

### 초음파 모터의 설계와 유한요소해석

\*이 석희, \*이 창환, \*정 현교, \*\*이 종건, \*\*홍 국선  
 \*서울대학교 전기공학부, \*\*서울대학교 재료공학부

#### Design and Finite Element Analysis of an Ultrasonic Motor.

Seok-hee Lee, Chang-Hwan Lee, Hyun-Kyo Jung,  
 School of Electrical Eng. Seoul Nat'l Univ.

Jung-Kun Lee, Kug-Sun Hong  
 School of Material Science & Eng. Seoul Nat'l Univ.

**Abstract** - This paper presents analytic and numerical analysis of ultrasonic motor, specially linear motion ultrasonic machine. For rough estimation of characteristics of linear ultrasonic motor, the analytic method is used and a three-dimensional numerical analysis with experimental material data using ABAQUS, is performed. The validity of analysis is confirmed by comparing experimental results with numerical ones.

**Keywords** - analytic and numerical analysis, ultrasonic motor, linear type.

#### 2. 본 론

##### 2.1 해석적 방법

##### 2.1.1 공진 주파수 계산

선형 초음파 모터의 해석에는 빔 진동 이론이 사용된다. 빔 진동 이론에 의해 구해지는 식은 모터 진행방향의 위치변수  $x$ 에 대한 4차 미분 방정식을 포함한다. 그러나 빔 진동이 주파수  $\omega/2\pi$ 의 기본파 진동이라고 가정하면 수평방향의 변위  $p$ 는 식 (1)과 같이 주어진다.

$$p = (A \cos \omega t + B \sin \omega t) q(x) \quad (1)$$

여기서 A, B는 미정 계수이다.

$q(x)$ 의 일반해는 식 (2)와 같이 주어진다.

$$q(x) = C_1 \cosh \beta x + C_2 \sinh \beta x + C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x \quad (2)$$

여기서 E: 영의 계수, I: 이너서, A: 단면적,  $\rho$ : 밀도

그림 1의 자기이동모터는 다중 모드 진동으로 동작한다[2], 즉 B4 모드의 수직방향 진동과, L1 모드의 수평방향 진동으로 타원형 운동을 하게 된다. 이러한 진동 모드는 그림 2에서 명확하게 나타난다.

수직방향 진동에 대한 경계조건은 다음과 같다.

$$\left. \frac{d^2 q}{dx^2} \right|_{\text{Both ends}} = \left. \frac{d^3 q}{dx^3} \right|_{\text{Both ends}} = 0 \quad (3)$$

식 (1), (2), (3)에서 다음 식이 나온다.

$$\cos \beta l \cosh \beta l - 1 = 0 \quad (4)$$

여기서  $l$ 은 모터의 이동부의 길이이다.

식 (4)의 해는 수없이 많다. 다음은 그 중 가장 작은 4개의 해이다.

$$\begin{aligned} \beta_1 l &= 1.505619\pi, & \beta_2 l &= 2.499753\pi \\ \beta_3 l &= 3.500013\pi, & \beta_4 l &= 4.5\pi \end{aligned}$$

이 결과로부터 (5)와 같은 공진주파수가 얻어진다.

#### 1. 서 론

초음파 모터는 높은 토크 밀도, 저속에서 고효율 특성, 경량성 등으로 인해서 많은 관심을 받고 있다. 회전기 뿐 아니라 선형 초음파 모터 역시 높은 설계의 자유도와 높은 추력 때문에 관심의 대상이다. 특히 초음파 모터는 높은 마찰력을 사용하므로 별도의 제동 장치가 필요 없고, 정밀한 위치 제어가 가능하다는 장점이 있다 [1].

초음파 모터는 자기이동기(self-moving machine)와 비자기이동기(non self-moving machine)로 크게 나눌 수 있다. 일반적으로 자기이동기는 높은 속도를 갖고, 비자기이동기는 높은 추력을 갖는다[3][4]. 본 논문에서는 자기이동모터가 다루어진다. 선형 초음파 모터가 좋은 동작 특성을 갖기 위해서는 접촉점이 타원 운동을 해야 한다. 여기서 다루어지는 모터는 다중 모드 진동으로 구동된다. 즉 수직방향의 진동과 수평방향의 진동에 의해서 구동된다.

초음파 모터의 많은 장점 때문에 수십년간의 연구가 이루어졌지만, 전기-기계 커플링이나 접촉 문제와 같은 복잡한 동작 메커니즘 때문에 정밀한 해석과 설계는 이루어지지 못했다. 해석적 방법의 중요성에도 불구하고 해석적 방법만으로는 정밀한 해석이 거의 불가능하다. 따라서 해석적 방법 뿐 아니라 수치적 방법이 병행될 필요가 있다. 수치해석 역시도 정밀한 해석에는 상당한 어려움이 있지만, 물질의 특성에 대한 적절한 실험 데이터가 주어지면 보다 정밀한 해석이 가능하다. 본 논문에서는 실험을 통해 물질 데이터를 얻어 ABAQUS를 사용해서 수치해석을 수행한다. 해석적 방법을 사용해 디자인 된 모터에 대해, 수치해석 기법을 사용하고, 이를 실험 결과와 비교함으로써 그 타당성을 입증한다.

$$\nu_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{A\rho}} \beta_n^2 \quad (5)$$

여기서  $\nu_n$ 는 수직방향 진동에 대한 공진주파수이다.

이 경우 B4 모드가 선택되었고, 따라서 4번째 해가 사용된다.

수평방향 진동은 줄의 진동과 비슷하다. L1 채택되어 상속도는  $\sqrt{\frac{E}{\rho}}$ 가 되고, 공진주파수는 식 (6)으로 주어진다.

$$\nu_{1i} = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (6)$$

식 (5)와 (6)으로부터 모터의 수직방향과 수평방향의 공진주파수가 일치하도록 하기 위해 길이와 두께는 대략적으로 식 (7)과 같이 구해진다.

$$t = \frac{2\sqrt{3}\pi}{l\beta_n^2} \quad (7)$$

여기서  $t$ 는 빔의 두께이다.

그러나 이 결과는 정확한 해는 아니다. 왜냐하면  $\sqrt{\frac{E}{\rho}}$ 가 정확한 속도가 아니기 때문이다.

본 논문에서 사용된 모터는  $l$ 이 50[mm]이고, 식 (7)로부터 금속의 두께는 2.723[mm]가 되어, 3.0[mm]로 택했다. 이로부터 계산되는 B4와 L1 모드 공진주파수는 각각 34.43[kHz]와 31.23[kHz]이다. 이 결과는 공진주파수가 35.5[kHz]에서 36.1[kHz] 사이로 나온 실험 결과와 약간의 차이를 보인다.

### 2.1.2 속도 계산

초음파 모터는 압전소자에 정현파 전압을 가하여 진동하도록 하고, 이 진동에 의한 기계적 마찰에 의해 구동된다. 이 기계적 마찰에 의한 모터의 속도는 접촉면의 타원형 운동의 접선방향 속도를 넘을 수 없다. 이를 식으로 나타내면 식 (8)과 같다.

$$v_{max} = \frac{dr}{dt} = \omega r_0 \quad (8)$$

여기서  $r_0$ 는 접촉면의 수평방향 진폭을 나타낸다.

식 (8)에 주어진 것은 속도의 최대값으로서 실제 속도는 헛도는 영향에 의하여 (8)의 값보다 작게 된다.

## 2.2 수치해석적 방법

초음파 모터의 해석에 있어서는 초음파 모터의 복잡한 메커니즘과 형상의 자유도 때문에 수치해석 방법이 매우 중요한 역할을 한다. 본 논문에서는 실험에서 재료 특성을 구하고, ABAQUS를 사용해서 3차원 유한요소 해석을 수행했다. 그림 1은 유한요소 해석에 의해 얻어진 초음파 모터의 공진주파수에서의 진동 모드를 나타낸다.

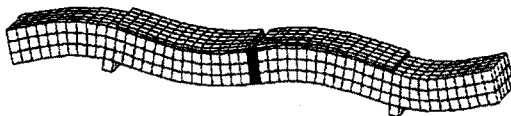


그림 1. 유한요소 해석으로 구해진 공진모드

본 연구에서는 주어진 모델에 대해서 공진모드 해석을 통해서 공진 주파수를 구해내고, 이 주파수로 정현파 전압을 가하여 정상상태 해석을 수행했다.

### 2.2.1 재료 특성값 측정

압전소자 상수 ( $d_{ijk}$ )는 압력과 전계 사이의 선형화 된 관계를 나타내는 것으로서 랭크 3의 텐서와 27개의 구성요소로 표현된다. 비록 결정은 대칭상태가 아니지만, 노이만의 법칙 (Neumann's law)을 적용하여, 독립 구성요소는 18개로 줄어든다. 여기에 풀링 과정을 통해서 압전 소자가 6mm의 대칭성을 갖게 하고, 18개의 구성요소 중 3개 ( $d_{31}$ ,  $d_{33}$ ,  $d_{15}$ )만이 독립적인 값을 갖도록 한다.

본 연구에서는 압전소자 상수가 공진 방법에 의해 결정된다. HP4194A 임피던스 어날라이저 (HP4194A impedance analyzer)에 의해 전기적 측정이 이루어지고, IRE 표준에 의해 압전소자 상수가 계산된다.

표 1은 실험에 의해 측정된 압전소자 상수를 나타낸다.

표 1

| 압전소자 상수  |          |          |
|----------|----------|----------|
| $d_{31}$ | $d_{33}$ | $d_{15}$ |
| -201     | 388      | 530      |

### 2.2.2 유한요소법에 사용된 정식

#### a) 공진 모드 계산식

유한요소 해석에서 공진모드의 계산은 다음 식을 이용해서 구했다.

$$(-\omega^2 M^{MN} + \omega C^{MN} + K^{MN})\phi^N = 0 \quad (9)$$

여기서  $M^{MN}$ : 질량 행렬,  $C^{MN}$ : 댐핑 행렬,  $K^{MN}$ : 강성행렬,  $\omega$ : 각속도,  $\phi^N$ : 아이겐 벡터 (eigen vector)

#### b) 전기-기계 커플링

압전소자의 전계에 의한 운동 식은 다음과 같다.

$$\sigma_{ij} = D_{ijk}\epsilon_{kl} - D_{ijk}^p E_m \quad (10)$$

여기서,  $\sigma_{ij}$ ,  $D_{ijk}$ ,  $\epsilon_{kl}$ ,  $d_{mkl}$ ,  $E_m$ 는 각각 스트레스 텐서, 단성, 스트레인 텐서, 압전 스트레인 계수 행렬, 전계를 나타낸다.

#### c) 정상상태식

식 (11)은 동적 평형 상태에서 방정식이다.

$$\int_V \delta u \cdot u' \cdot dV + \int_V \rho \alpha \delta u \cdot u' \cdot dV + \int_V \delta \epsilon \cdot \sigma \cdot dV - \int_{S_1} \delta u \cdot t \cdot dS = 0 \quad (11)$$

## 2.3. 결과

해석적 방법에 의한 공진 주파수가 34.43[kHz]와 31.23[kHz]였던 반면, 유한요소 해석을 통해 구한 공진 주파수는 36.257[kHz]로서 실험치(35.5[kHz]~36.1[kHz])와 매우 가까운 값으로 나왔다.

그림 2는 접촉면의 한 점의 한 주기 동안의 운동을 보여준다. 그림3은 한 시점에서의 수평방향의 위치에 따

큰 수직방향과 수평방향의 변위를 나타내고 있다. 여기서 유한요소 해석을 통해 얻어진 접촉면의 수평방향 진폭을 식 (8)에 적용하여 무부하 상태에서 실험 결과를 simulation 결과와 비교했다.

실험에서 모터의 속도는 약 17(cm/s)였고, 유한요소 해석에서 구한  $v_{max}$ 는 약 30(cm/s)로 나왔다.  $v_{max}$ 는 마찰력이 충분히 커서 헛도는 영향이 없을 때의 속도이며 실제로는 레일과 모터의 teeth사이에 헛도는 현상이 발생되어 실제의 속도는 더 작게 되는 것이다. 따라서 마찰력을 고려한 슬립이 필요하며 이 슬립은 부하와 수직력을 변수로 가지는 함수 관계가 있다. 마찰력을 고려한 문제를 정확하게 수치해석으로 풀면 각각의 변수에 따라서 번거로운 실험없이도 슬립 데이터를 추출할 수 있다. 그러나 본 논문에서는 각 변수에 따른 슬립 데이터를 제시하지는 않으며 무부하에서 모터의 자기 중량인 상태에서의 식(12)의 슬립을 제시하며 그 값은 0.43이다. 그림 4는 최대 속도와 슬립이 고려된 추정 속도를 보여준다.

$$s = \frac{v_{max} - v_{real}}{v_{max}} \quad (12)$$

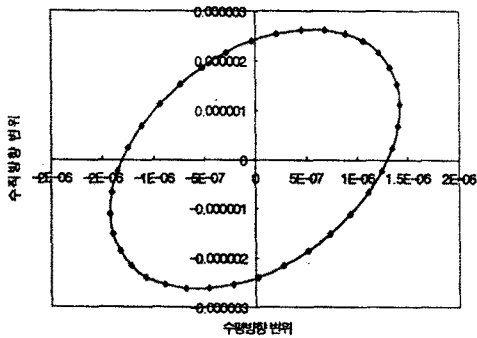
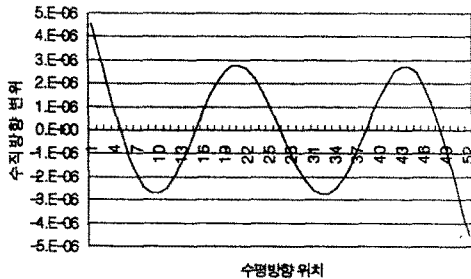
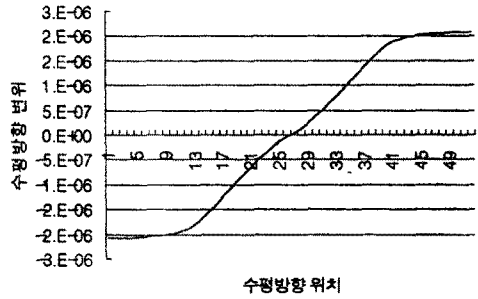


그림 2 점점의 한 주기동안의 운동



(a) 수직방향 변위



(b) 수평방향 변위

그림 3 정상상태 해석을 통해 구한 변위

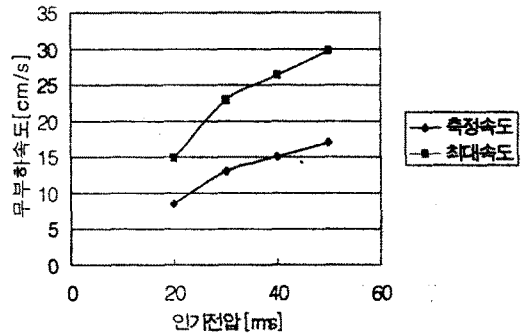


그림 4 계산된 최대속도와 측정된 실제속도

### 3. 결 론

선형 초음파 모터 특성의 대략적인 예측을 위한 해석적 방법을 이용한 설계와, 보다 정밀한 설계를 위한 유한요소 해석이 제안되었다. 정상상태 유한요소 해석을 통해, 고유 주파수 외에 접점에서 타원형 운동 등과 같은 설계시에 예상했던 결과들을 얻어낼 수 있었으며 그 결과를 이용하여 보다 정확한 해석적 방법을 도출할 수 있음을 보였다. 그리고 실제로 모터를 제작하여 유한요소 해석 결과와 비교하여 해석방법의 타당성을 보였다.

### (참 고 문 헌)

- [1] T. Kamano, T. Xuzuki, and T. Kuzuhara, "Position Control System Driven by Ultrasonic Motor," Japanese Journal of Applied Physic, Vol. 28, Supplement 28-1, pp.155-157, 1989
- [2] Takano, T. and Tomikawa, Y. "Linearly moving ultrasonic motor using a multi-mode vibrator.", Japanese Journal of Applied Physics, Vol.28, Supplement 28-1, pp.164-166, 1989
- [3] Toshiiku Sashida, Takashi Kenjo, "An Introduction to Ultrasonic Motors", Clarendon Press, Oxford 1993
- [4] S. Ueha, Y. Tomikawa, M. Kurosawa and N. Nakamura, "Ultrasonic Motors: Theory and Applications", Clarendon Press, Oxford 1993
- [5] 채홍인, Fabrication and Characteristics Analysis of an Ultrasonic Motor using the Flexural Vibration Mode of a Ring-type Piezoelectric Ceramic, Ph.D. Thesis, Chung-buk National University, Korea, 1995