}_i + K_{myi} \mathbf{v}_i \quad (6)$$

와 같다. 식(6)을 정식화된 경계적분방정식인 식(4), (5)에 대입하면 세 개의 스칼라 방정식으로 구성된 다음과 같은 최소차의 경계요소방정식이 유도된다.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} K_{mxi} + \frac{1}{2} K_{myi} [\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{v}_i] + \sum_{j=1}^{N_s} K_{mj} [\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{A}_{\bar{j}}] \\ & + \sum_{j=1}^{N_s} K_{mj} [\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{B}_{\bar{j}}] - \sum_{j=1}^{N_s} \sigma_{mj} [\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{C}_{\bar{j}}] \\ & = \mathbf{u}_i \cdot [\mathbf{n}_i \times \mathbf{H}_a^-] \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} K_{mxi} + \frac{1}{2} K_{myi} [\mathbf{v}_i \cdot \mathbf{u}_i] + \sum_{j=1}^{N_s} K_{mj} [\mathbf{v}_i \cdot \mathbf{A}_{\bar{j}}] \\ & + \sum_{j=1}^{N_s} K_{mj} [\mathbf{v}_i \cdot \mathbf{B}_{\bar{j}}] - \sum_{j=1}^{N_s} \sigma_{mj} [\mathbf{v}_i \cdot \mathbf{C}_{\bar{j}}] \\ & = \mathbf{v}_i \cdot [\mathbf{n}_i \times \mathbf{H}_a^-] \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \sigma_{mi} + \frac{\mu}{\mu_0} \sum_{j=1}^{N_s} K_{mj} [\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{a}_{\bar{j}}] \\ & + \frac{\mu}{\mu_0} \sum_{j=1}^{N_s} K_{mj} [\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{b}_{\bar{j}}] - \sum_{j=1}^{N_s} \sigma_{mj} [\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{c}_{\bar{j}}] \\ & = -\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{H}_a^- \end{aligned} \quad (9)$$

여기서,

$$\mathbf{a}_{\bar{j}} = \int_{\Sigma} [\mathbf{u}_j \times \nabla G_{\bar{j}}^+] ds_j, \quad \mathbf{A}_{\bar{j}} = \mathbf{n}_i \times \mathbf{a}_{\bar{j}} \quad (10)$$

$$\mathbf{b}_{\bar{j}} = \int_{\Sigma} [\mathbf{v}_j \times \nabla G_{\bar{j}}^+] ds_j, \quad \mathbf{B}_{\bar{j}} = \mathbf{n}_i \times \mathbf{b}_{\bar{j}} \quad (10)$$

$$\mathbf{c}_{\bar{j}} = \int_{\Sigma} G_{\bar{j}}^- ds_j, \quad \mathbf{C}_{\bar{j}} = \mathbf{n}_i \times \mathbf{c}_{\bar{j}} \quad (11)$$

이고 n_e 는 경계면을 분할한 요소의 총합을 나타낸다. 식(9)와 (10)의 적분기호 안의 그린함수 $G_{\bar{j}}^+$ 는 j 번째 경계요소 내의 자계세기에 미치는 영향을 나타낸다. 경계요소방정식들을 조립하여 행렬식으로 표현하면 다음과 같은 시스템 행렬식을 얻을 수 있다.

$$[G][X] = [F] \quad (12)$$

$$[G] = \begin{bmatrix} G_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & G_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ G_{n1} & \cdot & \cdot & \cdot & G_{nn} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$[X] = \begin{bmatrix} K_{mxi} \\ K_{myi} \\ \sigma_{mi} \\ \cdot \\ K_{mxi} \\ K_{myi} \\ \sigma_{mi} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$[F] = \begin{bmatrix} -\mathbf{u}_1 \cdot (\mathbf{n}_1 \times \mathbf{H}_a^-) \\ -\mathbf{v}_1 \cdot (\mathbf{n}_1 \times \mathbf{H}_a^-) \\ -\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{H}_a^- \\ \cdot \\ -\mathbf{u}_n \cdot (\mathbf{n}_n \times \mathbf{H}_a^-) \\ -\mathbf{v}_n \cdot (\mathbf{n}_n \times \mathbf{H}_a^-) \\ -\mathbf{n}_n \cdot \mathbf{H}_a^- \end{bmatrix} \quad (15)$$

위의 시스템 방정식을 풀면은 등가자기표면전류 K_m 과 등가자기표면전하 σ_m 을 구할 수 있다.

2.3 와전류 계산

등가자기표면전류밀도와 자기벡터포텐셜 사이의 관계식은 식(1)로 다음과 같이 주어진다.

$$\mathbf{A}^+(r_o) = \mu \int_{\Sigma} K_m G^+(r_o | r_s) ds \quad (16)$$

식(16)에서 볼 수 있듯이 벡터포텐셜 \mathbf{A}^+ 는 도체의 표면 및 내부의 모든 점에서 연속함수이다. 이는 경계면에서 \mathbf{A}^+ 의 법선 및 접선성분은 표면전류밀도층을 통과해도 항상 연속이 된다는 것을 의미한다. 도체 내부와 표면에 분포하는 와전류에 대한 표현식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_e(r_o) &= -\sigma \frac{d\mathbf{A}^+}{dt} \\ &= -j\omega \mathbf{A}^+(r_o) \end{aligned} \quad (17)$$

2.4 변압기 덮개판에서의 와전류 분석

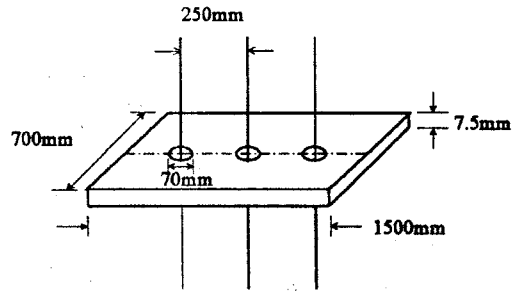


그림 1. 해석 모델의 형상.

위와 같이 3상으로 인입되는 변압기 덮개판에서의 와전류 문제에 적용해 보았다. 그림에서 보듯이 이 모델은 2차원으로는 해석할 수 없고 3차원으로 해석해야 되는 문제이다. 전류는 1000A가 3상으로 들어가고, 주파수는 60 Hz인 정현파이다. 투자율은 $\mu_r = 500$ 이고, 도전율은 $6.8(10^6 \text{ S/m})$ 이다.

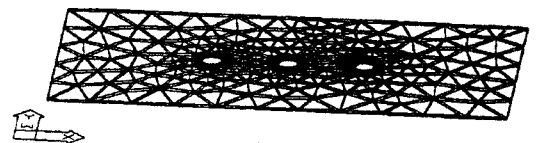


그림 2. 표면에서의 요소 형성.

위의 그림은 모델의 3차원 표면요소형성 그림이다. 표

면에서의 총요소수는 1782개이고, 요소는 삼각형 일정요소를 썼다. 인입구 주위에서의 와전류를 정확히 해석하기 위해 인입구 부위에서의 요소의 수를 많이 주었다.

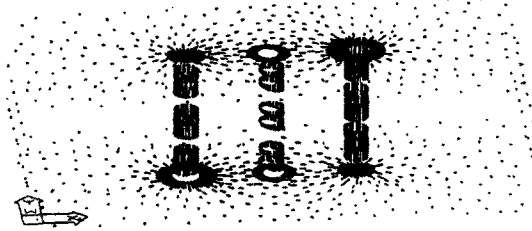


그림 3. 위상 90°에서의 와전류 흐름.(z×50)

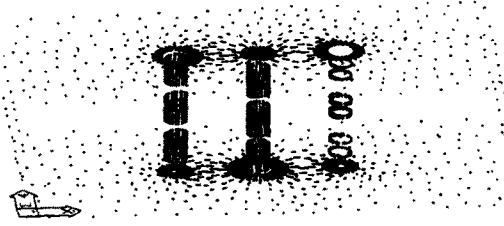


그림 3. 위상 90°에서의 와전류 흐름.(z×50)

그림 3과 4는 두께 방향으로의 길이를 50배해서 보인 그림이다. 그림에서 보듯이 와전류는 인입구 주위를 중심으로 분포하고 일정한 흐름을 유지함을 알 수 있다. 인입구안쪽면에 와전류가 집중해 있는 것을 볼 수 있다. 위상에 따라서 와전류의 흐름의 방향과 크기가 바뀌는 것을 볼 수 있다.

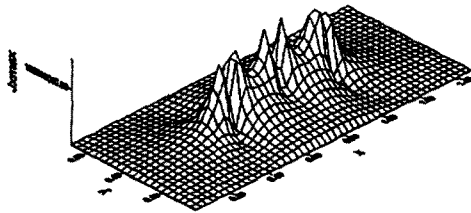


그림 5. 와전류의 x성분의 최대값.

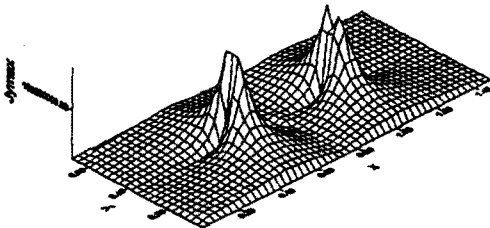


그림 6. 와전류의 y성분의 최대값.

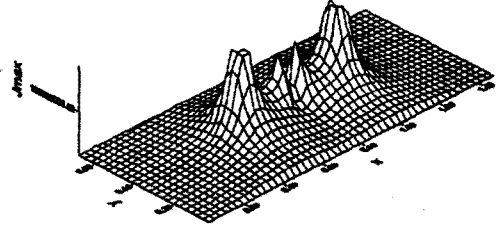


그림 7. 와전류의 최대값.

그림 5,6,7에서는 와전류의 최대치를 성분별로 나타낸 것이다. 그림6에서 와전류의 y성분이 가운데 인입구에서 작은 것은 전류의 흐름이 주로 x성분으로 흐르기 때문이다. 와전류의 분포가 주로 인입구 주위에 집중해 있어, 치명적인 국부 과열이 일어날 가능성이 매우 높다.

3. 결 론

간접경계법은 한 요소에서의 변수가 직접경계법에 비해서 작고, 요소형성이 표면에서만 이루어지므로 전체적으로 미지수가 작아지는 장점이 있다. 위의 방법을 이용하여 변압기 덮개판에서의 3차원 와전류를 효과적으로 해석했다. 위의 결과에서 알 수 있듯이, 변압기 설계에 있어 국부 과열이 어디서 일어날 것인가 예측할 수 있다.

변압기 덮개판에서의 와전류의 흐름을 분석해서 와전류에 의한 전력손실을 줄이고, 치명적인 국부 과열을 막을 수 있는 형상설계에 효과적으로 쓰일 수 있을 것이다.

(참 고 문 헌)

- [1] Dong-Hun Kim, Song-Yop Hahn, "Electromagnetic Force Analysis of Moving Conducting Slab by Using 3D IBIEM", IEEE Trans. Magn., Vol.34, No.5, pp. 2589-2592, 1998
- [2] J.Turowski, A.Pelikant, "Eddy current losses and hot-spot evaluation in 덮개판 of plwer transformers", IEE Proc.-Electr. Power Appl., Vol. 144 no. 6., pp. 435-460, November 1997
- [3] Jiansheng Yuan, Arnulf Kost, "A Three-Component boundary Element Algorithm for Three-Dimensional Eddy Current Calculation", IEEE. Trans. Magn., Vol. 30, No.5, pp.3028-3031,1994
- [4] Ken Hayami, "HIGH PRECISION NUMERICAL INTEGRATION METHODS FOR 3-D BOUNDRY ELEMENT ANALYSIS ", IEEE. Trans. Magn., Vol. 26, No. 2, March 1990